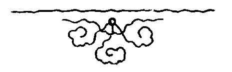
República Oriental del Uruguay

ANALES

DE

LA UNIVERSIDAD

Tomo XXIV — Entrega N.º 91



MONTEVIDEO

Talleres Gráficos de la Escuela N. de Artes y Oficios

1914

ANALES DE LA UNIVERSIDAD

AÑO XIX | MONTEVIDEO — 1914 | TOMO XXIV — N.º 91

Curso de Trigonometría Rectilínea

POR EL PROFESOR NICOLÁS N. PIAGGIO

(*Conclusión.* — Véase el tomo XXIII, entrega 90 de ANALES DE LA UNIVERSIDAD)

TERCERA PARTE

Diversas aplicaciones de la Trigonometría

CAPÍTULO I

ALGUNAS APLICACIONES Á LA TOPOGRAFÍA

ARTÍCULO I

PARTE PLANIMÉTRICA

73 PRELIMINARES. — Las operaciones planimétricas que realiza un agrimensor en sus trabajos de campo, se refieren á las medidas de los ángulos y de las distancias sobre planos horizontales, que considerándolos, como los consideramos, paralelos entre sí, se pueden suponer dichas medidas efectuadas sobre uno sólo y mismo plano. Tomados en el campo ciertos elementos de las figuras geométricas que aquí se forman, se procede luego en el gabinete al cálculo de otros elementos de esas figuras requeridos en el motivo principal de la cuestión. Se ilustran los cálculos construyendo, algunas veces con anterioridad, figuras semejantes á las del terreno, adoptando para ello la escala que más convenga, casi siempre á las dimensiones del papel. Si la figura del terreno es un triángulo, bastan para determinarla tres elementos, entrando entre éstos un lado cuando menos. En un Curso de Topografía se resuelven las mencionadas cuestiones de campo y de gabinete; en uno de Trigonometría solamente algunas de las últimas, y tal cosa es de lo que nos vamos á ocupar en este Capítulo,

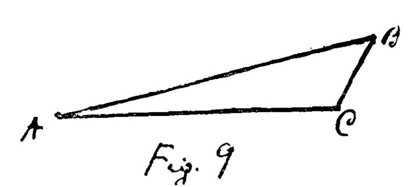
74. PROBLEMA. — *Se midieron* b, c *y la altura* CD = h (fig. 6): *se quieren hallar los ángulos del triángulo* A B C, *el lado* a *y la superficie* S.

En el triángulo rectángulo ACD se conocen AC y CD se calculan $AD = \delta = \sqrt{b^2 - h^2}$, el ángulo A por la fórmula $h = b \operatorname{sen} A$, y el ángulo ACD que es igual á $90^\circ - A$. En el triángulo CBD se conocen CD, que es h, $BD = c - \delta = \delta'$, luego se pueden calcular $a = \sqrt{h^2 + \delta'^2}$, el ángulo B con auxilio de la fórmula $h = \delta' \operatorname{tg} B$ y el ángulo $BCD = 90^\circ - B$. Tiene que resultar $A + B + C = 180^\circ$.

EJERCICIOS. — 1.º Considérese el caso de que la perpendicular caiga fuera del triángulo (fig. 7).

2.º Empléese otro procedimiento para resolver el mismo problema.

75. PROBLEMA. — *Establecer en el terreno puntos intermedios entre otros dos invisibles el uno del otro.*



Suponemos que desde el punto A (fig. 9) no se vea el B y recíprocamente, y se trate de colocar mojones en la línea AB. Trazamos en el terreno una línea AC, procurando á *visu* que no se aleje mucho de AB y que acabe en un punto C desde el cual se vea B; se mide BC y después el ángulo ACB (1) y la línea CB. Con los datos recogidos se calculan los ángulos A y B, $\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A-B)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A+B)}$, y el lado AB, $c = \frac{a \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} A}$. Trasladados al punto A se forma con AC el ángulo calculado que marcará la dirección de AB, que se mide para comprobación de las medidas y cálculos anteriores. También se puede resolver el replanteo así: suponiendo en C dos ó tres ángulos menores que el ACB, se calculan previamente los triángulos ACa, ACa', ACa''..... que forman

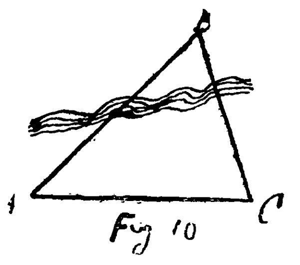
(1) Con un instrumento apropiado para ello, que recibe en general el nombre de *goniómetro*. Las distancias lineales se miden con una cinta metálica, con la cadena ó con un rodete.

los nuevos lados Ca, Ca'..... AC y partes de AB; se conocen Ca, Ca'..... Se replantean fácilmente en el terreno estas magnitudes; y se comprueban cálculo y trazado, observando si A, a, a'... están en línea recta, y además si Aa, Aa'.... dan los valores á su tiempo también calculados.

Cuando A, a, a'.... no estén bien en línea recta, pero muy próximos á ella, es permitido hacer un promedio.

NOTA GENERAL. — Como tal debe tomarse la observación siguiente: muchas veces adoptaremos un solo método para resolver un problema, sin preocuparnos de advertir que puede haber otros procedimientos para llegar á la misma solución.

76. PROBLEMA.—*Hallar la distancia de un punto accesible* A *á otro inaccesible* B (fig. 10).



Como quien dice hallar la distancia que separa á un punto de la playa Ramírez con un buque anclado en la bahía. Se mide muy bien una base AC, ni muy larga ni muy corta, 500 ó 600 metros para una distancia aproximada de 3 á 4.000 metros; se miden también los ángulos en A y en C, que forman con la base las visuales AB y CB dirigidas al mismo mástil del navío. Después $AB = \frac{AC \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} B}$ ya que se sabe que $B = 180° - (A + C)$.

77. PROBLEMA. — *Prolongar una recta* AB *más allá de un obstáculo* K (fig. 11).

Establecida la línea AB, se traza en B otra línea BC, que forma con AB un ángulo cualquiera, y trazada de modo que termine más allá del obstáculo, en C, por ejemplo; en este punto se forma el ángulo BCM que también salve el obstáculo. Antes se midieron el ángulo ABC y la distancia BC, ahora se asigna un valor al ángulo BCM; y luego se calcula CD: $CD = \frac{BC \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} D}$, en que $D = 180^\circ - (C + 180^\circ - ABC) = ABC - C$. Después en el terreno se replantea CD con el ángulo asignado, se fija el punto D y aquí se establece el ángulo D, que da la dirección buscada DE. Se puede calcular del mismo modo, la situación de varios puntos de DE.

78. Problema. — *Hallar la distancia* AB *entre dos puntos inaccesibles* A *y* B (fig. 12).

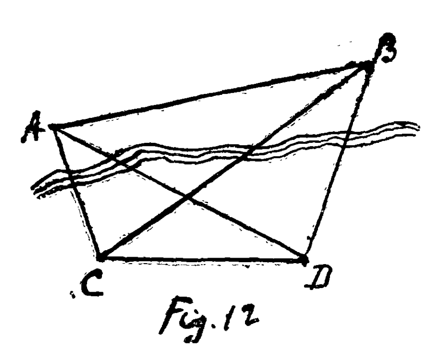


Fig. 12

Se mide muy bien CD: en C se miden también los ángulos ACD y BCD, y luego los ángulos CDA y CDB. Con estas dos medidas terminan los trabajos de campo. Los cálculos se efectúan con una figura semejante á la del terreno, no sólo para detalle explicativo, sino también para ir comprobando gráficamente los resultados parciales y el definitivo que se vayan sucesivamente encontrando. *Cálculos:* en el triángulo ACD se conocen un lado y los dos ángulos adyacentes, se hallan CA y AD por la fórmula $\frac{a}{b} = \frac{\operatorname{sen} A}{\cos B}$. En el triángulo CDB se procede del mismo modo, calculándose CB y DB. En el triángulo ACB se conocen AC y BC, recién calculados, y el ángulo $ACB = ACD - BCD$, medidos, luego se puede obtener AB por medio de la fórmula $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, ó sino, calculando los ángulos CAB y CBA, $\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(B-A)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A+B)}$, y

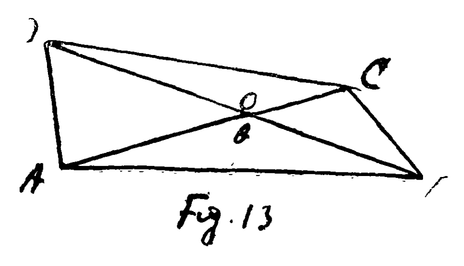
después AB por $\frac{c}{b}=\frac{\text{sen } C}{\cos B}$. El valor obtenido para AB se comprueba resolviendo el triángulo ABD, del mísmo modo que el último ACB. Si los dos valores obtenidos para AB se aproximan mucho, se hace un promedio de ambos.

79. PROBLEMA. — *Hallar el área de un paralelógramo en función de dos lados y el ángulo comprendido.*

Como el paralelógramo es doble de un triángulo que tiene esos dos lados por lados y el ángulo comprendido el mismo del problema, resulta que el área buscada S es, suponiendo a y b dichos lados y α el ángulo comprendido

$$S = a\,b \text{ sen } \alpha.$$

80. PROBLEMA.—*Hallar el área* S *de un cuadrilátero en función de sus diagonales y del ángulo que forman.*



Sea $ABCD$ el cuadrilátero propuesto (fig. 13), Θ el ángulo AOB de las diagonales y d y d' los largos respectivos de estas mismas diagonales. Se tiene sucesivamente *(63)*.

$$\begin{aligned}
2 \text{ Área del triángulo } & AOB = AO \times OB \text{ sen } \Theta. \\
2 \quad » \quad » \quad » \quad & BOC = OB \times OC \text{ sen } \Theta. \quad (11) \\
2 \quad » \quad » \quad » \quad & COD = OC \times OD \text{ sen } \Theta. \\
2 \quad » \quad » \quad » \quad & DOA = OD \times OA \text{ sen } \Theta.
\end{aligned}$$

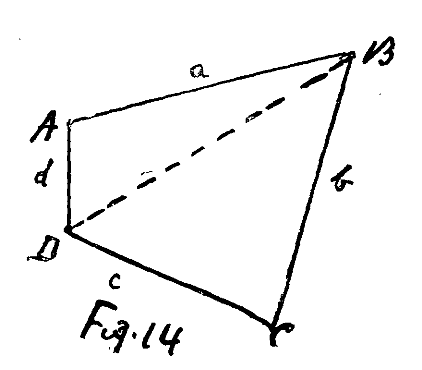
Sumando estas igualdades miembro á miembro y factoreando

$$2S = \left\{ (AO + OC)\,OB + (OC + OA)\,OD \right\} \text{sen } \Theta, \text{ ó}$$

$$2S = \left\{ (AO + OC)\,(OB + OD) \right\} \text{sen } \Theta.$$

Pero $AO + OC = AC = d$, y $OB + OD = BD = d'$; luego

$$2\,S = d \times d' \text{ sen } \Theta.$$



70. PROBLEMA. — *Hallar el área* S *de un cuadrilátero inscriptible* [1] *en función de sus cuatro lados* a, b, c, d.

Los ángulos opuestos de un cuadrilátero inscriptible son suplementarios. Tracemos la diagonal BD (fig. 14) y resulta *(63)*

$$2 \text{ Área } ABD = a\,d \text{ sen } A;$$

$$2 \text{ Área } BDC = b\,c \text{ sen } A; \quad (11)$$

luego

$$2\,S = (b\,c + c\,d) \text{ sen } A. \qquad (1)$$

Por otra parte *(62)*

$$\overline{BD}^2 = a^2 + d^2 - 2\,a\,d \cos A;$$

$$\overline{BD}^2 = b^2 + c^2 + 2\,b\,c \cos A. \quad (11)$$

Restando miembro á miembro

$$o = a^2 + d^2 - b^2 - c^2 - 2\,(b\,c + a\,d) \cos A;$$

$$\cos A = \frac{a^2 + d^2 - b^2 - c^2}{2\,(b\,c + a\,d)}$$

---

[1] También llamado *cuadrilátero de las cuerdas*.

Pero $\operatorname{sen}^2 A = 1 - \cos^2 A$; luego

$$\operatorname{sen}^2 A = 1 - \frac{(a^2+d^2-b^2-c^2)^2}{4(bc+ad)^2}$$

$$= \frac{4(bc+ad)^2-(a^2+d^2-b^2-c^2)^2}{4(bc+ad)^2}$$

$$= \frac{\left[2(bc+ad)+a^2+d^2-b^2-c^2\right]\left[2(bc+ad)-a^2-d^2+b^2+c^2\right]}{4(bc+ad)^2}$$

$$= \frac{\left[(a+d)^2-(b-c)^2\right]\left[(b+c)^2-(a-d)^2\right]}{4(bc+ad)^2}, \text{ y}$$

$$\operatorname{sen}^2 A = \frac{(a+d+b-c)(a+d-b+c)(b+c+a-d)(b+c-a+d)}{4(bc+ad)^2}.$$

Hagamos $a+b+c+d=2p$, y entonces $a+d+b-c = 2(p-c)$, $a+d-b+c=2(p-b)$, etc., luego

$$\operatorname{sen}^2 A = \frac{2(p-c)\times 2(p-b)\times 2(p-d)\times 2(p-a)}{4(bc+ad)^2}.$$

Simplificando, extrayendo la raíz cuadrada, y haciendo simétrico el orden de los factores

$$\operatorname{sen} A = \frac{2}{bc+ad}\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}.$$

Sustituyendo ahora este valor de $\operatorname{sen} A$ en la ecuación (1) resulta

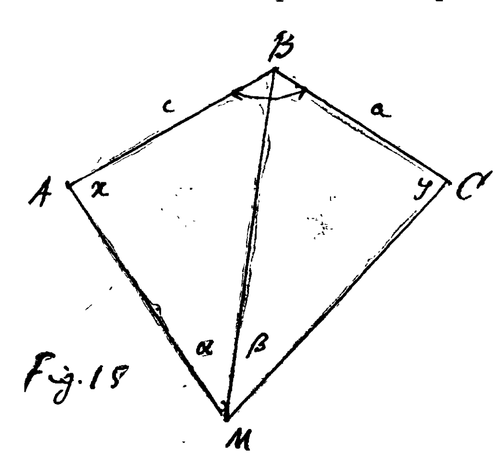
$$2S = (bc+ad)\times\frac{2}{(bc+ad)}\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$

y

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}.$$

82. PROBLEMA (de la Carta).—*Hallar un punto* M *del terreno desde el cual se han visto otros tres puntos dados bajo ángulos dados.*

El punto M corresponde á la posición de un mojón, hoy perdido, y que al colocarlo hace ya muchos años fué avalizado, dirigiendo entonces tres visuales á puntos fijos (esquinas de casa, cruces de campanarios....); los ángulos dados están inscriptos en el expediente de la mensura de aquella época que obra en el Juzgado respectivo. Hoy se miden $AB=c, BC=a$ y el ángulo $ABC=B$. Supongamos que el punto M es el de la figura 15. A, B y C representan los puntos fijos del terreno, α y β los ángulos dados. Si conociéramos los ángulos $BAM=x$ y $BCM=y$ la cuestión quedaba resuelta, pues colocando el goniómetro sucesivamente en A y en C [1] y formando los ángulos x é y calculados, las direcciones obtenidas nos darían en su cruzamiento el punto M.



Se tiene en el triángulo

$$AMB\ldots\frac{MB}{AB}=\frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} \alpha};\quad MB=\frac{c \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} \alpha};$$

en el triángulo

$$BMC\ldots\frac{MB}{BC}=\frac{\operatorname{sen} y}{\operatorname{sen} \beta};\quad MB=\frac{a \operatorname{sen} y}{\operatorname{sen} \beta}.$$

(1) Esta colocación tiene sus dificultades, pero se las salva, según se enseña en los Cursos de Topografía.

Deducimos por un axioma muy conocido

$$\frac{c \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{a \operatorname{sen} y}{\operatorname{sen} \beta}$$

y de aquí

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} y} = \frac{a \operatorname{sen} \alpha}{c \operatorname{sen} \beta}.$$

Podemos hacer el quebrado conocido

$$\frac{a \operatorname{sen} \alpha}{c \operatorname{sen} \beta} = \frac{p}{q}, \text{ y entonces } \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} y} = \frac{p}{q}.$$

Según un principio de Aritmética

$$\frac{\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y}{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y} = \frac{p+q}{p-q},$$

y por lo tanto *(36)*

$$\frac{\operatorname{tg} {}^1/_2 (x+y)}{\operatorname{tg} {}^1/_2 (x-y)} = \frac{p+q}{p-q}.$$

Dividiendo los dos términos del segundo quebrado por p, haciendo $\frac{q}{p} = \operatorname{tg} \varphi$, y siguiendo después un procedimiento parecido al adoptado en el número *68* (2.º MÉTODO), se saca

$$\frac{\operatorname{tg} {}^1/_2 (x+y)}{\operatorname{tg} {}^1/_2 (x-y)} = \operatorname{tg} (45^\circ + \varphi).$$

Pero $x+\alpha+\beta+y+B=360^\circ$, entonces $x+y=360^\circ-(\alpha+\beta+B)$, luego es conocido ${}^1/_2 (x+y)$; y de consiguiente también ${}^1/_2 (x-y)$: $\operatorname{tg} {}^1/_2 (x-y) = \operatorname{tg} {}^1/_2 (x+y) \cot (45^\circ + \varphi)$, y por lo tanto x é y.

DISCUSIÓN.—Evidentemente puede suceder que $\frac{1}{2}(x+y)$ valga más de 90°; en este caso $\text{tg}\,\frac{1}{2}(x+y)$ es negativo, y como en esa misma hipótesis $\text{tg}\,\frac{1}{2}(x-y)$ es positivo, resulta que en el producto $\text{tg}\,\frac{1}{2}(x+y)\cot(45^\circ+\varphi)$, el factor $\cot(45^\circ+\varphi)$, ha de ser negativo, lo que exige que φ sea mayor de 45°, y por lo tanto $\text{tg}\,\varphi=\frac{q}{p}$ vale más de 1; ó sea, que $q>p$; luego $\text{sen}\,y>\text{sen}\,x$, y por lo tanto, $y>x$. Así que en vez de adoptar $\frac{\text{sen}\,x}{\text{sen}\,y}=\frac{p}{q}$ para aplicar el principio aritmético, invertiríamos antes esa proporción.

Si sucediera que al mismo tiempo de ser $\frac{1}{2}(x+y)=90^\circ$, fuera $p=q$, entonces sería

$$\text{tg}\,\tfrac{1}{2}(x-y)=\text{tg}\,90^\circ\cot(45^\circ+\varphi)=\infty,$$

lo que no tiene explicación. Pero observemos: 1.°, que en nuestra hipótesis la ecuación

$$\frac{\text{tg}\,\frac{1}{2}(x+y)}{\text{tg}\,\frac{1}{2}(x-y)}=\frac{p+q}{p-q},$$

se cumple perfectamente, desde que daría $\infty=\infty$; 2.°, que tendrá que ser, según el supuesto, $x+y=180^\circ$, y por lo tanto el cuadrilátero $ABCM$ inscriptible; 3.°, que por esta segunda consecuencia ha de ser $\alpha+\beta$ suplemento de ABC, y por lo tanto $\alpha=ACB$ y $\beta=CAB$; 4.°, luego desde cualquier punto de la circunferencia que pasa por los puntos A, B, C y M, se verían los puntos A, B y C bajo los mismos ángulos. El problema sería en tal caso indeterminado.

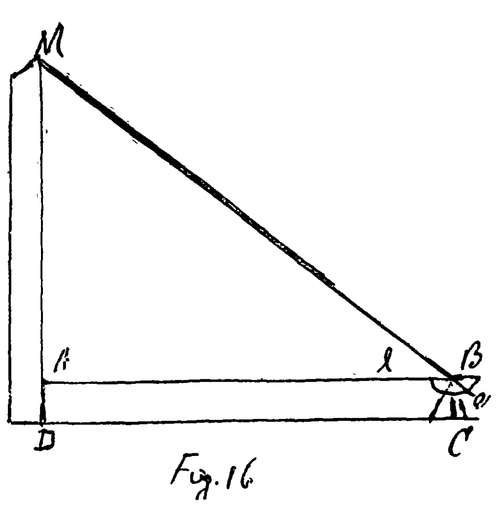
NOTA.—Para mayor ampliar la discusión de este problema, puede verse mi «Curso de Topografía».

ARTÍCULO II

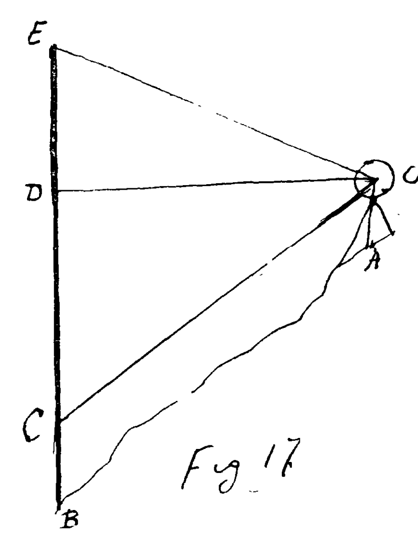
PARTE ALTIMÉTRICA (1)

83. PROBLEMA. — *Hallar la altura de una torre cuyo pie es accesible* (fig. 16).

Se mide $DC = AB$ en terreno horizontal; en C se coloca el goniómetro y se mide el ángulo vertical $ABM = \lambda$, formado por la horizontal BA y la visual BM á la cima de la torre. Después, $AM = AB \operatorname{tg} \lambda$, y la altura $MD = AM + AD$, AD es la altura del instrumento.



NOTA. — Para que haya el menor error posible se debe colocar el goniómetro á una distancia de la torre igual más ó menos á la altura de la misma.



84. PROBLEMA. — *Hallar la altura de una torre cuyo pie accesible se encuentra muy bajo ó muy alto con respecto al terreno donde se debe colocar el goniómetro.*

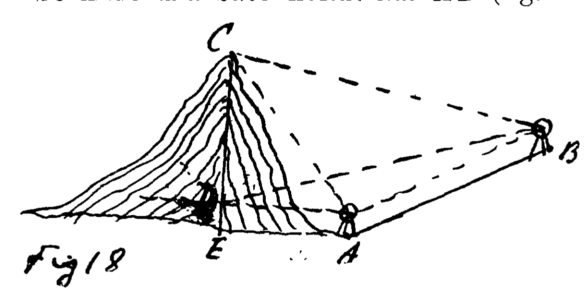
Supondremos que está más bajo que el punto A de estación (fig. 17). Se mide $AB = OC$ y los án-

(1) Insistimos en los problemas de altimetría sobre lo dicho en la *Nota General* del número 75.

gulos verticales DOC y DOE que forman la horizontal OD del instrumento y las visuales OC (BC es igual á la altura del instrumento) y OE; el primer ángulo DOC, llamado de depresión, lo señalaremos por ε y el otro DOE de elevación por μ, etc. Después, $DC = OC \operatorname{sen} \varepsilon$ y $OD = OC \cos \varepsilon$. En el triángulo DOE, $DE = OD \operatorname{tg} \mu$. Por último, $EB = BC + DC + ED$, y el problema queda resuelto.

85. *Hallar la altura de un cerro, esto es, de una elevación cuyo pie es inaccesible.*

Se mide una base horizontal AB (fig. 18) y los ángulos BAC y ABC en el plano inclinado ABC. En A se mide también el ángulo vertical DAC, como en los problemas anteriores. En seguida



$$AC = \frac{AB \operatorname{sen} ABC}{\operatorname{sen} ACB}; \quad CD = AC \operatorname{sen} CAD; \quad CE = CD + DE.$$

Ejercicios

1. Conociendo a, b y A (caso dudoso) calcular la superficie del triángulo sin hallar previamente lado y ángulos.

2. Calcular el lado de un rombo en el que uno de sus ángulos vale 37° 24' 36" y la suma de sus diagonales 465 metros.

3. Si se tiene $S = 18937^{m}07$; $ab = 271744^{m}$; $a + b = 1045.7$; calcular el triángulo.

4. Medidos los tres ángulos de un triángulo, hallar su área (?).

5. Calcular el área de un pentágono en que todos sus lados son iguales á 1175^{m} y en que cuatro de sus ángulos consecutivos valen 112°, 104°, 115° y 100° 08' 08".

6. Las bases de un trapecio son $247^{m}9438$ y $358^{m}6394$ y sus lados $141^{m}2879$ y $187^{m}4457$, calcular: 1.°, la distancia á las bases

del punto de encuentro de las diagonales; 2.º, los ángulos del trapecio.

7. Resolver un cuadrilátero conociendo tres lados y los ángulos adyacentes al cuarto lado.

8. Los radios de dos círculos con 3^m y 4^m y la distancia de sus centros 2^m, calcular: 1.º, el área del triángulo que tenga por vértices los centros y uno de los puntos de encuentro de las circunferencias; 2.º, el largo de la cuerda común; 3.º, los largos de los arcos subtendidos por estas cuerdas; 4.º, el área común á los dos círculos.

9. En un cuadrilátero inscriptible $A\,B\,C\,D$ se dan $B = 87^o\,38'\,47''$; $a = 713^m68576$; $b = 557^m34875$; $d - c = 50^m355$. Calcular R, d, c, A y la superficie S.

10. A y B son dos estaciones situadas sobre una horizontal que pasa por el pie de una torre; desde A se ve la torre bajo un ángulo de $65^o\,28'$ y desde B bajo un ángulo de $39^o\,47'$ tomando $A\,B = 32^m28$, calcular la altura de la torre.

11. Hallar la distancia entre dos puntos, A y B inaccesibles, suponiendo la base $C\,D = 394^m82$, ángulo $A\,C\,D = 75^o\,28'\,41'',6$; $B\,C\,D = 28^o\,40'\,51'',3$; $A\,D\,C = 41^o\,10'\,32'',7$; $A\,D\,B = 83^o\,11'\,17'',18$.

12. Hallar la altura de la torre sabiéndose que vista desde un punto bajo un ángulo de 60^o se la ve bajo uno de 30^o solamente, si se recula 100 metros.

13. Dos puntos A y B, en que la distancia que los separa es d, se hallan situados sobre un plano horizontal P y el punto C es exterior. Se miden los ángulos $B\,A\,C = \alpha$, $A\,B\,C = \beta$, así como el ángulo γ que $A\,C$ hace con el plano P. Calcular la distancia de C al plano P.

14. Evaluar el radio de una torre ó de un hoyo circular inaccesible.

15. Reconocer si tres puntos están en línea recta.

16. Reconocer si cuatro puntos están en un mismo plano, y en el caso de que sea así, reconocer si los cuatro puntos se hallan sobre una misma circunferencia.

17. Trazar por un punto una paralela á una recta que pasa por dos puntos inaccesibles.

18. Avanzando a, después b hacia una torre, el segundo ángulo bajo el cual se ve la torre es complementario del primero y el tercero es doble del primero. Calcular: 1.º, la distancia de la torre á la primera estación; 2.º, el primer ángulo; 3.º, la altura de la torre.

19. Dos observadores ven un globo bajo el mismo ángulo α arriba del horizonte en que ellos se encuentran; la distancia de los observadores es d, y uno de ellos ve bajo un ángulo β al otro

observador y al globo. Calcular la altura del globo sobre dicho horizonte.

20. Encontrar un punto desde el cual se ha visto bajo dos ángulos conocidos dos hoyos circulares en un mismo plano que pasa por el punto.

21. Determinar la distancia de un punto ó una recta inaccesible.

22. Reducir un ángulo al centro de la estación.

23. El área de un triángulo equilátero es de $346^{m^2}56$; hallar el lado.

24. Hallar el ángulo del vértice de un triángulo isósceles, conociendo la base y su área.

25 Hallar el área de un trapecio en función de sus cuatro lados.

26. Hallar el área de un triángulo isósceles, conociendo su altura b y el ángulo B del vértice.

27. Dados los tres lados de un triángulo, hallar una de sus alturas.

28. Calcular el área de un trapecio, conociendo las bases B y b y los ángulos $\alpha = 90^o$ y β, que la base mayor forma con los lados no paralelos.

29. Proyectar un ángulo situado en un plano inclinado, sobre el horizonte.

30. La inclinación de una recta sobre el horizonte es $3^o\ 27'$ y su largo de 189 metros, hallar su proyección horizontal; sustituir al fórmula $d = D \cos \alpha$ por otra más viable para el cálculo logarítmico.

31. Proyectar un área conocida sobre el horizonte, conociendo la pendiente de dicha área.

32. Demostrar que si por un punto cualquiera tomado en el plano de un triángulo, se trazan paralelas á los tres lados, formando así tres paralelógramos y tres triángulos, el producto de los paralelógramos es 8 veces el de los triángulos.

33. Calcular la superficie de un polígono regular de n lados en función: 1.°, del radio R del círculo circunscrito; 2.°, del lado l; 3.°, de la apotema a.

34. Calcular los diagonales de un paralelógramo, conociendo el ángulo α que forman y los lados a y b del paralelógramo, siendo $a > b$. Discútase este problema.

35. Calcular la distancia del medio de un lado de un triángulo á la recta que une los pies de las alturas trazadas desde sus extremos.

36. Calcular la distancia de uno de los vértices de un triángulo al punto de unión de las alturas.

37. Sea $A\,B\,C$ un triángulo en el que se conocen todos sus elementos, lados y ángulos. Sobre $A\,C$ como diámetro se construye

una circunferencia que encuentra en D el lado $A B$ y en E el lado $B C$. Se traza $D E$; esta recta encuentra el lado $A C$ en un punto M; determinar la posición del punto M sobre el lado $A C$ en función de los elementos del triángulo dado.

38. Dado un círculo de radio R, se traza un diámetro $A B$ y dos cuerdas $A C$, $A D$ que forman con $A B$ un ángulo α; demostrar que el cuadrilátero $A C A D$ puede ser considerado como circunscrito á un círculo. Calcular después, en función de R y de α, el radio r de ese círculo inscrito, y la distancia d de su centro al centro del círculo dado. Establecer entre R, r, d una relación independiente del ángulo α.

39. Conociendo el ángulo α de los diagonales de un cuadrilátero inscriptible y los dos segmentos a, b de uno de esas diagonales, determinar los segmentos de la otra, de manera que los productos de los lados opuestos del cuadrilátero sean iguales entre ellos.

40. En un cuadrilátero convexo $A B C D$ se dan dos lados opuestos $A B = a$, $C D = b$, los ángulos B y D rectos y el ángulo A que se supone agudo; determinar los lados $A D$ y $B C$ y la superficie. ¿Qué es necesario para que el cuadrilátero sea compatible con los datos?

41. Hallar la relación entre los volúmenes engendrados por un paralelógramo girando sucesivamente alrededor de sus lados a y b.

42. En una esfera de radio R trazar un plano secante $A B$, de modo que: 1.°, la superficie del casquete sea igual á la superficie lateral del cono $A O B$; 2.°, el volumen del segmento igual al del cono.

43. *(Teorema de Menelao)*—Demostrar que toda transversal situada en el plano de un triángulo determina sobre los lados seis segmentos tales, que el producto de tres de entre ellos que no tengan extremidades comunes, es igual al producto de los otros tres.

44. Sea $T T'$ la tangente en A al círculo O. Se traza el diámetro $B C$ y se bajan las perpendiculares $B B'$ y $C C'$ sobre la tangente $T T'$; determinar la posición del diámetro $B C$, de manera que la superficie total del tronco de cono engendrado por el trapecio $B C B' C'$, girando alrededor de la tangente, se halle en una relación dada m con la superficie del círculo O.

45. ¿De todos los trapecios de igual altura h inscritos en un círculo de radio dado R, cuál es el que tiene mayor superficie?

46. Si se designa por a, b, c las tres aristas de un tetraedro que concurren al mismo vértice, y por α, β, γ los ángulos que estas aristas hacen entre ellas, el volumen V del tetraedro vendrá dado por la fórmula:

$$V = {}^1/_6\, a\, b\, c \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}.$$

NOTA.—Algunos de los Ejercicios puestos en este número, podrían considerarse como simples aplicaciones geométricas de la Trigonometría, sin hacer entrar para nada la Topografía.

CAPÍTULO II

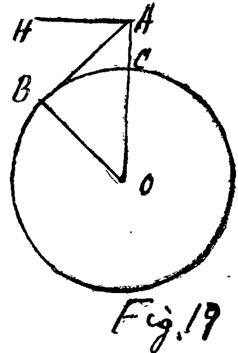
ALGUNAS APLICACIONES Á LA ASTRONOMÍA Y Á LA FÍSICA

ARTÍCULO I

APLICACIONES ASTRONÓMICAS

86. PROBLEMA.—*Conociendo la depresión de horizonte y la altura sobre el nivel del mar, del punto desde donde se observa, calcular el radio terrestre.*

Conocemos $AC = h$ (fig. 19) y $HAB = a$, se trata de hallar $OB = OC = x$. En el triángulo rectángulo ABO se tiene $OB = OA \cos BOA$; pero el ángulo $HAB = BOA$ por tener sus lados perpendiculares y ser de la misma especie, luego $x = (x + h) \cos a$, ó bien



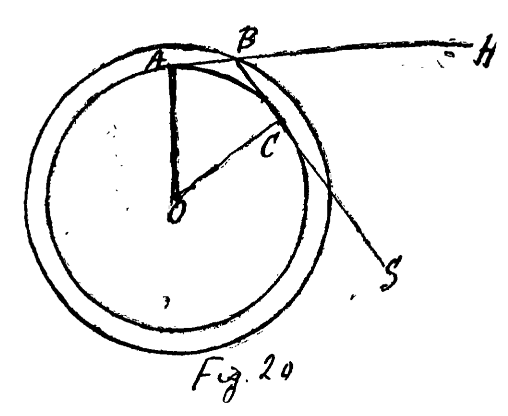
$$x - x \cos a = h \cos a;$$

$$x(1 - \cos a) = h \cos a; \quad x = \frac{h \cos a}{1 - \cos a};$$

$$x = \frac{h \cos a}{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} a}.$$

87. PROBLEMA.—*Sabiendo que el crepúsculo termina desde el momento en que el Sol se encuentra 18° bajo el horizonte, calcular la altura de la atmósfera.*

Suponemos que la circunferencia pequeña representa la superficie terrestre y la mayor la superficie exterior de la atmósfera. Salvando los inconvenientes del graficismo, el ángulo HBS vale los 18° á que antes nos referimos. De manera que en el triángulo AOB, (trácese OB) rectángulo en A, $OA = OC = R$ representa el radio terrestre ya conocido por el problema anterior, BO es igual á un radio terrestre más la altura desconocida x de la atmósfera. Además, siendo el ángulo ABO mitad del ABS, ó sea $ABO = \frac{1}{2}(180° - 18°), = 81°$, será $AOB = 90° - 81° = 9°$. Después



$$R = (R + x)\cos 9° ;$$

$$R - R\cos 9° = x\cos 9° ;$$

$$x = \frac{R(1 - \cos 9°)}{\cos 9°} = \frac{R \times 2 \operatorname{sen}^2 4° 30'}{\cos 9°} .$$

Y por fin,

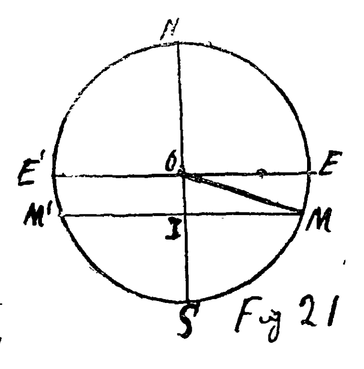
$$x = \frac{2 \times 6366198^{\text{ metros}} \times \operatorname{sen}^2 4° 30'}{\cos 9°} .$$

NOTAS. — I. Invitamos á nuestros lectores á que realicen el cálculo logarítmico de esta cantidad de metros.

II. Hay tablas construídas con otros fines distintos que las usuales de logaritmos, que dan el valor natural de $1 - \cos a = \text{senover } a$.

88. *Hallar el radio del paralelo que pasa por Montevideo* (latitud Sur 34° 54').

Representamos el radio del paralelo por r y el de la Tierra, considerada como una esfera, por R. La figura 21 representa una proyección ortográfica ecuatorial de la Tierra; $E'E$ el ecuador; NEE' el meridiano de proyección que pasa por Montevideo, colocado en M; NS el meridiano perpendicular al anterior, es al mismo tiempo el eje de la Tierra; IM el radio r que buscamos; ME es la latitud de Montevideo.



En el triángulo rectángulo OIM, $IM = OM \cos IMO$; pero $IMO = MOE = 34° 54'$; luego $r = R \cos \lambda = 6366198^{\text{m}} \cos 34° 54'$; y

$$\text{Log. } r = \text{Log. } 6366198 + \text{log. } \cos 34° 54'$$

Corolario. — *El paralelo de 60° grados de latitud tiene un largo igual á la mitad de la circunferencia máxima, ó sea 20:000.000 de metros.*

En efecto, de la fórmula $r = R \cos \lambda$, en que λ representa la latitud de un lugar de la superficie terrestre, se deduce $2\pi r = 2\pi R \cos \lambda$, y siendo $\lambda = 60°$ será $\cos \lambda = \cos 60° = \text{sen } 30° = {}^1/_2$; luego

$$2\pi r = 2\pi R \times {}^1/_2 = \pi R.$$

$2\pi r$ es el largo del paralelo y πR es la mitad de la circunferencia máxima de la tierra; luego, etc.

Corolario 2.° — Deduzca el estudiante cuántos metros recorre por segundo un punto de Montevideo en la rotación de la Tierra.

89. Problema. — *Hallar la superficie de la zona comprendida entre el ecuador y un paralelo de latitud conocida.*

En la misma figura 21 calculamos OI que es la altura de la zona comprendida entre el ecuador $E'E$ y el paralelo $M'M$. Tenemos $OI = h = OM \operatorname{sen} OMI = R \operatorname{sen} \lambda$, siendo λ la latitud del paralelo. Y como sabemos que la superficie Z de una zona es igual á la circunferencia máxima de la esfera multiplicada por la altura h de la zona, resulta

$$Z = 2\pi R h = 2\pi R \times R \operatorname{sen} \lambda, \text{ y}$$

$$Z = 2\pi R^2 \operatorname{sen} \lambda.$$

COROLARIO 1.º — *La superficie de la zona tórrida está expresada por* $4\pi R^2 \operatorname{sen} 23^\circ 27'$. En efecto, suponiendo que MM' es el trópico de Capricornio, será $OI = R \operatorname{sen} 23^\circ 27'$, y $2\,OI = 2R \operatorname{sen} 23^\circ 27'$; luego

$$Z = 4\pi R^2 \operatorname{sen} 23^\circ 27'.$$

COROLARIO 2.º — Del problema resuelto se deduce el método para hallar la superficie de la zona comprendida entre dos paralelos de latitudes conocidas λ, λ'.

Supongamos positivas las latitudes Norte y negativas las Sur, entonces si λ es una latitud boreal, será $\operatorname{sen} \lambda$ positivo y $\operatorname{sen} \lambda'$ negativo *(8)*, si λ' es latitud Sur. Ahora

$$\left.\begin{array}{l} Z_1 = 2\pi R^2 \operatorname{sen} \lambda \\ Z_2 = 2\pi R^2 \operatorname{sen} \lambda' \end{array}\right\} \text{ las latitudes son ambas Norte,}$$

y restando

$$Z_1 - Z_2 = Z = 2\pi R^2 (\operatorname{sen} \lambda - \operatorname{sen} \lambda')$$
$$= 2\pi R^2 \times 2 \cos {}^1/_2 (\lambda + \lambda') \operatorname{sen} {}^1/_2 (\lambda - \lambda');$$

$$Z = 4\pi R^2 \cos {}^1/_2 (\lambda + \lambda') \operatorname{sen} {}^1/_2 (\lambda - \lambda').$$

Si λ' fuese Sur, entonces

$$Z = 4\pi R^2 \cos {}^1/_2 (\lambda - \lambda') \operatorname{sen} {}^1/_2 (\lambda + \lambda').$$

Y si ambas latitudes fueren Sur

$$Z = 4\pi R^2 \cos {}^1/_2 (\lambda + \lambda') \operatorname{sen} {}^1/_2 (\lambda' - \lambda).$$

Ejercicio

Discútanse estos resultados para el caso de ser λ igual mayor ó menor que λ'.

89.ᴬ PROBLEMA. — *Determinar la paralaje horizontal de la Luna.*

En el cuadrilátero $ATBL$ (fig. 21ᴬ) hay trazadas dos paralajes p_1 y p_2 de altura, y una horizontal $A'LT$, que designamos por p_h.

Ahora, en el triángulo rectángulo $A'TL$ se tiene

$$\frac{A'T}{TL} = \operatorname{sen} A'LT, \text{ ó } \frac{R}{D} = \operatorname{sen} p_h; \text{ y en el } TAL, \ \frac{TA}{TL} = \frac{\operatorname{sen} ALT}{\operatorname{sen} TAL},$$

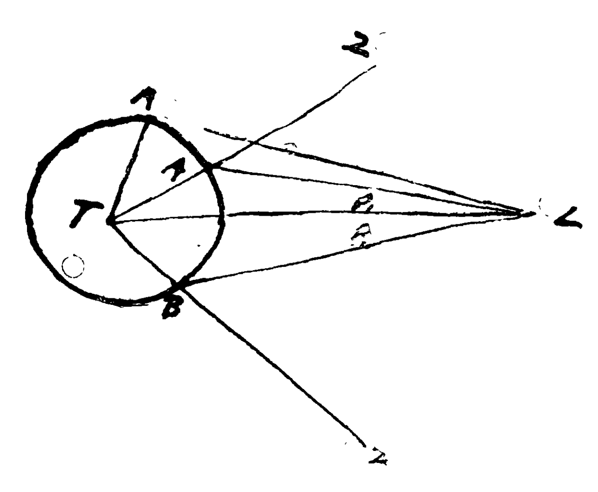


Fig. 21 ᴬ

ó bien

$$\frac{R}{D} = \frac{\operatorname{sen} p_1}{\operatorname{sen} z}$$

(z representa la distancia zenital de la Luna). De lo expuesto se deduce

$$\frac{\operatorname{sen} p_1}{\operatorname{sen} z} = \operatorname{sen} p_h, \text{ y, } \operatorname{sen} p_1 = \operatorname{sen} p_h \operatorname{sen} z.$$

Pero los ángulos p_1 y p_h son pequeños, y podemos reemplazar los senos por los arcos; luego

$$p_1 = p_h \operatorname{sen} z. \qquad (1)$$

Por otra parte, en el cuadriláteto *A T B L*, se tiene

$$A\,T\,B + 180^\circ - z + 180^\circ - z' + p_1 + p_2 = 360^\circ \,;$$

de donde

$$p_1 + p_2 = z + z' - A\,T\,B;$$

y sustituyendo p_1 y p_2 por los valores antes hallados, se obtiene

$$p_h \operatorname{sen} z + p_h \operatorname{sen} z' = z + z' - A\,T\,B;$$

$$p_h (\operatorname{sen} z + \operatorname{sen} z') = z + z' - A\,T\,B;$$

$$p_h = \frac{z + z' - A\,T\,B}{\operatorname{sen} z + \operatorname{sen} z'};$$

y por fin,

$$p_h = \frac{z + z' - A\,T\,B}{2 \operatorname{sen} {}^1/_2 (z + z') \cos {}^1/_2 (z - z')},$$

en donde *A T B* es conocido por la suma algebraica de las latitudes de los observadores.

OBSERVACIÓN. — Como el ángulo z es complemento de la altura *A*, la fórmula (1) puede escribirse así:

$$p_a = p_h \cos A,$$

lo que vale decir que *la paralaje de altura de un astro,* p_a, *es igual á la paralaje horizontal, multiplicada por el coseno de la altura.*

COROLARIO 1.º — El triángulo rectángulo $A'TL$ nos da $D = \frac{R}{\operatorname{sen} p_h}$; luego, *podemos hallar la distancia á un astro conociendo su paralaje.*

COROLARIO 2.º — Si r es el radio real de la Luna y ϱ su semidiámetro aparente, á la distancia media D, empleando para con la Luna el mismo procedimiento que se acaba de emplear para con la Tierra, se hallaría

$$r = D \operatorname{sen} \varrho, \text{ pero } D = \frac{R}{\operatorname{sen} p_h},$$

luego

$$r = \frac{R \operatorname{sen} \varrho}{\operatorname{sen} p_h};$$

lo que nos permite calcular el radio real de la Luna, y después las demás dimensiones del satélite.

COROLARIO 3.º — La última fórmula puesta así

$$\frac{r}{R} = \frac{\operatorname{sen} \varrho}{\operatorname{sen} p_h},$$

nos enseña, *que los radios reales de los astros son proporcionales á los senos de los radios aparentes.*

ARTÍCULO II

APLICACIONES FÍSICAS

90. PROBLEMA. — *Dadas las intensidades de dos fuerzas* F *y* F' (fig. 22) *y el ángulo* Θ *que entre sí forman, determinar: 1.°, la intensidad de la resultante* R; *2.°, la dirección de esta resultante.*

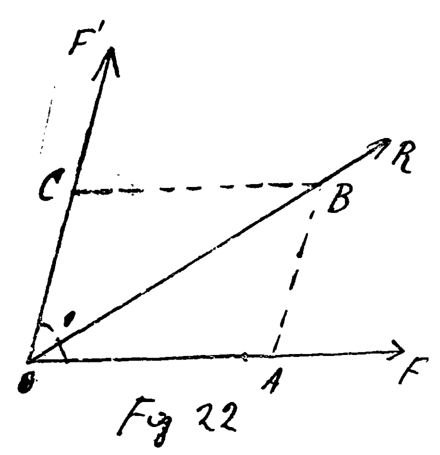


Fig 22

1.° Sabemos que la resultante está representada por la diagonal del paralelógramo construído sobre las rectas OA y OC formando el ángulo Θ, y cuyos lados son proporcionales á dichas fuerzas. Esto considerado, en el triángulo AOB se tiene *(62)* $\overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2 - 2\,OA \times AB \cos OAB$; pero $OAB = 180^\circ - \Theta$ y sabemos que $\cos OAB = -\cos\Theta$ *(11)*; luego $\overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2 + 2\,OA \times AB \cos\Theta$. Siendo los lados que se acaban de aplicar proporcionales á las fuerzas dadas, se tiene

$$R^2 = F^2 + F'^2 + 2\,F\,F' \cos\Theta, \text{ y}$$

$$R = \sqrt{F^2 + F'^2 + 2\,F F' \cos\Theta.}$$

No tomamos el signo — del radical porque no debe ser apreciado en nuestro caso.

COROLARIO 1.° — Si las dos fuerzas obran en el mismo sentido ó en sentido contrario, pero sobre la misma recta, se tendrá *(13)* $\cos\Theta$ igual á $+1$ ó -1, según el sentido, y entonces

$$R=\sqrt{(F+F')^2}=F+F';$$

$$R=\sqrt{(F-F')^2}=F-F'.$$

Corolario 2.º — Si el ángulo que forman las direcciones es recto, sucederá que

$$R=\sqrt{F^2+F'^2}.$$

2.º Representemos los ángulos BOA y BOC respectivamente por x é y. Tenemos desde luego

$$x+y=\Theta.$$

Y en el triángulo OAB, $\frac{AB}{OA}=\frac{\operatorname{sen} BOA}{\operatorname{sen} OBA}$; pero OBA es igual á $BOC=y$ por alternos internos entre paralelas; luego

$$\frac{F'}{F}=\frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} y},$$

de donde

$$\frac{\operatorname{sen} x-\operatorname{sen} y}{\operatorname{sen} x+\operatorname{sen} y}=\frac{F'-F}{F'+F};$$

ó bien *(36)*

$$\frac{\operatorname{tg} {}^1/_2\,(x-y)}{\operatorname{tg} {}^1/_2\,(x+y)}=\frac{F'-F}{F'+F}.$$

Por lo tanto

$$\operatorname{tg} {}^1/_2\,(x-y)=\frac{F'-F}{F'+F}\operatorname{tg} {}^1/_2\,\Theta.$$

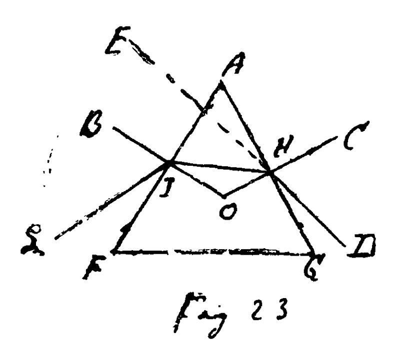
Representemos el valor angular de ${}^1/_2\,(x-y)$ por γ, y entonces

$$x=\frac{\Theta}{2}+\gamma,$$

$$y=\frac{\Theta}{2}-\gamma.$$

91. PROBLEMA. — *Dada la dirección de un rayo de luz al atravesar un prisma de cristal y el ángulo refringente del prisma, calcular la dirección del rayo luminoso á su salida del prisma.*

Sea I el punto de incidencia (fig. 23) del rayo LI en el prisma cuya sección es el triángulo AFG y siendo A el ángulo refringente de ese prisma. Las normales BO y CO forman un ángulo O en el interior del prisma, que es suplemento del ángulo A por tener sus lados perpendiculares y ser de diferente especie. Representemos por i el ángulo de incidencia LIB, por r el de refracción OIH, y por las mismas letras iniciales i' y r' á la salida. Se tiene en general $\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = n$, pero tratándose del aire y el cristal n es igual á $\frac{3}{2}$; luego $\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = \frac{3}{2}$, de donde



$$\text{sen}\, r = \frac{2\ \text{sen}\, i}{3};$$

lo que nos da por logaritmos el valor de r. Después, en el triángulo OIH, $O = r + i'$; y como $O = 180^\circ - A$, se tendrá $r + i' = 180^\circ - A$, lo que da $i' = 180^\circ - (A + r)$. Conociendo i' se halla en seguida r' por $\frac{\text{sen}\, i'}{\text{sen}\, r'} = \frac{2}{3}$. Siendo conocido el ángulo CHD estará determinada la dirección que se buscaba DE, la que se halla hacia el ángulo refringente del prisma.

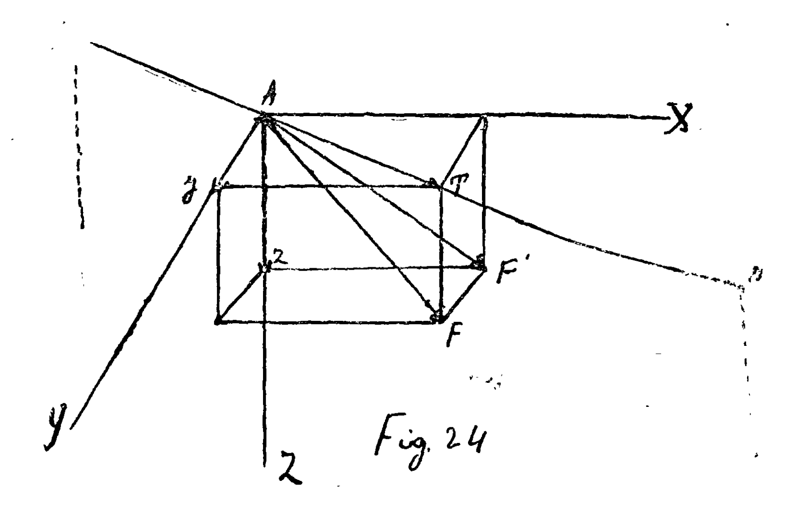
92. PROBLEMA. — *Descomponer el par terrestre en la medida de la inclinación y declinación de la aguja magnética.*

Todos los métodos de medida de la inclinación y la de-

clinación magnética — dice Ganot — se fundan en la descomposición mecánica de las fuerzas del par terrestre. (1) Sea A (fig. 24) uno de los polos de una aguja imanada, libremente suspendida. (2) Esta aguja se mueve expontáneamente en la dirección del par terrestre, debiéndose por lo tanto considerar á éste como una *fuerza directriz.*

Supongamos la aguja AF colocada en la posición de equilibrio, plano meridiano, N. S., ó sea, aceptemos que AF es una de las fuerzas del par; el ángulo FAN que forma la dirección AF con su proyección AT en el plano horizontal XAY, es la inclinación I de la aguja.

Descompongamos ahora la fuerza F según tres direcciones rectangulares cualesquiera. Sean primeramente las



dos componentes T y Z en el plano del meridiano: tienen como valores respectivamente

$$T = F \cos I, \quad Z = F \operatorname{sen} I.$$

(1) Se demuestra que la acción magnética no tiene componente vertical y que tampoco la tiene horizontal, y puesto que el sistema de fuerzas magnéticas terrestres no tiene ni componente vertical ni horizontal, debe admitirse que se reduce á *un par:* es lo que se llama el *par terrestre.*

(2) Tal cual se observa en las cajas de las brújulas comunes.

Y si descomponemos en seguida la componente horizontal T en su plano, llamando a al azimut del plano de las XZ, se tendrá

$$X = T\cos a = F\cos I\cos a;\quad Y = T\operatorname{sen} a = F\cos I\operatorname{sen} a.$$

De estas últimas fórmulas deducimos:

$$F = \frac{X}{\cos I\cos a};\quad F = \frac{Y}{\cos I\operatorname{sen} a};\quad F = T\times\frac{1}{\cos I'};\quad F = T\times\frac{1}{\cos I'};$$

donde se ve que para una misma inclinación I los puntos de la aguja no obedecen á otra fuerza que á la T, estando la aguja en el plano meridiano magnético.

Una vez que la aguja se encuentra en el plano meridiano, se mide la inclinación, y con este elemento I se puede deducir la inclinación I' que tendría la aguja fuera del meridiano magnético solicitada por fuerzas extrañas al par terrestre. Supongamos que el equilibrio sea entonces el AF' en el plano de las XZ, ó sea $a = 0$, entonces $\cos a = 1$ y $\operatorname{sen} a = 0$; de consiguiente, $X = T$ é $Y = 0$, lo que está de acuerdo con la naturaleza del asunto.

Atendiendo á la fórmula $Z = F\operatorname{sen} I$, tendremos $F = \dfrac{Z}{\operatorname{sen} I}$, ecuación que no resuelve el problema de hallar I'; pero si conservamos el valor a para la declinación natural é I para la inclinación en el mismo caso, se tendrá

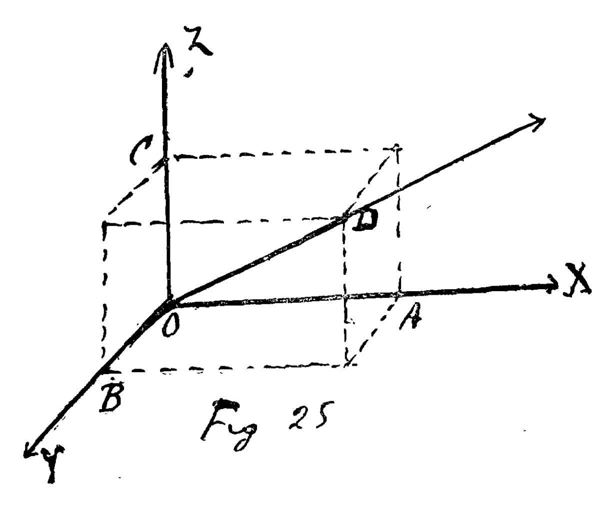
$$\operatorname{tg} I' = \frac{Z}{X} = \frac{F\operatorname{sen} I}{F\cos I\cos a} = \frac{\operatorname{tg} I}{\cos a},$$

y el problema queda resuelto.

93. PROBLEMA. — *Hallar la resultante de tres fuerzas, obrando según las aristas de un triedro trirrectangular.*

Sean OA, OB y OC (fig. 25) esas tres fuerzas que solicitan el punto O por las direcciones OX, OY, OZ, y cuyos valores algebraicos representaremos sucesivamente por F_x, F_y, F_z; sea R la resultante OD y α, β y γ los ángulos que ésta forma con los ejes OX, OY y OZ. Ima-

ginando unido D con A, la recta DA, por el teorema de las tres perpendiculares, es perpendicular á OA, luego



$OA = F_x = R \cos \alpha$; $F_x{}^2 = R^2 \cos^2 \alpha$ (1). Del mismo modo

$$F_y{}^2 = R^2 \cos^2 \beta,$$
$$F_z{}^2 = R^2 \cos^2 \gamma.$$

Sumando estas igualdades con la (1), resulta

$$F_x{}^2 + F_y{}^2 + F_z{}^2 = R^2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma);$$

$$R^2 = \frac{F_x{}^2 + F_y{}^2 + F_z{}^2}{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma}.$$

Pero en virtud de un principio que veremos después *(100)*, $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$, luego

$$R^2 = F_x{}^2 + F_y{}^2 + F_z{}^2.$$

De aquí y de los valores anteriores sacamos

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{\sqrt{F_x{}^2 + F_y{}^2 + F_z{}^2}};$$

$$\cos \beta = \frac{F_y}{\sqrt{F_x{}^2 + F_y{}^2 + F_z{}^2}};$$

$$\cos \gamma = \frac{F_z}{\sqrt{F_x{}^2 + F_y{}^2 + F_z{}^2}}.$$

Ejercicios

1. La vista de un observador en alta mar se extiende hasta una distancia d ¿á qué altura se encontrará elevado sobre el nivel del mar, suponiendo conocido el ángulo α de depresión y el radio R de la Tierra?

2. Dada la paralaje horizontal de un astro, calcular la paralaje de ese mismo astro á una altura dada cualquiera.

3. Hallar la paralaje horizontal de la Luna, utilizando en parte el procedimiento empleado oportunamente por Lacaille y Lalande.

4. Dos observadores distantes entre sí 1875 metros, miden al mismo tiempo las alturas de un punto notable de una nube. Dicho punto se halla situado en el plano vertical de la base de observación, y siendo los ángulos observados 75 y 80° respectivamente, se quiere determinar la altura de la nube, suponiendo á los observadores en el mismo horizonte.

5. Hallar las áreas de los casquetes polares, ó sea de las zonas frías.

6. Hallar la extensión de un arco de paralelo terrestre, cuya latitud es de 48° 50' y la diferencia de longitud de sus extremidades 3° 36', suponiendo que la circunferencia terrestre es de 40,000 kilómetros.

7. Averiguar el área de la zona terrestre que se percibe desde un punto situado á 150^{m} de elevación.

8. ¿Qué parte de la superficie terrestre constituye cada una de las zonas principales del globo terrestre?

9. Conociendo la altura de un objeto, determinar la distancia desde la cual puede verse, suponiendo la Tierra perfectamente esférica. (El objeto puede ser un foso, una montaña, una torre).

10. Calcular el volumen del segmento terrestre limitado por los círculos polar antártico que tiene una latitud Sur de 66° 33'.

11. ¿Qué dirección tiene un rayo de luz después de salir de un paralelípedo de cristal, respecto á la dirección que llevaba á la entrada?

12. Un punto material M obligado á permanecer sobre un plano en el que la línea de máxima pendiente es una recta $A\,B$, se encuentra en equilibrio bajo la acción de su peso P y de tres fuerzas iguales al doble de su peso dirigidas, una F según la horizontal, otra F' según la vertical, de abajo hacia arriba, y la tercera F'' según $B\,A$ (B arriba de A). Determinar: 1.°, la inclinación del plano sobre el plano horizontal; 2.°, la presión ejercida sobre el plano.

13. Hallar la ecuación de la trayectoria de un punto material

animado de dos movimientos simultáneamente rectilíneos, uno uniforme de velocidad V, cuya dirección hace un ángulo α con el horizonte, el otro uniformemente acelerado, siendo g esta aceleración, y dirigido según la vertical.

14. Una barra pesada AB de largo $2a$, descansa sobre dos planos inclinados perfectamente pulidos: encontrar el ángulo que hace AB con el plano horizontal en el momento de equilibrio.

15. ¿Cuánto tiempo se halla el Sol sobre el horizonte de un lugar de latitud λ, el día en que su declinación es D? (discusión).

16. En ese mismo lugar, ese mismo día, ¿á qué hora empezará el crepúsculo matutino y á qué hora el vespertino?

17. Demostrar que la velocidad angular del desplazamiento de la meridiana con relación á la traza horizontal del plano de oscilación de un péndulo es proporcional al seno de la latitud del lugar.

18. Entre la inclinación i de un lugar y las inclinaciones aparentes i', i'' de la aguja imanada en dos planos rectangulares se tiene la relación: $\cot^2 i = \cot^2 i' + \cot^2 i''$:

19. Una aguja de inclinación, en la cual el eje de suspensión no pasa justamente por el centro de gravedad, habiéndose sido imanadas sucesivamente en un sentido y en otro, ha dado inclinaciones i' é i'': demostrar que la inclinación magnética i está dada por la relación, $\operatorname{tg} i = \frac{1}{2} (\operatorname{tg} i' + \operatorname{tg} i'')$.

20. Dos agujas imanadas fijas á un mismo eje perpendicular al meridiano magnético hacen entre ellas un ángulo dado: ¿en qué posición el sistema se encontrará en equilibrio bajo la acción de la Tierra?

21. Se da un disco circular de cristal, en el cual penetra un rayo de luz horizontal que se refleja: hallar la incidencia de este rayo para que después de la reflexión salga paralelo al rayo incidente.

22. ¿Cuál es el indice de un prisma de ángulo dado que produce una desviación conocida al rayo normal á una de sus caras?

23. Un punto luminoso se halla situado bajo un espesor de agua conocido ¿cuál es la profundidad aparente según la posición del observador?

24. La esfera movible de la balanza de Coulomb, después de estar electrizada al contacto de la esfera fija, se ha desviado un ángulo α: ¿cuál será el desplazamiento si se saca de la bola fija la unidad de su electricidad?

25. Una barra homogénea forma una palanca acodada en A á ángulo recto y en donde las dos partes tienen por largo $AC = \alpha$ y $AB = \beta$: encontrar la posición de equilibrio cuando se suspenda la palanca: 1.º, por el punto A; 2.º, por el punto C.

CAPÍTULO III

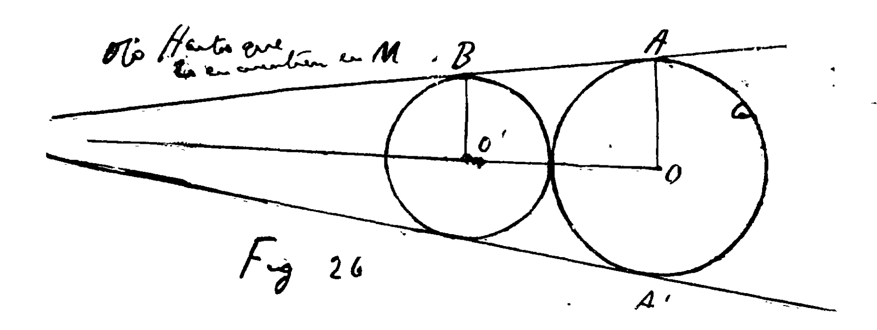
VARIAS APLICACIONES TEÓRICAS

ARTÍCULO I

APLICACIONES GEOMÉTRICAS

94. Problema. — *Conociendo los radios ϱ y ϱ' de dos circunferencias tangentes exteriores, calcular: 1.º el ángulo M que forman las tangentes exteriores á dichas circunferencias; 2.º las distancias del punto de encuentro á dichos centros.*

1.º Se trata de hallar el ángulo $AMA' = x$ (fig. 26), siendo $OA = \varrho$, $O'B = \varrho'$. Se tiene por lo pronto $\varrho = OM$



$\operatorname{sen} {}^1/_2 x$, $\varrho' = O'M \operatorname{sen} {}^1/_2 x$, y restando $\varrho - \varrho' = (OM - O'M)$ $\operatorname{sen} {}^1/_2 x$. Por otra parte, $OM - O'M = OO' = \varrho + \varrho'$ puesto que el punto de contacto se halla sobre la línea de los centros; entonces $\varrho - \varrho' = (\varrho + \varrho') \operatorname{sen} {}^1/_2 x$, y

$$\operatorname{sen} {}^1/_2 x = \frac{\varrho - \varrho'}{\varrho + \varrho'}.$$

El problema queda resuelto, pues conociendo ${}^1/_2 x$, se conoce x.



Si quisiéramos hallar sen x en vez de sen $\frac{1}{2}x$, escribiríamos

$$\operatorname{sen} x = 2 \operatorname{sen} {}^1/_2 x \cos {}^1/_2 x = 2 \operatorname{sen} {}^1/_2 x \times \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 {}^1/_2 x}$$

$$= 2\frac{\varrho - \varrho'}{\varrho + \varrho'}\sqrt{1 - \frac{(\varrho - \varrho')^2}{(\varrho + \varrho')^2}}$$

$$= 2\frac{\varrho - \varrho'}{\varrho + \varrho'}\sqrt{\frac{(\varrho + \varrho' + \varrho - \varrho')(\varrho + \varrho' - \varrho + \varrho')}{(\varrho + \varrho')^2}}$$

$$= 2\frac{\varrho - \varrho'}{\varrho + \varrho'} \times \frac{2\sqrt{\varrho\varrho'}}{\varrho + \varrho'} = \frac{4(\varrho - \varrho')\sqrt{\varrho\varrho'}}{(\varrho + \varrho')^2}.$$

2.º Los valores de $OM = \frac{\varrho}{\operatorname{sen} {}^1/_2 x}$ y $OM' = \frac{\varrho'}{\operatorname{sen} {}^1/_2 x}$ resuelven esta segunda parte del problema.

95. PROBLEMA. — *Hallar el radio* r *del círculo inscrito en un triángulo, conociendo sus tres lados* a, b, c.

Este problema es más bien de Geometría que trigonométrico, no obstante lo resuelvo aquí para que haya, en primer lugar, aplicación de una fórmula que se ha obtenido y aplicado muchas veces en esta obra, y en segundo lugar, por la aplicación que de éste realizo en el problema siguiente.

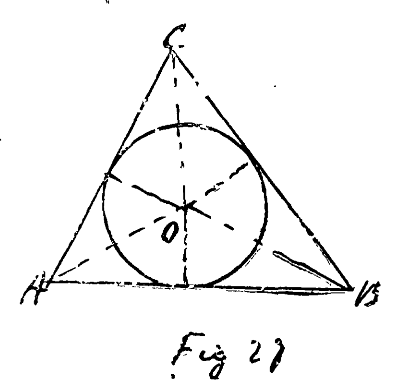


Fig 27

Uniendo O con A, con B y con C (fig. 27), se tiene

$$2 \operatorname{Sup.} AOB = cr,$$

$$2 \operatorname{Sup.} BOC = ar,$$

$$2 \operatorname{Sup.} COA = br.$$

Sumando

$$2S = (a + b + c)r = 2pr, \text{ y } S = pr;$$

pero $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, luego

$$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 2pr, \text{ de donde}$$

$$r = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}.$$

96. Problema. — *Hallar el radio* r *del círculo inscrito á un triángulo, conociendo los ángulos y el perímetro.*

En el problema anterior hallamos $S = pr$; pero en otro paraje (*72* — fórmula H) vimos que $S = p^2 \operatorname{tg} {}^1/_2 A \operatorname{tg} {}^1/_2 B \operatorname{tg} {}^1/_2 C$, luego

$$pr = p^2 \operatorname{tg} {}^1/_2 A \operatorname{tg} {}^1/_2 B \operatorname{tg} {}^1/_2 C, \text{ y}$$

$$r = p \operatorname{tg} {}^1/_2 A \operatorname{tg} {}^1/_2 B \operatorname{tg} {}^1/_2 C.$$

97. Problema. — *Hallar el radio* R *del círculo circunscrito á un triángulo en función de sus tres lados.*

Uniendo O (fig. 28) con B y trazando OD perpendicular á AB, el ángulo DOB es igual al C, que tiene igual medida. Así que ${}^1/_2 c = R \operatorname{sen} C$, de donde $R = \frac{{}^1/_2 c}{\operatorname{sen} C}$; pero $\operatorname{sen} C = 2 \operatorname{sen} {}^1/_2 C \cos {}^1/_2 C$, y además

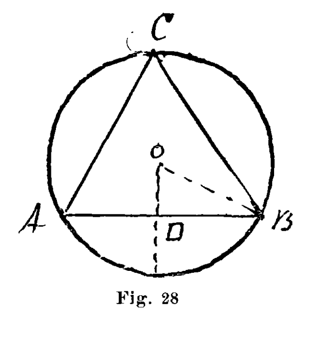


Fig. 28

$$\operatorname{sen} {}^1/_2 C = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}},$$

$$\cos {}^1/_2 C = \sqrt{\frac{p(p-c)}{ab}}, \text{ luego}$$

$$\operatorname{sen} C = 2\sqrt{\frac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{a^2 b^2}}.$$

De manera que

$$R = \frac{{}^1/_2 c}{\frac{2}{ab}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}} = \frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-a)(p-c)}}$$

98. Problema. — *Hallar el ángulo que deben formar dos radios de un círculo cualquiera, para que el área del triángulo formado por dichos radios y por la cuerda que une sus extremidades sea una cierta parte alícuota del círculo, $\frac{1}{n}$ por ejemplo.*

Sea x el ángulo pedido. El área del triángulo indicado en el problema puesto en función de dos lados y el ángulo comprendido x será

$$2S = \varrho^2 \operatorname{sen} x; \quad S = \frac{\varrho^2 \operatorname{sen} x}{2},$$

y entonces

$$\frac{\varrho^2 \operatorname{sen} x}{2} = \frac{1}{n} \pi \varrho^2, \text{ y } \operatorname{sen} x = \frac{2}{n} \pi .$$

Así que si S ha de ser la vigésima parte del círculo, será $\operatorname{sen} x = \frac{1}{10} \pi = 0.3141592.$

99. Problema. — *La diferencia entre las áreas de dos pentágonos regulares, circunscrito é inscrito respectivamente en un círculo, es de un metro: calcular el radio de ese círculo.*

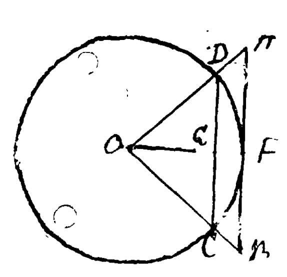


Fig. 29

El pentágono inscrito se compone de cinco triángulos isósceles iguales al OCD (fig. 29), y el circunscrito también de cinco triángulos, pero iguales al AOB. Entonces, $5AOB - 5OCD = 1$. (I)

El área del triángulo AOB es igual á $AF \times \varrho$; pero $AF = \varrho \operatorname{tg} AOF = \varrho \operatorname{tg} 36°$, entonces $AOB = \varrho^2 \operatorname{tg} 36°$. El área del triángulo OCD es igual á $DG \times OG$, y $DG = \varrho \operatorname{sen} 36°$ y $OG = \varrho \cos 36°$, luego $OCD = \varrho^2 \operatorname{sen} 36° \cos 36°$.

Sustituyendo los valores de AOB y OCD en la ecuación (I), se deduce:

$$5\,\varrho^2\,(\text{tg}\,36^\circ - \text{sen}\,36^\circ\cos 36^\circ) = 1,$$

y

$$\varrho^2 = \frac{1}{5\,(\text{tg}\,36^\circ - \text{sen}\,36^\circ\cos 36^\circ)}.$$

Poniendo en vez de $\text{tg}\,36^\circ$ su igual $\frac{\text{sen}\,36^\circ}{\cos 36^\circ}$, y multiplicando después los dos términos del quebrado por $\cos 36^\circ$, se deduce:

$$\varrho^2 = \frac{\cos 36^\circ}{5\,(\text{sen}\,36^\circ - \text{sen}\,36^\circ\cos^2 36^\circ)}$$

$$= \frac{\cos 36^\circ}{5\,\text{sen}\,36^\circ\,(1 - \cos^2 36^\circ)} = \frac{\cos 36^\circ}{5\,\text{sen}^3\,36^\circ}.$$

Y, por último,

$$\varrho = \frac{1}{\text{sen}\,36^\circ}\sqrt{\frac{\cot 36^\circ}{5}}.$$

100. PROBLEMA. — *Dados dos de los tres ángulos que forma la diagonal de un paralelepípedo rectángulo con las aristas concurrentes en un extremo de la diagonal, hallar el tercer ángulo.*

Representemos los ángulos DEA (fig. 30) por α, CEA por β y AEG por x. En el triángulo rectángulo AFE se tiene $\overline{AE}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FE}^2$, pero $\overline{AF}^2 = \overline{EC}^2$, y en el triángulo EFD, $\overline{FE}^2 = \overline{FD}^2 + \overline{ED}^2 = \overline{EG}^2 + \overline{ED}^2$, luego $\overline{AE}^2 = \overline{EC}^2 + \overline{EG}^2 + \overline{ED}^2$; y de aquí este teorema importante de la Geometría: *el cuadrado de la diagonal de un paralelepípedo rectángulo, es igual á la suma de los cuadrados de tres aristas concurrentes.*

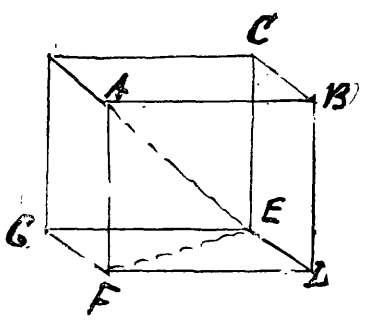


Fig. 30

Ahora, suponiendo unido A con D, el ángulo ADE es recto, en virtud del teorema de las tres perpendiculares, y AE es la hipotenusa de ese triángulo; por lo tanto $ED = AE \cos AED$ y $\cos AED = \frac{ED}{AE}$, ó bien $\cos \alpha = \frac{ED}{AE}$. Uniendo después A con C, se obtiene $\cos \beta = \frac{EC}{AE}$; y por último, $\cos x = \frac{EG}{AE}$. De manera que

$$\cos^2 \alpha = \frac{\overline{ED}^2}{\overline{AE}^2};$$

$$\cos^2 \beta = \frac{\overline{EC}^2}{\overline{AE}^2};$$

$$\cos^2 x = \frac{\overline{EG}^2}{\overline{AE}^2}.$$

Sumando

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 x = \frac{\overline{ED}^2 + \overline{EC}^2 + \overline{EG}^2}{\overline{AE}^2} = \frac{\overline{AE}^2}{\overline{AE}^2} = 1 .$$

Y de aquí también este teorema empleado algunas veces en la Geometría Analítica: *la suma de los cuadrados de los cosenos de los ángulos que forma una recta con tres ejes rectangulares, es igual á 1.*

De nuestro principio resulta:

$$\cos^2 x = 1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta$$

$$= \operatorname{sen}^2 \alpha - \cos^2 \beta$$

$$= (\operatorname{sen} \alpha + \cos \beta)(\operatorname{sen} \alpha - \cos \beta) .$$

Sustituyendo $\beta' = 90^\circ - \beta$ por β, tendremos:

$$\cos^2 x = (\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} \beta')\,(\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} \beta').$$
$$= 2 \operatorname{sen} {}^1/_2 (\alpha + \beta') \cos {}^1/_2 (\alpha - \beta') \times 2 \cos {}^1/_2 (\alpha + \beta') \operatorname{sen} {}^1/_2 (\alpha - \beta'),$$

y, según lo expuesto (*29*, fórm. 18):

$$\cos^2 x = \operatorname{sen}(\alpha + \beta') \operatorname{sen}(\alpha - \beta'),$$

$$\cos x = \sqrt{\operatorname{sen}(\alpha + \beta') \cos(\alpha - \beta')}.$$

101. PROBLEMA. — *Conociendo el lado λ de un cono recto y circular y el ángulo α que forma dicho lado con el eje, hallar el volumen del cono.*

Volumen del cono igual á ${}^1/_3 \pi R^2 A$, hay que hallar R y A, ó sea el radio de la base y la altura. Construída la figura, fácilmente se obtiene:

$$R = \lambda \operatorname{sen} \alpha, \text{ y } R^2 = \lambda^2 \operatorname{sen}^2 \alpha,$$

$$A = \lambda \cos \alpha;$$

luego, $\quad$ Vol. cono $= {}^1/_3 \pi \lambda^2 \operatorname{sen}^2 \alpha \cos \alpha$

$$= {}^1/_6 \pi \lambda^2 \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} \alpha.$$

Ejercicios

1. En un círculo O, la cuerda AB es igual á 3^m275, la cuerda AC que subtiende un arco doble del arco AB, es igual á 4^m120: hallar el radio del círculo.

2. Dado el radio de un círculo $R = 2548^m365$ y el largo de una cuerda $AB = 2609^m019$: hallar el ángulo formado por las dos tangentes trazadas por los extremos de dicha cuerda.

3. Hallar los ángulos de un rombo, conociendo su perímetro $= 864^m36$ y su área $= 32548^{m2}$

4. Hallar el área de un rombo circunscrito á un círculo de 68^m de radio, sabiendo que uno de sus ángulos es igual á 43° 24' 37''.

5. Inscribir un polígono de nueve lados en un círculo de 3^m45 de radio.

6. Hallar el lado de un polígono regular de 20 lados inscrito en un círculo de 15462^m de radio.

7. Un polígono regular de 264 lados se halla inscrito en un

circulo de 8^m de radio; calcular: 1.º, la razón del perímetro de dicho polígono al diámetro del circulo; 2.º, el área de ese polígono; 3.º, el valor de π á menos de 0.0001.

8. Hallar el largo del arco de circulo, cuyo radio es de 5^m, sabiendo que el área del sector que corresponde á este arco es de 7^{m2}.

9. Hallar el área comprendida entre dos tangentes y el arco que abrazan los puntos de contacto; el radio del circulo vale 1 metro y el arco abrazado 40º.

10. Hallar el área de un segmento de circulo comprendido entre un arco de 27º y su cuerda, sabiéndose que el radio de circulo es igual á 8 metros.

11. El mismo problema anterior, pero suponiendo que el arco vale 205º 27' 32", y el radio $15^m 715$.

12. Hallar el volumen del sólido engendrado por la revolución de un triángulo equilátero que gira alrededor de un eje que forma con el lado más próximo un ángulo de 18º, siendo el lado del triángulo de $7^m 35$.

13. Se tiene un tronco de pirámide triangular, cuyas bases son triángulos isósceles; el ángulo del vértice de estos triángulos es de 45°; los lados iguales de la base inferior valen 1 metro cada uno, y los de la superior $1/3$ de metro; la altura del tronco es de 6 metros: hallar el volumen de la pirámide deficiente formada sobre ese tronco.

14. El ángulo formado por la generatriz y el eje de un cono circunscrito á una esfera es de 42º 19' 48", y el radio de la esfera es de 368 metros: calcular el volumen y la superficie lateral del cono.

15. Calcular: 1.º, el ángulo del vértice del cono menor que puede circunscribirse á una esfera; 2.º, el área lateral de ese cono.

16. Averiguar el área de la zona esférica engendrada por un arco de 47º 19' 27",8 que empieza á 76º 47' 42" del eje de revolución, que es el diámetro de la esfera, siendo el radio de ésta 564 metros. Averiguar también el área de la mayor zona engendrada por un arco de 56º 18' 31" sobre la misma esfera.

17. Calcular el coseno del ángulo de dos caras laterales adyacentes de una pirámide exagonal regular, en función del lado de la base y de la altura de la pirámide.

18. En un triángulo rectángulo se da $c = 34828^m 43$ y $B = 48º 35' 27''$: calcular b, y en seguida la cantidad con que debe aumentarse B para que b aumente de 20^m (el lado c queda constante).

19. Calcular el perímetro de un polígono de 19 lados inscrito en un círculo de $0^m 75$ de radio.

20. La distancia de los centros de dos circulos es igual á a, el ángulo de las tangentes exteriores igual á 2α y el de las tangentes interiores á 2β. Calcular los radios.

21. Hallar el volumen del sólido engendrado por la rotación de un trapecio en torno de su base mayor, conociendo los cuatro lados; bases: $a = 100$ y $b = 35$; lados: $c = 40$ y $d = 48$.

22. Determinar el volumen de un paralelepípedo en el que se dan las tres aristas y los tres ángulos que ellos entre sí hacen.

23. Demostrar los siguientes teoremas: *(de Euler)* En todo triángulo, la distancia del centro del círculo circunscrito al centro del círculo inscrito, es media proporcional entre el radio del primer círculo y el exceso de este radio sobre el doble del otro; *(de Ptolomeo)* En el cuadrilátero de las cuerdas: 1.°, el producto de las diagonales es igual á la suma de los productos de los lados opuestos; 2.°, las diagonales son entre sí como la suma de los productos de los lados terminantes en sus extremidades; *(de Viviani)* La suma de las perpendiculares bajadas de un punto interior de un polígono regular sobre los lados, es igual á n veces su apotema (n es el número de lados); *(de Pappus)* El producto de las perpendiculares bajadas de un punto cualquiera de una circunferencia sobre dos lados opuestos de un cuadrilátero inscrito, es igual al producto de las perpendiculares bajadas del mismo punto sobre los otros dos lados. En todo triángulo, la distancia de un vértice al punto de unión de las alturas, es doble de la distancia del lado opuesto al centro del círculo circunscrito. La cuerda de un arco de 108° es igual á la suma de los lados del exágono y del decágono regulares inscritos. Si se prolongan las bisectrices de los ángulos interiores de un triángulo hasta encontrar al círculo circunscrito, y se unen los puntos obtenidos, el triángulo así formado tendrá por superficie $\frac{1}{2}\, p R$. Si los senos de los ángulos de un triángulo se hallan en proporción armónica, lo mismo sucederá para las diferencias $1 - \cos A$, $1 - \cos B$ y $1 - \cos C$. Si los tres lados de un triángulo se hallan en progresión geométrica, el triángulo formado con las tres alturas es un triángulo semejante. En todo trapecio, la diferencia de los cuadrados de las diagonales, es á la diferencia de los cuadrados de los lados no paralelos, como la suma de las bases es á su diferencia. Estando un cuadrado inscrito en un círculo, la suma de los cuadrados de las tangentes de los ángulos sobre los cuales se ve, de un punto cualquiera de la circunferencia, las dos diagonales del cuadrado, es constante é igual á 8. El producto de los radios vectores de un punto cualquiera de una elipse, multiplicado por el cuadrado del coseno del ángulo que la normal hace en ese punto con uno de los radios vectores, es igual al cuadrado del semieje menor.

24. ¿Cuál es el lugar geométrico de los puntos M, tales que, si se traza de cada uno de ellos la tangente $M\,T$ á una circunferencia que tenga por centro el punto O, el ángulo $O\,M\,T$ sea igual á 30°?

25. ¿Cuál es el lugar geométrico de las mitades de las cuerdas de un círculo que partan de un mismo punto de la circunferencia?

26. Por un punto fijo O se traza una cuerda ó una secante OPP' y se toma, á partir de este punto, la media aritmética OM entre las distancias OP y OP'; ¿cuál es el lugar de los puntos M?

ARTÍCULO II

APLICACIONES ALGEBRAICAS

102. PROBLEMA. — *Determinar el valor numérico de* x *en la siguiente expresión:*

$$x = \frac{\sqrt{a^4 - a^3 b - a b^3 + b^4}}{a + b}.$$

Siendo la cantidad polinomia que está debajo del radical divisible por $(a-b)^2$, se tendrá:

$$x = \frac{(a-b)\sqrt{a^2 + ab + b^2}}{a+b} = (a-b)\sqrt{\frac{a^2 + ab + b^2 - ab}{(a+b)^2}}$$

$$= (a-b)\sqrt{1 - \frac{ab}{(a+b)^2}}.$$

Siendo real el valor de x tiene que ser $ab < (a+b)^2$, luego podrá hacerse

$$\frac{ab}{(a+b)^2} = \operatorname{sen}^2 \gamma, \text{ de donde } \operatorname{sen} \gamma = \frac{\sqrt{ab}}{a+b};$$

y por lo tanto,

$$x = (a-b)\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 \gamma} = (a-b)\cos \gamma .$$

γ es conocido por logaritmos; y ahora

$$\text{Log. } x = \text{Log. } (a-b) + \text{log. } \cos \gamma.$$

103. PROBLEMA. — *Resolver una ecuación de segundo grado con auxilio de la Trigonometría.*

Sea la ecuación general $ax^2 + bx + c = o$, cuyas raíces son

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= -\frac{b}{2a}\left(1 \mp \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{b^2}}\right)$$

$$= -\frac{b}{2a}\left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{4ac}{b^2}}\right).$$

En la hipótesis de ser real el valor de x, tiene que ser $\frac{4ac}{b^2} < 1$, ó sea $4ac < b^2$; luego, como en el problema anterior, podemos hacer $\frac{4ac}{b^2} = \operatorname{sen}^2 \nu$, y por lo tanto

$$x = -\frac{b}{2a}(1 \mp \cos \nu).$$

Separando las raíces y sustituyendo por $1 - \cos \nu$ y $1 + \cos \nu$, respectivamente, $2 \operatorname{sen}^2 \frac{\nu}{2}$ y $2 \cos^2 \frac{\nu}{2}$, se tendrá

$$x' = -\frac{2b \operatorname{sen}^2 \frac{\nu}{2}}{2a} = -\frac{b \operatorname{sen}^2 \frac{\nu}{2}}{a};$$

$$x'' = -\frac{b \cos^2 \frac{\nu}{2}}{a}.$$

En el supuesto de ser la ecuación $ax^2 + ba - c = o$, se tendrá

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}, \text{ y}$$

$$x = -\frac{b}{2a}\left(1 \mp \sqrt{1 \mp \frac{4ac}{b^2}}\right).$$

En esta expresión el quebrado puede ser mayor ó menor de 1; entonces no se puede representar por un seno ni por un coseno, lo mismo que por una secante ni por una cosecante, pero sí por una tangente ó una cotangente. Supongamos lo primero de esto último: hagamos $\frac{4ac}{b^2} = \operatorname{tg}^2 \varphi$, y entonces

$$x = -\frac{b}{2a}\left(1 \mp \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}\right).$$

Pero es fácil demostrar en el triángulo OAT (fig. 1) que $1 + \operatorname{tg}^2 \varphi = \sec^2 \varphi$; luego

$$x = -\frac{b}{2a}(1 \mp \sec \varphi)$$

$$= -\frac{b}{2a}\left(1 \mp \frac{1}{\cos \varphi}\right)$$

$$= -\frac{b}{2a}\left(\frac{\cos \varphi \mp 1}{\cos \varphi}\right).$$

Separando raíces

$$x' = \frac{-b(\cos \varphi - 1)}{2a \cos \varphi} = \frac{b(1 - \cos \varphi)}{2a \cos \varphi} = \frac{2b \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi}{2}}{2a \cos \varphi} = \frac{b \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi}{2}}{a \cos \varphi},$$

$$x'' = \frac{-2b \cos^2 \frac{\varphi}{2}}{2a \cos \varphi} = -\frac{b \cos^2 \frac{\varphi}{2}}{a \cos \varphi}.$$

PRINCIPIO. — *La suma de las raíces de una ecuación de segundo grado es igual al coeficiente de* x *con signo contrario partido por el de* x^2, *y el producto es igual al término conocido tal cual está en la ecuación, también partido por el coeficiente de* x^2.

$$x' + x'' = -\frac{b \operatorname{sen}^2 \frac{\nu}{2}}{a} - \frac{b \cos^2 \frac{\nu}{2}}{a} = -\frac{b}{a}\left(\operatorname{sen}^2 \frac{\nu}{2} + \cos^2 \frac{\nu}{2}\right) = -\frac{b}{a},$$

puesto que *(15)*

$$\cos^2 \frac{\nu}{2} + \cos^2 \frac{\nu}{2} = 1 .$$

$$x' \times x'' = \frac{b^2}{a^2} \operatorname{sen}^2 \frac{\nu}{2} \cos^2 \frac{\nu}{2} = \frac{b^2}{4a^2} \times 4 \operatorname{sen}^2 \frac{\nu}{2} \cos^2 \frac{\nu}{2} = \frac{b^2}{4a^2} \operatorname{sen}^2 \nu;$$

pero $$\operatorname{sen}^2 \nu = \frac{4ac}{b^2},$$

luego $$x' \times x'' = \frac{b^2}{4a^2} \times \frac{4ac}{b^2} = \frac{c}{a}.$$

Lo mismo se probaría para el caso de ser c negativo.

NOTAS. — I. En el caso de ser la ecuación reducida $x^2 + px + q = o$, la que se ha obtenido después de hacer $\frac{b}{a} = p$, y $\frac{c}{a} = q$, entonces

$$x' = -p \frac{\operatorname{sen}^2 \frac{\varphi}{2}}{\cos \varphi}; \quad x'' = -p \frac{\cos^2 \frac{\varphi}{2}}{\cos \varphi},$$

y su suma igual á p y su producto igual á q.

II. Cuando fuese la ecuación incompleta $ax^2 + bx = o$,

como se hizo $\frac{4ac}{b^2} = \operatorname{tg}^2 \varphi$, resulta $\varphi = o$, y en tal caso

$\cos \varphi = 1$, $\operatorname{sen}^2 \frac{\varphi}{2} = o$, $\cos^2 \frac{\varphi}{2} = 1$, de donde

$$x' = -\frac{b}{a} \times o = o; \quad x'' = -\frac{b}{a} \times 1 = -\frac{b}{a}.$$

Tratándose de la otra ecuación incompleta $ax^2 + c = o$, siendo entonces $b = o$, φ será igual á 90°, y las raíces una sería infinita y otra indeterminada; como algo análogo sucedería con la hipótesis de $\frac{4ac}{b^2} = \operatorname{sen}^2 \nu$, hay que evitar la resolución por el método trigonométrico. Más adelante, sin embargo, insistiremos con esta ecuación en el artículo de las ecuaciones binomias.

III. Supóngase todavía en la ecuación general $ax^2 + bx + c = o$, $a = b = c = 1$, de donde se obtiene algebraicamente $x = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{-3}$. Pero adviértase en este caso que las raíces no pueden ser reales, puesto que $\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{b^2}} = \sqrt{1 - \frac{4ac}{b^2}}$, no puede ser real, puesto que $\frac{4ac}{b^2}$, en la hipótesis hecha, vale -3.

103 A. Problema.—*Resolver la ecuación completa de tercer grado* $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, ó bien, $x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = 0$.

Sabemos que toda ecuación completa de este grado se puede transformar en otra que no contenga segunda potencia de la incógnita. Para demostrarlo basta hacer $x = y + z$, sustituir en la ecuación $y + z$ por x, hacer las potencias y demás operaciones, é igualar á cero después el coeficiente de y^2, que será una función de primer grado en z; esta igualación á cero nos da el valor de z, y en seguida una ecuación de la forma

$$y^3 + py + q = o.$$

Resuelta esta ecuación, obtendremos los valores de y, y como antes se conoció el de z, podríamos hallar fácilmente los valores de $x=y+z$. Nos ocuparemos, pues, nada más que de la ecuación *reducida* $y^3+py+q=o$, adoptando en ésta como de costumbre la letra x, en vez de la y. Así que vamos á resolver la ecuación

$$x^3+px+q=o.$$

Hagamos la hipótesis $x=\alpha+\beta$, siendo α y β dos variables que se acomoden á todas las contingencias á que las someta nuestro razonamiento. Resulta:

$$(\alpha+\beta)^3+p(\alpha+\beta)+q=o,$$

ó bien $$\alpha^3+\beta^3+(p+3\alpha\beta)(\alpha+\beta)+q=o.$$

Si hacemos $3\alpha\beta=-p$, será $\alpha^3+\beta^3+q=o$. Tenemos entonces

$$\alpha\beta=-\frac{p}{3}, \quad \text{ó} \quad \alpha^3\beta^3=-\frac{p^3}{27};$$

$$\alpha^3+\beta^3=-q;$$

luego α^3 y β^3 son las raíces de la ecuación de 2.º grado.

$$X^2+qX-\frac{p^3}{27}=o;$$

de donde $$\alpha^3=-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}};$$

$$\beta^3=-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}.$$

Siendo reales los valores de x, tiene que ser $\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}$

igual ó menor que cero, y esto exige evidentemente que p sea negativo; luego, en este caso, la ecuación propuesta deberá tomar la forma

$$x^3 - p x + q = o. \qquad (1)$$

Así es como la vamos á estudiar en Trigonometría. Si hacemos

$$x = r \operatorname{sen} \omega, \qquad (2)$$

en que x es función lineal, de primer grado, de r y goniométrica ó angular de ω, después de hacer la correspondiente sustitución, resulta

$$r^3 \operatorname{sen}^3 \omega - p r \operatorname{sen} \omega + q = o,$$

de donde $$\operatorname{sen}^3 \omega - \frac{p}{r^2} \operatorname{sen} \omega + \frac{q}{r^2} = o. \qquad (3)$$

Pero hemos visto en otro lugar *(30)* que

$$4 \operatorname{sen}^3 \omega - 3 \operatorname{sen} \omega + \operatorname{sen} 3\omega = o,$$

ó bien $$\operatorname{sen}^3 \omega - \frac{3}{4} \operatorname{sen} \omega + \frac{1}{4} \operatorname{sen} 3\omega = o. \qquad (4)$$

Identificando esta ecuación con la (3), resulta

$$\frac{p}{r^2} = \frac{3}{4}, \quad \text{ó} \quad r = 2\sqrt{\frac{p}{3}};$$

$$\frac{q}{r^3} = \frac{1}{4} \operatorname{sen} 3\omega, \quad \text{ó} \quad \operatorname{sen} 3\omega = \frac{4q}{r^3}.$$

Conociendo 3ω se calcula en seguida ω. Se conocen entonces r y ω, y por lo tanto

$$x = r \operatorname{sen} \omega.$$

NOTA. — A su tiempo (*107.* CONSECUENCIA) tendremos ocasión de ver á cuantos arcos pertenece sen $3\,\omega$.

EJERCICIOS. — Resolver las ecuaciones:

$$x^3 - \frac{403}{441}x + \frac{46}{147} = o.$$

$$x^3 - 12\,x^2 + 12\,x - 3 = o.$$

$x^3 - 7\,x + 6 = o$. (La suma algebraica de las raíces es igual á cero).

PROBLEMA. — Si la fecha de la Independencia americana ha de representarse por el número $106a$, en que a vale 10, ¿cuál será la base aritmética de ese número?

APÉNDICE GENERAL

CAPÍTULO I

ESTUDIO DE LAS LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS

ARTÍCULO I

NUEVO MÉTODO DE ENCARAR LAS LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS

104. RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO. — También llamadas FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS, y algunas veces RELACIONES Ó FUNCIONES GONIOMÉTRICAS. Para definirlas consideremos el ángulo ABC (fig. 31) menor que un recto; tómese un punto cualquiera M sobre uno de los lados AB y desde él trácese una perpendicular al otro lado BC; indicando el ángulo por B, se tendrán las siguientes *definiciones:*

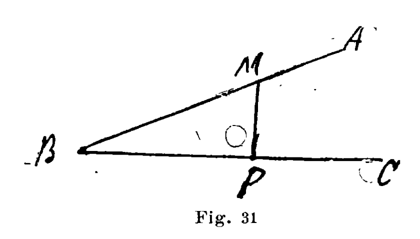


Fig. 31

$\frac{MP}{BM}$, ó sea $\frac{perpendicular}{hipotenusa}$, se llama SENO del ángulo B;

$\frac{BP}{BM}$, ó sea $\frac{base}{hipotenusa}$, se llama COSENO del ángulo B;

$\frac{MP}{BP}$, ó sea $\frac{perpendicular}{base}$, se llama TANGENTE del ángulo B;

$\frac{BP}{MP}$, ó sea $\frac{base}{perpendicular}$, se llama COTANGENTE del ángulo B;

$\frac{BM}{BP}$, ó sea $\frac{\textit{hipotenusa}}{\textit{base}}$, se llama SECANTE del ángulo B;

$\frac{BM}{MP}$, ó sea $\frac{\textit{hipotenusa}}{\textit{perpendicular}}$, se llama COSECANTE del ángulo B.

Además, la diferencia entre 1 y el coseno de A se llama SENO VERSO, y la diferencia entre 1 y el seno se conoce con el nombre de COSENO VERSO, y aunque el seno verso se usa algo más que el coseno verso, raramente se usan estas dos relaciones goniométricas. Tomando el complemento del ángulo ABC, sería fácil observar que el seno de un ángulo es igual al coseno del complemento y recíprocamente, y lo demás que ya se ha dicho *(10)*.

De las definiciones acabadas de dar y por consideraciones geométricas (véase el número *12)*, se llega á demostrar que las relaciones enunciadas son constantes cuando el ángulo no varía. (Puede hacerse la demostración como ejercicio).

105. RELACIONES DEDUCIDAS.—De las definiciones dadas en el número anterior, tenemos:

$$\operatorname{tg} B \times \cot B = \frac{MP}{BP} \times \frac{BP}{MP} = 1,$$

y entonces, siendo a el ángulo,

$$\operatorname{tg} a = \frac{1}{\cos a}; \quad \cot a = \frac{1}{\operatorname{tg} a}.$$

Después $\quad \sec B \times \cos B = \frac{BM}{BP} \times \frac{BP}{BM} = 1,$

y por lo tanto,

$$\sec a = \frac{1}{\cos a}; \quad \cos a = \frac{1}{\sec a}.$$

Y $$\operatorname{cosec} B \times \operatorname{sen} B = \frac{BM}{MP} \times \frac{MP}{BM} = 1,$$

de donde $$\operatorname{cosec} a = \frac{1}{\operatorname{sen} a}; \quad \operatorname{sen} a = \frac{1}{\operatorname{cosec} a}.$$

Por último,

$$\operatorname{tg} B = \frac{MP}{BP} = \frac{MP}{BP} : \frac{BM}{BM} = \frac{MP}{BM} : \frac{BP}{BM} = \operatorname{sen} B : \cos B;$$

$$\cot B = \frac{BP}{MP} = \frac{BP}{MP} : \frac{BM}{BM} = \frac{BP}{BM} : \frac{MP}{BM} = \cos B : \operatorname{sen} B;$$

ó sea $$\operatorname{tg} a = \frac{\operatorname{sen} a}{\cos a}; \quad \cot a = \frac{\cos a}{\operatorname{sen} a}.$$

Por otra parte, en el triángulo BMP se tiene

$$\overline{MP}^2 + \overline{BP}^2 = \overline{BM}^2$$

Y dividiendo ambos miembros por $\overline{BM}^2$,

$$\left(\frac{MP}{BM}\right)^2 + \left(\frac{BP}{BM}\right)^2 = 1,$$

ó $\operatorname{sen}^2 B + \cos^2 B = 1$, es decir, $\operatorname{sen}^2 a + \cos^2 a = 1$.

Y si en la misma igualdad $\overline{BM}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{MP}^2$, se divide ambos miembros por $\overline{BP}^2$, se tendrá

$$\left(\frac{BM}{BP}\right)^2 = 1 + \left(\frac{MP}{BP}\right)^2,$$

ó bien $\sec^2 B = 1 + \operatorname{tg}^2 B$; $\sec^2 a = 1 + \operatorname{tg}^2 a$.

EJERCICIO. — Obténgase $\operatorname{cosec}^2 a = 1 \mp \cot^2 a$.

NOTA GENERAL. — Se comprende perfectamente que siguiendo una marcha análoga á la empleada, pero utilizando después fórmulas ya deducidas, se podrán obtener, con los convenios del número *104*, todas las fórmulas que hemos encontrado ó explicado en el curso expuesto antes del APÉNDICE que estamos ahora desarrollando. Algunas veces, sin embargo, convendrá emplear ciertos medios gráficos de demostración para llegar á determinados resultados. Así, por ejemplo, se trata de hallar $\operatorname{tg} {}^1/_2 A$ en función del ángulo A (fig. 32). Sabemos que el ángulo MDP es igual á ${}^1/_2 A$, y entonces *(104)*

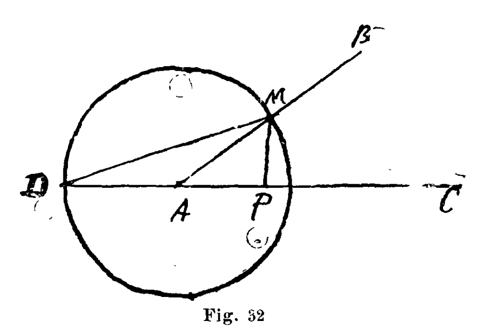


Fig. 32

$$\operatorname{tg} {}^1/_2 A = \frac{MP}{DP} = \frac{MP}{DA+AP} = \frac{MP}{AM+AP} = \frac{MP:AM}{1+\frac{AP}{AM}} = \frac{\operatorname{sen} A}{1+\cos A},$$

pudiéndose modificar esta fórmula del modo que convenga.

106. NO HAY DIFERENCIA RADICAL ENTRE UNAS DEFINICIONES Y OTRAS. — Efectivamente, entre las definiciones dadas en el número *104* y las primeras de los números *4*, *6* y *12*, en el fondo son las mismas. Se empleó aquí la palabra radio en vez de hipotenusa y se suprimió la palabra *base* para decir *distancia del centro al pie del seno*. Por lo demás, las fórmulas que antes encontramos en este APÉNDICE se pueden hallar sin hacer previamente el radio igual á la unidad; es cuestión de adoptar el mismo mecanismo que allí usamos. Yo creo que es una ventaja salvar tal mecanismo, y para ello basta hacer sencillamente la hipótesis que no hacen los modernos tratadistas

en el estudio de las fórmulas goniométricas. Ni siquiera la novedad del asunto nos inclinó jamás á esa escuela de las numerosas razones, escritas hasta con letras mayúsculas para hacerlas más incómodas aún.

ARTÍCULO II

GENERALIZACIÓN DE LAS LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS

107. HALLAR LOS ARCOS Á QUE PERTENECE UN SENO. — Supongamos que sea $a < 180^o$ el arco primitivo; entonces $\text{sen}\, a = \text{sen}\,(\pi - a)$ [1]. Ya tenemos dos arcos que tienen un mismo seno. Si al arco a le agrego π, obtengo un arco cuyo extremo libre se hallaría debajo del diámetro horizontal y de consiguiente su seno sería negativo, luego $\text{sen}\, a \neq \text{sen}\,(\pi + a)$; pero si le agrego 2π, me vuelve á dar el primer extremo libre ó sea el de a; luego $\text{sen}\, a = \text{sen}\,(2\pi + a)$. Y si á $2\pi + a$ se agregan otros 2π, se reproducen los mismos senos; luego $\text{sen}\, a = \text{sen}\,(2K\pi + a)$, siendo K el número de circunferencias que se agregan á a; K es un número entero cualquiera.

Por otra parte, razonando como acabamos de hacerlo, se deduce que $\text{sen}\,(\pi - a) = \text{sen}\,[2K\pi + \pi - a] = \text{sen}\,[(2K+1)\pi - a]$; luego, finalmente, el seno de un arco a pertenece á todos los arcos representados por $(2K\pi + a)$ y $[(2K+1)\pi - a]$, en que K puede variar desde 0 hasta el infinito.

CONSECUENCIA. — El seno de 3ω se halla comprendido en los valores acabados de deducir $(2K\pi + 3\omega)$ y $[(2K+1)\pi - 3\omega]$, y por lo tanto, ω entre

$$\left(\frac{2K\pi}{3} + \omega\right) \text{ y } \left[\frac{(2K+1)}{3}\pi - \omega\right].$$

Si hacemos $K=0$, $K=1$, $K=2$, tendremos sucesiva-

(1) Empleo π no como número sino como representación, aunque ilegítima, de 180^o.

mente los arcos ω, $\frac{2\pi}{3}+\omega$, $\frac{4\pi}{3}+\omega$, $\frac{\pi}{3}-\omega$, $\pi-\omega$ y $\frac{5\pi}{3}-\omega$; de manera que el sen ω pertenece también al arco $(\pi-\omega)$ y el seno de $\left(\frac{2\pi}{3}+\omega\right)$ al $\left(\frac{\pi}{3}-\omega\right)$, puesto que

$$\frac{2\pi}{3}+\omega=\frac{3}{3}\pi-\frac{\pi}{3}+\omega=\pi-\left(\frac{\pi}{3}-\omega\right).$$

Del mismo modo,

$$\operatorname{sen}\left(\frac{4\pi}{3}+\omega\right)=-\operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{3}-\omega\right)=-\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}+\omega\right),$$

porque $\quad \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi}{3}+\omega\right)=\operatorname{sen}\left[2\pi-\left(\frac{4\pi}{3}+\omega\right)\right]$

$$=\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3}-\omega\right)=-\operatorname{sen}\left(\pi+\frac{2\pi}{3}-\omega\right)=-\operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{3}-\omega\right);$$

$$\operatorname{sen}\left(\frac{4\pi}{3}+\omega\right)=\operatorname{sen}\left(\pi+\frac{\pi}{3}+\omega\right)=-\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}+\omega\right).$$ (1)

108. Hallar los arcos á que pertenece un coseno. — Sea siempre el arco $a<180^{\circ}$. Desde luego se tiene $\cos a=\cos(-a)$, y también $\cos a=\cos(2K\pi+a)$ y $\cos(-a)=\cos(2K\pi-a)$; luego los arcos que tienen el mismo coseno son a, $2K\pi+a$, $-a$, $2K\pi-a$, en que K puede tener todos los valores enteros que se quiera; y en general, $(2K\pi\pm a)$.

109. Hallar los arcos á que pertenece una tangente. — En la tangente no se verifica como en el seno que sea $\operatorname{tg} a$ igual á $\operatorname{tg}(\pi-a)$, ni como en el coseno $\operatorname{tg} a$ igual á $\operatorname{tg}(-a)$; pero, en cambio, si á a agregamos una media circunferencia, resulta una tangente igual á la del arco a, y si la aumentamos en otra media, resulta otra vez una tangente igual; luego $\operatorname{tg} a=\operatorname{tg}(K\pi+a)$, en que K vale un número entero cualquiera.

---

(1) Con estos resultados resuélvase completamente la ecuación $x^3+5x^2-2x-24=0$.

De manera que $K\pi + a$ comprende todos los arcos que tienen la misma tangente.

110. Arcos de las demás líneas. — En el mismo caso que la tangente se halla la cotangente; $K\pi + a$ encierra todos los arcos de igual cotangente. La secante del mismo modo que el coseno: $2K\pi \pm a$ comprende todos los arcos de igual secante. La cosecante como el seno: $(2K\pi + a)$ y $[(2K+1)\pi - a]$ comprenden todos los arcos de igual cosecante.

111. Extensión de una fórmula. — problema. — *Hallar la tangente de la suma de varios arcos.*

Tenemos *(27)*

$$\operatorname{tg}(a+b) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b};$$

de consiguiente,

$$\operatorname{tg}(a+b+c) = \operatorname{tg}[(a+b)+c] = \frac{\operatorname{tg}(a+b) + \operatorname{tg} c}{1 - \operatorname{tg}(a+b)\operatorname{tg} c}.$$

Sustituyendo por $\operatorname{tg}(a+b)$ su igual antes escrito, se halla

$$\operatorname{tg}(a+b+c) = \frac{\dfrac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b} + \operatorname{tg} c}{1 - \dfrac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}\operatorname{tg} c} = \frac{\dfrac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}}{\dfrac{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} c - \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}};$$

$$\operatorname{tg}(a+b+c) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} c - \operatorname{tg} b \operatorname{tg} c}.$$

En el caso de ser $b = c = a$, sería

$$\operatorname{tg} 3a = \frac{3\operatorname{tg} a - \operatorname{tg}^3 a}{1 - 3\operatorname{tg}^2 a}.$$

En general, si se tienen m arcos a, b, c, d,..... l, y se indica por S_1 la suma de las tangentes de los arcos, por S_2 la suma de los productos binarios de éstas, por S_3 la de los ternarios, y finalmente por S_m el producto de todas estas tangentes, se tendrá:

$$\operatorname{tg}(a+b+c\ldots.+l)=\frac{S_1-S_3+S_5\ldots\ldots\pm S_m}{1-S_2+S_4\ldots\ldots\pm S_{m-1}}.$$

Ejercicio. — Demuéstrese que esta fórmula es general. Empléese el método *de proche en proche*, esto es, que si ella es cierta para $m-1$ factores, también es cierta para el caso de m factores.

112. Generalización de algunas fórmulas. — 1.ª Hemos visto (28) que

$$\operatorname{sen} 2a = 2 \operatorname{sen} a \cos a,$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a.$$

Supongamos que el valor de $\operatorname{sen} a$ esté determinado por un número cualquiera A; á pesar de esto el arco a está indeterminado *(107)*; pero sus valores se hallan comprendidos en las expresiones $(2K\pi + a)$ y $[(2K+1)\pi - a]$. Por lo tanto,

$$\operatorname{sen} 2a = \operatorname{sen}(4K\pi + 2a) = \operatorname{sen} 2a;$$

$$\operatorname{sen} 2a = \operatorname{sen}(4K\pi + 2\pi - 2a) = \operatorname{sen}(-2a) = -\operatorname{sen} 2a.$$

Después

$$\cos 2a = \cos(4K\pi + 2a) = \cos 2a;$$

$$\cos 2a = \cos(4K\pi - 2a) = \cos(-2a) = \cos 2a.$$

Donde se ve que $\operatorname{sen} 2a$ puede tener los dos valores $\pm$ de $\operatorname{sen} a$, mientras que el coseno nada más que uno. Y esto mismo sucedería si se nos diera $\cos a = A$, puesto

que en tal caso los valores del arco a se hallan comprendidos *(108)* en las expresiones $2K\pi \pm a$, y entonces

$$\operatorname{sen} 2a = \operatorname{sen}(4K\pi \pm 2a) = \operatorname{sen}(\pm 2a) = \pm \operatorname{sen} 2a;$$

$$\cos 2a = \cos(4K\pi \pm 2a) = \cos(\pm 2a) = \cos 2a.$$

2.ª Se sabe *(30)* que

$$\operatorname{sen} 3a = 3 \operatorname{sen} a - 4 \operatorname{sen}^3 a;$$

$$\cos 3a = \cos^3 a - 3 \operatorname{sen}^2 a \cos a.$$

Si en la segunda de estas fórmulas se sustituye $1 - \cos^2 a$ por $\operatorname{sen}^2 a$, después de hechas las correspondientes reducciones, se saca

$$\cos 3a = 4 \cos^3 a - 3 \cos a.$$

Y como se ve, $\operatorname{sen} 3a$ y $\cos 3a$ pueden expresarse racionalmente, el primero en función de $\operatorname{sen} a$ y el segundo en función de $\cos a$. Razonando ahora como en el caso anterior, se vería que suponiendo $\operatorname{sen} a = A$, $\operatorname{sen} 3a$ tendría un sólo valor y $\cos 3a$ dos, mientras que si se diera $\cos a = A$, $\operatorname{sen} 3a$ tendria dos valores y $\cos 3a$ uno sólo.

3.ª Si en la fórmula final del número *111* hacemos $b = c = d = \ldots\ldots = l = a$, hallaríamos el valor de $\operatorname{tg} ma$ bajo una forma algo complicada; podemos emplear una expresión más sencilla para nuestro objeto. Se deduce

$$\operatorname{tg}(a + b + c) = \operatorname{tg}[a + (b + c)] = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg}(b + c)}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg}(b + c)}.$$

Hagamos $b = c = a$, y por lo tanto,

$$\operatorname{tg} 3a = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} 2a}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} 2a}.$$

Y generalizando (véase el método en el EJERCICIO del número *111*, se halla

$$\operatorname{tg} m a = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg}(m-1)a}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg}(m-1)a}.$$

Siendo dado el valor de $\operatorname{tg} a$, el de $\operatorname{tg} m a$ está determinado. Efectivamente, los valores del arco a en este caso se hallan comprendidos *(109)* en la expresión $K\pi + a$, y entonces los de $\operatorname{tg} m a$ en $\operatorname{tg}(mK\pi + ma)$; pero sea m par ó impar, siempre se tiene $\operatorname{tg}(mK\pi + ma) = \operatorname{tg} m a$, luego

$$\operatorname{tg} m a = \operatorname{tg} a.$$

Luego, como caso particular, $\operatorname{tg} 3a = \operatorname{tg} a$.

4.ª Se vieron *(31)* las fórmulas

$$\operatorname{sen} {}^1/_2\, a = \pm\sqrt{\frac{1-\cos a}{2}}; \quad \cos {}^1/_2\, a = \pm\sqrt{\frac{1+\cos a}{2}}.$$

Por estas fórmulas se ve que los valores absolutos de $\operatorname{sen} {}^1/_2\, a$ y $\cos {}^1/_2\, a$ están determinados, pero no sus respectivos signos. Para esta segunda determinación supongamos, como ya lo hemos hecho alguna vez, $\cos A = a$; los valores del arco a se hallan comprendidos en la expresión $2K\pi \pm a$, de donde los de $\operatorname{sen} {}^1(_2\, a$ y $\cos {}^1/_2\, a$ se hallarán comprendidos á su vez en las fórmulas siguientes:

$$\operatorname{sen} {}^1/_2\, a = \operatorname{sen}(K\pi \pm {}^1/_2\, a),$$

$$\cos {}^1/_2\, a = \cos(K\pi \pm {}^1/_2\, a).$$

Si K es un número par, $\operatorname{sen} {}^1/_2\, a = \operatorname{sen}(2r\pi \pm {}^1/_2\, a) = \operatorname{sen}(\pm {}^1/_2\, a) = \pm \operatorname{sen} {}^1/_2\, a$; y $\cos {}^1/_2\, a = + \cos {}^1/_2\, a$.

Si K es impar, $\operatorname{sen} {}^1/_2\, a = \operatorname{sen}(K\pi \pm {}^1/_2\, a) = \mp \operatorname{sen} {}^1/_2\, a$; $\cos {}^1/_2\, a = \cos(K\pi \pm {}^1/_2\, a) = -\cos {}^1/_2\, a$.

Donde se ve que tanto sen $^1/_2\,a$ como cos $^1/_2\,a$ puede tomar los dos valores del radical de la fórmula respectiva.

5.ª En el problema resuelto *(32)* se hallaron

$$\text{sen}\,{}^1/_2\,a = \pm\,{}^1/_2\sqrt{1+\text{sen}\,a} \mp {}^1/_2\sqrt{1-\text{sen}\,a}\,;$$

$$\cos\,{}^1/_2\,a \pm {}^1/_2\sqrt{1+\text{sen}\,a} \pm {}^1/_2\sqrt{1-\text{sen}\,a}.$$

Como se ve, se tienen aquí cuatro valores para sen $^1/_2\,a$ y otros cuatro para cos $^1/_2\,a$ iguales respectivamente entre sí. Y esto tenía que suceder. En efecto, como el valor que se da es el de sen a, y el arco a se halla comprendido entre los arcos que sabemos *(107)*, se tendrá

$$\text{sen}\,{}^1/_2\,a = \text{sen}\,(K\pi + {}^1/_2\,a);\;\; \cos\,{}^1/_2\,a = \cos\,(K\pi + {}^1/_2\,a);$$

$$\text{sen}\,{}^1/_2\,a = \text{sen}\left(K\pi + \frac{\pi}{2} - {}^1/_2\,a\right);\;\; \cos\,{}^1/_2\,a = \cos\left(K\pi + \frac{\pi}{2} - {}^1/_2\,a\right).$$

Supongamos primero que K sea un número par, y entonces

$$\text{sen}\,{}^1/_2\,a = \text{sen}\,{}^1/_2\,a;\;\; \text{sen}\,{}^1/_2\,a = \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - {}^1/_2\,a\right) = \cos\,{}^1/_2\,a;$$

$$\cos\,{}^1/_2\,a = \cos\,{}^1/_2\,a;\;\; \cos\,{}^1/_2\,a = \cos\left(\frac{\pi}{2} - {}^1/_2\,a\right) = \text{sen}\,{}^1/_2\,a.$$

Si K es un número impar, será

$$\text{sen}\,{}^1/_2\,a = -\text{sen}\,{}^1/_2\,a;\;\; \text{sen}\,{}^1/_2\,a = -\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - {}^1/_2\,a\right) = -\cos\,{}^1/_2\,a;$$

$$\cos\,{}^1/_2\,a = -\cos\,{}^1/_2\,a;\;\; \cos\,{}^1/_2\,a = -\cos\left(\frac{\pi}{2} - {}^1/_2\,a\right) = -\text{sen}\,{}^1/_2\,a.$$

De todo lo cual resulta que $\cos \frac{1}{2} a$ y $\operatorname{sen} \frac{1}{2} a$, además de ser iguales entre sí, hay para cada uno de ellos los cuatro valores anunciados. (Sería bueno hacer la descomposición material de estos valores y continuar los signos de manera que siempre resulte $2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} \cos \frac{1}{2} a = \operatorname{sen} a$).

113. TEOREMA. — *Si dos arcos tienen iguales senos y cosenos, tendrán los mismos extremos.*

DEMOSTRACIÓN. — Suponemos $\operatorname{sen} a = \operatorname{sen} a'$, $\cos a = \cos a'$, y vamos á probar que a y a' tienen iguales extremidades. En efecto, $\operatorname{sen} a \operatorname{sen} a' = \operatorname{sen}^2 a$, $\cos a \cos a' = \cos^2 a$; luego $\cos a \cos a' + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} a' = 1$; ó

$$\cos (a - a') = 1.$$

Por lo tanto *(108)*, $a - a' = 2 K\pi$, puesto que el primer valor de $a - a'$ es cero; entonces $a = a' + 2 K\pi$, luego a y a' tienen los mismos extremos.

COROLARIO. — *Entonces dos arcos que no tienen los mismos extremos, no tienen tampoco los senos y los cosenos respectivamente iguales.*

EJERCICIOS RESUELTOS. — Algunos de éstos ya han sido propuestos en páginas anteriores.

I. *Hallar los valores de* x *en la expresión* $\operatorname{tg}(-x) + \operatorname{tg} x = m$. A primera vista parece que el valor de m, para ser posible la igualdad, ha de ser necesariamente 0. Es indudable que esto es cierto; pero según valga x, podrá haber algún caso de que m no sea necesariamente 0.

Se tiene, en efecto,

$$\operatorname{tg}(-x) + \operatorname{tg} x = -\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} x,$$

luego
$$\operatorname{tg}(-x) + \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} x (1 - 1),$$

y entonces
$$\operatorname{tg} x (1 - 1) = m,$$

ó sea
$$\operatorname{tg} x = \frac{m}{0} = \infty .$$

Vale decir que cuando x valga 90^o, m no es cero. Y no sólo $x = 90^o$, sino también igual á $K\pi + 90^o$.

II. *Hallar el mismo valor de* m *cuando se tenga*

$$\operatorname{sen} x + \cos x = m.$$

Puesto que $\operatorname{tg} 45^o$ es igual á 1, se podrá escribir

$$\operatorname{sen} x + \frac{\operatorname{sen} 45^o}{\cos 45^o} \cos x = m,$$

ó bien
$$\frac{\operatorname{sen} x \cos 45^o + \cos x \operatorname{sen} 45^o}{\cos 45^o} = m,$$

y
$$\frac{\operatorname{sen}(x + 45^o)}{\cos 45^o} = m.$$

Ahora bien, el mayor valor de $\operatorname{sen}(x + 45^o)$ es igual á 1, luego $x + 45^o = 90^o$, y $x = 45^o$. De aquí

$$\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = m, \quad \text{ó} \quad m = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2},$$

que es el mayor valor buscado.

Ejercicios

1.º Escríbase la expresión de todos los valores de x, que den para m el máximo $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

2.º Búsquese el máximo valor de m, en la ecuación $3 \operatorname{sen} x + 2 \cos x = m$.

3.º Hágase lo mismo en las siguientes expresiones:

$$3 \operatorname{tg} x - 2 \cot x = m; \quad \sec x + \operatorname{cosec} x = m.$$

4.º Dígase á qué valores del arco x puede ser aplicada la igualdad

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2\sqrt{\sec^2 x - 1}}{2 - \sec^2 x}.$$

5.° ¿Deben ser limitados de alguna manera los arcos x é y en la expresión

$$\cos x \pm \operatorname{sen} y = 2 \operatorname{sen}\left[45^\circ + {}^1/_2 (x \mp y)\right] \cos\left[45^\circ - {}^1/_2 (x \pm y)\right]?$$

6.° ¿En qué supuesto podrá ser $1 + \operatorname{sen} x = \operatorname{senover} x = 2$?

114. ECUACIONES SIMULTÁNEAS. — I. *Resolver el siguiente sistema, en donde* m, x *é* y *representan valores angulares, y* n *es un número.*

$$x + y = m$$

$$\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = n.$$

De la segunda ecuación se deduce $2 \operatorname{sen}\frac{x+y}{2} \cos\frac{x-y}{2} = n$; pero siendo $x + y = m$, resultaría

$$\cos\frac{x-y}{2} = \frac{n}{2 \operatorname{sen}\frac{m}{2}}.$$

Como $\cos\frac{x-y}{2}$ se halla comprendido entre -1 y $+1$, tiene que ser

$$-1 \leqq \frac{n}{2 \operatorname{sen}\frac{m}{2}} \leqq +1;$$

de donde, cuadrando, se deduce

$$\frac{n^2}{4 \operatorname{sen}^2 \frac{m}{2}} \leqq 1, \quad \text{ó} \quad n^2 \leqq 4 \operatorname{sen}^2 \frac{m}{2}.$$

Cuando esta condición se cumple, $\cos\frac{x-y}{2}$ tiene un valor admisible, y en tal caso *(108)*

$$\frac{x-y}{2}=2K\pi\pm a.$$

Por otra parte, $\frac{x+y}{2}=\frac{m}{2}$; luego, por un principio de Álgebra, será

$$x=\frac{m}{2}+2K\pi\pm a;$$

$$y=\frac{m}{2}-2K\pi\mp a;$$

en donde K debe tener el mismo valor.

II. *Resolver el sistema*

$$x+y=m$$

$$\cos x+\cos y=n.$$

Se procede como antes, sabiendo que $\cos x+\cos y= 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$; y la condición de posibilidad será

$$n^2\leqq 4\cos^2\frac{m}{2}.$$

III. *Resolver el sistema*

$$x+y=m$$

$$\operatorname{sen} x \operatorname{sen} y=n.$$

Sabemos que $\cos(x-y)-\cos(x+y)=2\,\text{sen}\,x\,\text{sen}\,y=2n$; luego

$$\cos(x-y)=2n+\cos m.$$

Y la posibilidad de igualdad requiere que

$$-1 \leqq 2n+\cos m \leqq +1;$$

ó bien, $-1-\cos m \leqq 2n$, y $2n \leqq 1-\cos m$, vale decir

$$-(1+\cos m) \leqq 2n \leqq 1-\cos m,$$

ó $$-\cos^2\frac{m}{2} \leqq n \leqq \text{sen}^2\frac{m}{2}.$$

Y entonces, si esto sucede, será como antes

$$x-y=2K\pi+a,$$

de donde se deducen los valores de x é y, puesto que ya $x+y=m$.

IV. *Resolver el sistema*

$$x+y=m$$

$$\frac{\text{sen}\,x}{\text{sen}\,y}=n.$$

De la segunda ecuación se saca

$$\frac{\text{sen}\,x+\text{sen}\,y}{\text{sen}\,x-\text{sen}\,y}=\frac{n+1}{n-1},$$

ó bien $$\frac{\text{tg}\,{}^1/_2(x+y)}{\text{tg}\,{}^1/_2(x-y)}=\frac{n+1}{n-1};$$

y de aquí $$\text{tg}\,{}^1/_2(x-y)=\frac{(n-1)\,\text{tg}\,{}^1/_2\,m}{n+1}.$$

Cualquiera que sea el valor de $\operatorname{tg} {}^1/_2 (x-y)$, siempre es posible tener

$$x-y=2K\pi+2a,$$

de donde se deducen los valores de x y de y.

V. *Resolver el sistema*

$$x+y=m$$

$$\frac{\cos x}{\cos y}=n.$$

Por un principio de Aritmética, se deduce de esta segunda ecuación:

$$\frac{\cos x-\cos y}{\cos x+\cos y}=\frac{n-1}{n+1}.$$

Pero $$\frac{\cos x-\cos y}{\cos x+\cos y}=\frac{-2\operatorname{sen}\frac{x+y}{2}\operatorname{sen}\frac{x-y}{2}}{2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}}$$

$$=-\operatorname{tg}\frac{x+y}{2}\operatorname{tg}\frac{x-y}{2}=-\operatorname{tg}\frac{m}{2}\operatorname{tg}\frac{x-y}{2}=\frac{n-1}{n+1};$$

luego $$\operatorname{tg} {}^1/_2 (x-y)=\frac{1-n}{1+n}\cot\frac{m}{2}.$$

La conclusión de este ejercicio queda indicada en el último resuelto.

EJERCICIOS. — 1.° Resolver los sistemas

$$\left\{\begin{array}{l} x+y=m \\ \dfrac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} y}=n. \end{array}\right\} \quad \left\{\begin{array}{c} x+y=m \\ \cos x\cos y=n. \end{array}\right\}; \quad \left\{\begin{array}{c} x+y=m \\ \operatorname{tg} x+\operatorname{tg} y=n. \end{array}\right\}; \quad \left\{\begin{array}{c} x+y=m \\ \operatorname{tg} x\operatorname{tg} y=n. \end{array}\right\}.$$

2.° En todos los cinco sistemas resueltos, así como en los cuatro del Ejercicio anterior, suponer conocido $x - y$ en vez de $x + y$.

3.° Supóngase $x+y=116° 27'$, y sucesivamente $\text{sen}\, x+\text{sen}\, y={}^5/_9$; $\text{tg}\, x + \text{tg}\, y = 8$; $\cos x \cos y = {}^3/_8$.

4.° Supóngase $x - y = 15° 38'$, y también $\cos x + \cos y = 1.24$.

5.° En el sistema $\begin{matrix} \text{tg}\,(x+y) = 2+\sqrt{3} \\ \text{tg}\,(x-y) = 2-\sqrt{3} \end{matrix}$, hallar todos los valores angulares de x é y.

6.° Hallar todos los valores de x en la ecuación $4\cos^2 x - 2m \cos x - 1 = 0$.

7.° Resolver los sistemas

$$\left\{\begin{matrix} \text{tg}\, x + \text{tg}\, y = 2 \\ 2\cos x \cos y = 1. \end{matrix}\right\}; \quad \left\{\begin{matrix} \text{sen}\, x + \text{sen}\, y = m \,\text{sen}\, a \\ \cos x + \cos y = m \cos a \end{matrix}\right\};$$

$$\left\{\begin{matrix} \text{tg}\, x + \text{tg}\, y = m \\ \text{tg}\,\frac{x}{2} + \text{tg}\,\frac{y}{2} = n. \end{matrix}\right\}; \quad \left\{\begin{matrix} \text{tg}\, x + \text{tg}\, y = a \\ \cot x + \cot y = b \\ x + y = c \end{matrix}\right\}.$$

8.° Resolver la ecuación $\dfrac{a^2 \,\text{sen}\, \alpha \,\text{sen}\, x}{\text{sen}\,(\alpha + x)} - \dfrac{b^2 \,\text{sen}\, \beta \,\text{sen}\, x}{\text{sen}\,(\beta + x)} = d$

CAPÍTULO II

FUNCIONES CIRCULARES

ARTÍCULO I

ÓRMULA DE MOIVRE

115. TEOREMA. — *El producto y cociente de dos imaginarias complejas de la forma* $\cos a + \text{sen}\, a \sqrt{-1}$, *es una imaginaria de la misma forma en donde el arco* a *se halla reemplazado por* a ± b *respectivamente.*

DEMOSTRACIÓN. — Multiplicando $\cos a + \text{sen}\, a \sqrt{-1}$ por $\cos b + \text{sen}\, b \sqrt{-1}$, se encuentra

$$(\cos a + \text{sen}\, a \sqrt{-1})\,(\cos b + \text{sen}\, b \sqrt{-1})$$

$$= \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b + \operatorname{sen} a \cos b \sqrt{-1} + \cos a \operatorname{sen} b \sqrt{-1}$$

$$= \cos (a + b) + \operatorname{sen} (a + b) \sqrt{-1},$$

y la primera parte del teorema queda demostrado. Para probar la segunda, multipliquemos $\cos(a-b)+\operatorname{sen}(a-b)\sqrt{-1}$ por $\cos b + \operatorname{sen} b \sqrt{-1}$, y tendremos, en virtud de lo que acabamos de demostrar,

$$[\cos (a - b) + \operatorname{sen} (a - b) \sqrt{-1}] (\cos b + \operatorname{sen} b \sqrt{1})$$

$$= \cos a + \operatorname{sen} a \sqrt{-1},$$

de donde

$$\frac{\cos a + \operatorname{sen} a \sqrt{-1}}{\cos b + \operatorname{sen} b \sqrt{-1}} = \cos (a - b) + \operatorname{sen} (a - b) \sqrt{-1}.$$

Y el teorema queda completamente demostrado.

OBSERVACIÓN. — En lo sucesivo representaremos $\sqrt{-1}$ por i, según notación de Gauss, y que es como generalmente se usa.

116. TEOREMA. — *Para elevar á una potencia* m, *ó para extraer la raíz* m *de una expresión de la forma* $\cos a + i \operatorname{sen} a$, *se multiplica el arco por el exponente ó se divide por el índice.*

DEMOSTRACIÓN. — Sabemos que $(\cos a + i \operatorname{sen} a)$ $(\cos b + i \operatorname{sen} b) = \cos (a + b) + i \operatorname{sen} (a + b)$; si hacemos $b = a$, se tiene $(\cos a + i \operatorname{sen} a)^2 = \cos 2a + i \operatorname{sen} 2a$; y también, después de multiplicar ambos miembros de la igualdad por $(\cos a + i \operatorname{sen} a)$, $(\cos a + i \operatorname{sen} a)^3 = \cos 3a + i \operatorname{sen} 3a$. En general,

$$(\cos a + i \operatorname{sen} a)^m = \cos ma + i \operatorname{sen} ma. \qquad \text{(I)}$$

NOTA. — Se puede demostrar esta generalidad valiéndose del método indicado *(111)*.

Lo que acabamos de demostrar patentiza esta igualdad:

$$\left(\cos\frac{a}{m} + i\,\text{sen}\frac{a}{m}\right)^m = \cos a + i\,\text{sen}\,a.$$

Extrayendo la raíz emésima de ambos mienbros é invirtiendo éstos, resulta:

$$(\cos a + i\,\text{sen}\,a)^{\frac{1}{m}} = \cos\frac{a}{m} + i\,\text{sen}\,\frac{a}{m}\cdot$$

El teorema queda demostrado.

117. Fórmula de Moivre. — Esta fórmula es la señalada con la letra (I) en el teorema anterior: $(\cos a + i\,\text{sen}\,a)^m = \cos m\,a + i\,\text{sen}\,m\,a$. Vamos á demostrar ahora que esta formula es general. Tenemos: 1.º

$$(\cos a + i\,\text{sen}\,a)^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{(\cos a + i\,\text{sen}\,a)^p} = \sqrt[q]{(\cos a p + i\,\text{sen}\,a p}$$

$$= (\cos a p + i\,\text{sen}\,a p)^{\frac{1}{q}} = (116)\ \cos\frac{p}{q}\,a + i\,\text{sen}\frac{p}{q}\,a.$$

2.º $$(\cos a + i\,\text{sen}\,a)^{-m} = \frac{1}{(\cos a + i\,\text{sen}\,a)^m} = \frac{1}{\cos m a + i\,\text{sen}\,m a}.$$

Multiplicando los dos términos de este quebrado por $\cos m\,a - i\,\text{sen}\,m\,a$, tendremos

$$(\cos a + i\,\text{sen}\,a)^{-m} = \frac{\cos m\,a - i\,\text{sen}\,m\,a}{\cos^2 m\,a + \text{sen}^2\,m\,a}$$

$$= \frac{\cos m\,a - i\,\text{sen}\,m\,a}{1},$$

y por lo tanto

$$(\cos a + i\,\text{sen}\,a)^{-m} = \cos(-m\,a) + i\,\text{sen}\,(-m\,a),$$

puesto que $\cos m a = \cos(-m a)$ y $\operatorname{sen} m a = -\operatorname{sen}(-m a)$. Luego queda demostrada la generalidad de la fórmula de Moivre:

$$(\cos a + i \operatorname{sen} a)^m = \cos m a + i \operatorname{sen} m a.$$

Y puesto que el arco a puede tomarse en sentido contrario, también se tendrá:

$$[\cos(-a) + i \operatorname{sen}(-a)]^m = \cos(-m a) + i \operatorname{sen}(-m a);$$

$$(\cos a - i \operatorname{sen} a)^m = \cos m a - i \operatorname{sen} m a.$$

Y por lo tanto

$$(\cos a \pm i \operatorname{sen} a)^m = \cos m a \pm i \operatorname{sen} m a;$$

que es la verdadera forma de la fórmula de Moivre.

NOTA.—En el caso de ser fraccionario el exponente de la potencia, esto es, en el caso de ser m igual á $\frac{p}{q}$, el primer miembro de la igualdad en este caso tiene q valores, mientras que el segundo tiene uno sólo; á su tiempo *(126)* demostraremos que esta anomalía no es real, haciendo ver en ese momento la identidad de los valores de $\sqrt[q]{\cos p a + i \operatorname{sen} p a}$ con el de $\cos \frac{p}{q} a + i \operatorname{sen} \frac{p}{q} a$.

ARTÍCULO II

CÁLCULO DE LAS CANTIDADES IMAGINARIAS

118. TEOREMA. — *Toda cantidad imaginaria de la forma* $a \pm i b$ [1] *puede transformarse en otra de la forma* $M(\cos \varphi + i \operatorname{sen} \varphi)$.

(1) a y b son magnitudes lineales, es decir, que a y b no representan arcos.

Demostración. — En efecto, en la identidad

$$a \pm ib = \sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \pm i\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$$

tenemos que $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ es menor que 1 cualquiera que sea el valor de a, positivo ó negativo, entonces podemos hacer $\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\varphi$, ó bien $\log.\cos\varphi = \log.\, a - {}^1/_2 \log.\, (a^2+b^2)$. De esta hipótesis resulta

$$1 - \frac{a^2}{a^2+b^2} = 1 - \cos^2\varphi = \operatorname{sen}^2\varphi,$$

pero $$1 - \frac{a^2}{a^2+b^2} = \frac{b^2}{a^2+b^2},$$

luego $$\frac{b^2}{a^2+b^2} = \operatorname{sen}^2\varphi; \quad \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \operatorname{sen}\varphi.$$

Por lo tanto

$$a \pm ib = \sqrt{a^2+b^2}\,(\cos\varphi \pm i\operatorname{sen}\varphi).$$

Representando la cantidad $\sqrt{a^2+b^2}$ por M, inicial de la palabra *módulo*, porque realmente $\sqrt{a^2+b^2}$ es el módulo de la imaginaria propuesta, se tendrá por fin

$$a \pm ib = M(\cos\varphi \pm i\operatorname{sen}\varphi). \qquad \text{(II)}$$

Nota importante. — De ser

$$\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \operatorname{sen}\varphi \text{ y } \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\varphi,$$

se deduce $\frac{b}{a} = \text{tg}\,\varphi$; de manera que el ángulo φ es más fácil calcularlo que antes, pues $\log.\,\text{tg}\,\varphi = \log.\,b - \log.\,a$.

119. APLICACIONES AL ÁLGEBRA.— La fórmula (II) y algunos teoremas demostrados en el artículo anterior, nos permiten demostrar á su vez, pero con una gran facilidad, ciertos principios algebraicos, relativos á las cantidades imaginarias.

I. *El producto de dos imaginarias complejas, ó binomias, es otra imaginaria de la misma forma.* — En efecto

$$(a+ib)(a'+ib') = M(\cos\varphi + i\,\text{sen}\,\varphi) \times M'(\cos\varphi' + i\,\text{sen}\,\varphi')$$

$$= MM'[\cos(\varphi+\varphi') + i\,\text{sen}(\varphi+\varphi')]$$

$$= MM'\,\text{con}(\varphi+\varphi') + iMM'\,\text{sen}(\varphi+\varphi').$$

Esta expresión, como se ve, es de la misma forma que $\alpha + i\beta$, es decir, una imaginaria compleja.

CASOS PARTICULARES. — 1.º Si $\varphi+\varphi'$ es igual á 90^o, $\cos(\varphi+\varphi') = 0$, y $\text{sen}(\varphi+\varphi') = 1$, y entonces

$$(a+ib)(a'+ib') = 0 + iMM' = iMM',$$

que es un monomio imaginario. Pero siendo $\text{sen}(\varphi+\varphi') = 1$ y $\cos(\varphi+\varphi') = 0$, será $\text{tg}(\varphi+\varphi') = \frac{1}{0} = \infty$.

Por otra parte, $\text{tg}(\varphi+\varphi') = \frac{a'b + ab'}{aa' - bb'}$; luego $aa' - bb' = 0$, y por consiguiente $\frac{a}{b} = \frac{b'}{a'}$.

Este resultado nos dice que si el producto de dos imaginarias complejas es un monomio imaginario, las cantidades reales de tales factores son recíprocas.

EJEMPLO: $(3+4i)(4+3i) = \sqrt{3^2+4^2} \times i\sqrt{4^2+3^2} = 25i$.

2.º Si $\varphi+\varphi' = 270^o$, será $\cos(\varphi+\varphi') = 0$, y $\text{sen}(\varphi+\varphi') = -1$, de donde $\text{tg}(\varphi+\varphi')$ igual al infinito, bien que ne-

gativo. El producto buscado sería en tal caso $-iMM'$, y por lo tanto, uno de los factores negativo, por ejemplo, el producto de $(-a-ib)(a'+ib')$.

3.º Si $\varphi+\varphi'=180^o$, entonces $\cos(\varphi+\varphi')=-1$ y $\operatorname{sen}(\varphi+\varphi')=0$, de donde $\operatorname{tg}(\varphi+\varphi')=0$, lo que da $a'b+ab'=0$ y por lo tanto $\frac{a}{b}=-\frac{a'}{b'}$. El producto se transforma en $-MM'$.

Ejemplo.—El producto $(5+7i)(-10+14i)$ es una cantidad real, puesto que $\frac{5}{7}=-\frac{10}{14}$. Este producto vale $-2\sqrt{5^2+7^2}\times\sqrt{5^2+7^2}=-148$; y el mismo resultado se hallaría de multiplicar $(-5+7i)$ por $(10+14i)$.

II. *El cociente de dos imaginarias complejas, es otra imaginaria de la misma forma.*—

$$\frac{a+ib}{a'+ib'}=\frac{M(\cos\varphi+i\operatorname{sen}\varphi)}{M'(\cos\varphi'+i\operatorname{sen}\varphi')}=\frac{M}{M'}[\cos(\varphi-\varphi')+i\operatorname{sen}(\varphi-\varphi')].$$

Nota.—Invitamos á nuestros lectores á que consideren algunos casos particulares de este resultado.

III. *Las potencias de cantidades imaginarias complejas son cantidades reales, ó imaginarias de la misma forma.*—Se tiene $a+ib=M(\cos\varphi+i\operatorname{sen}\varphi)$, y por lo tanto

$$(a+ib)^m=M^m(\cos\varphi+i\operatorname{sen}\varphi)^m=M^m(\cos m\varphi+i\operatorname{sen} m\varphi).$$

Si $\operatorname{sen} m\varphi$ es igual á cero, el arco $m\varphi$ será igual á 180^o ó á múltiplos de 180^o, puesto que φ no es cero, y en tal caso $(a+ib)^m$ será real, igual á $\pm M^m$ ó $\pm\left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^m$. Si $m\varphi$ no vale 180^o ó múltiplos de π, $(a+ib)^m$ es una cantidad imaginaria de la misma forma $a+ib$.

Corolario. *Las potencias de grado par de imaginarias son cantidades reales, y las impares imaginarias de la misma forma.*—$(0+ib)^m=M^m(\cos m\varphi+i\operatorname{sen} m\varphi)$. Pero *(118)* $\cos\varphi=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{0}{b}=0$, luego $\varphi=90^o$; y $\operatorname{sen}\varphi=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$,

da también en nuestra hipótesis $\varphi = 90°$. Se tiene en definitiva, $(ib)^m = M^m(\cos m\varphi + i \operatorname{sen} m\varphi)^m$. Hagamos $m = 1$, y entonces $(ib)^m = M^m(0 + 1i) = iM^m$; si $m = 2$, $(ib)^m = M^m(-1 + 0i) = -M^m$; si $m = 3$, $m\varphi = -270°$, y de aquí $\cos m\varphi = 0$, $\operatorname{sen} m\varphi = -1$; etc... Téngase además presente que en nuestro caso $M = b$.

IV. *Las raíces de cantidades imaginarias son también imaginarias de la misma forma.* — De la fórmula (II) del número *118,* se deduce:

$$\sqrt[m]{a \pm ib} = \sqrt[m]{M} \times \sqrt[m]{\cos\varphi \pm i \operatorname{sen}\varphi}$$
$$= \sqrt[m]{M} \times (\cos\varphi \pm i \operatorname{sen}\varphi)^{\frac{1}{m}}$$
$$= \sqrt[m]{M}\left(\cos\frac{\varphi}{m} + i \operatorname{sen}\frac{\varphi}{m}\right).$$

Esta expresión final siempre es imaginaria, puesto que no hay para qué considerar el caso de $\frac{\varphi}{m} = 180°$ ó múltiplos de $180°$, lo que daría en tal supuesto $b = 0$, y entonces $a + ib$ no sería imaginaria.

Si a es igual á cero, será á su vez $\sqrt[m]{a \pm ib} = \sqrt[m]{ib}$ (tomando sólo el signo +), y por lo tanto

$$\sqrt[m]{ib} = \sqrt[m]{M}\left(\cos\frac{\varphi}{m} + i \operatorname{sen}\frac{\varphi}{m}\right).$$

Pero $M = \sqrt{a^2 + b^2} = b$; luego $\sqrt[m]{M} = \sqrt[m]{b}$. Por otra parte, $\operatorname{tg}\varphi = \frac{b}{a} = \frac{b}{0} = \infty$; luego $\varphi = 90°$, y de aquí

$$\sqrt[m]{ib} = \sqrt[m]{M}\left(\cos\frac{90°}{m} + i \operatorname{sen}\frac{90°}{m}\right),$$

y también $\sqrt[m]{ib} = \sqrt[m]{M}\left(\cos\frac{90°}{m} - i \operatorname{sen}\frac{90°}{m}\right).$

COROLARIO 1.º — *Toda imaginaria de un grado superior al segundo, siempre se puede reducir á otra de segundo grado, de igual valor.* — De ser

$$\sqrt[2m]{-A}=\sqrt[2m]{A}\times\sqrt[2m]{-1},$$

se deduce

$$\sqrt[2m]{-A}=\sqrt[2m]{A}\sqrt[m]{\sqrt{-1}}=\sqrt[2m]{A}\sqrt[m]{i}.$$

Mas, $i=0+i=M(\cos\varphi+i\operatorname{sen}\varphi)$; y siendo $M=\sqrt{0+1}=1$, y $\operatorname{tg}\varphi=\frac{1}{0}$, de donde $\varphi=90^\circ$, se obtiene $i=\cos 90^\circ+i\operatorname{sen} 90^\circ$ (identidad visible desde luego); entonces

$$\sqrt[m]{\sqrt{-1}}=\sqrt[m]{\cos 90^\circ+i\operatorname{sen}.90^\circ}=\cos\frac{90^\circ}{m}+i\operatorname{sen}\frac{90^\circ}{m};$$

y por último,

$$\sqrt[2m]{-A}=\sqrt[2m]{A}\left(\cos\frac{90^\circ}{m}+i\operatorname{sen}\frac{90^\circ}{m}\right).$$

COROLARIO 2.º — *Las raíces del mismo grado de dos cantidades imaginarias conjugadas, son imaginarias conjugadas.* — Efectivamente, ya se ha visto que

$$\sqrt[m]{a+ib}=\sqrt[2m]{M}\left(\cos\frac{\varphi}{m}+i\operatorname{sen}\frac{\varphi}{m}\right), \text{ y}$$

$$\sqrt[m]{a-ib}=\sqrt[m]{M}\left[\cos\frac{\varphi}{m}-i\operatorname{sen}\frac{\varphi}{m}\right],$$

teniendo φ en ambas igualdades el mismo valor, y por lo tanto $\frac{\varphi}{m}$, y la correspondiente línea trigonométrica. En-

tonces los segundos miembros de tales igualdades se diferencian únicamente en el signo del coeficiente de i; luego dichos segundos miembros son cantidades imaginarias conjugadas.

ARTÍCULO III

RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES BINOMIAS

120. PRELIMINARES. — Una ecuación binomia tiene esta forma: $x^m - 1 = 0$; de donde se saca $x = \sqrt[m]{1}$. Pero la raíz m de 1 vale 1, y de consiguiente el valor de x es 1; la ecuación quedaría resuelta con esta raíz. A esto hay que agregar, sin embargo, que el valor 1 correspondiente á la raíz m de 1 es el valor aritmético; algebraicos hay otros, haciendo un total de tantos como unidades tenga m.

EJEMPLOS.—En la ecuación $x^2 - 1 = 0$, x tiene dos valores algebraicos que son $+1$ y -1; luego la raíz cuadrada de 1 admite dos valores algebraicos, que son al mismo tiempo reales. En la ecuacion $x^3 - 1 = 0$, que se puede escribir $(x-1)(x^2+x+1) = 0$, hay para x tres valores que resultan de igualar sucesivamente á cero los dos factores $(x-1)$ y (x^2+x+1); su valor es real, que es 1, los otros dos son imaginarios. En la ecuación $x^4 - 1 = 0$, hay cuatro valores, dos reales ± 1 y otros dos imaginarios $\pm\sqrt{-1}$, los cuales resultan de hacer los factores binomios (x^2-1) y (x^2+1) de x^4-1 iguales sucesivamente á cero. Y así siguiendo. Las tres ecuaciones binomias resueltas son muy fáciles, y todavía lo es la $x^5 - 1 = 0$ que, para resolverla, se puede escribir así: $(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1) = 0$; la raíz 1 ya la tenemos; para encontrar las otras cuatro, haremos $x^4+x^3+x^2+x+1 = 0$, lo que da, dividiendo por x^2,

$$x^2+x+1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=0\,;$$

$$\left[x^2+2+\frac{1}{x^2}\right]+\left[x+\frac{1}{x}\right]-1=0;$$

$$\left[x+\frac{1}{x}\right]^2+\left[x+\frac{1}{x}\right]-1=0.$$

Resolviendo esta ecuación de segundo grado con respecto á $x+\frac{1}{x}$, se tiene

$$x+\frac{1}{x}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+1},$$

que es una ecuación *doble* de segundo grado, en donde se hallarían las cuatro raíces que se buscaban.

Todavía es sencilla la ecuación $x^6-1=0$, puesto que ella equivale á

$$(x^3+1)\,(x^3-3)=0;$$

de donde sacamos dos ecuaciones $x^3+1=0$, $x^3-1=0$, fáciles de resolver. Resueltas estas dos, obtendremos los seis valores de x que serán los correspondientes á $\sqrt[6]{1}$. Pero aumentando el grado de la ecuación binomia las dificultades crecen de una manera muy rápida, siempre que se las trate algebraicamente y no así por medio de la Trigonometria: es lo que vamos á ver en este artículo.

121. Una ecuación binomia m tiene m raíces. — Consideremos la ecuación binomia más general aún que la anterior $x^m=A$, (1) y sea a una raíz de esta ecuación; tendremos entonces la siguiente identidad $x^m=a^m$. Hagamos ahora $x=a\,y$, y por lo tanto $x^m=a^m\,y^m$; de consiguiente

(1) A puede ser una cantidad real, positiva ó negativa, y también puede ser una cantidad imaginaria; m es un número entero y positivo.

$x^m y^m = x^m$, y $y^m = 1$. Las *m* valores de *y* obtenidos en esta última ecuación, multiplicados sucesivamente por *a*, darán las *m* raíces de la ecuación general $x^m = A$. Vamos á buscar después (*122*) aquellas *m* valores, con auxilio de la Trigonometría.

La identidad $1 = 1$, se puede escribir así

$$\cos 2K\pi + i \operatorname{sen} 2K\pi = 1,$$

puesto que $\cos 2K\pi$ vale 1, cualquiera que sea el valor numérico (siempre entero) de *K*, y $\operatorname{sen} 2K\pi$ vale 0 en todos esos casos. Por lo tanto tenemos, después de establecida dicha hipótesis,

$$y^m = \cos 2K\pi + i \operatorname{sen} 2K\pi,$$

y, atendiendo á lo expuesto (*116*),

$$y = \cos \frac{2K\pi}{m} + i \operatorname{sen} \frac{2K\pi}{m}.$$

PRINCIPIO. — *Si en esta ecuación damos á* K, m *valores enteros sucesivos, resultarán para* y *otros tantos valores desiguales; y si después damos á* K *otros valores enteros diferentes de los anteriores, no resultará para* y *ningún valor diferente de los* m *hallados; luego* $y^m = 1$ *tendrá* m *raíces, y no tendrá una más.*

Sean γ, $\gamma + 1$, $\gamma + 2$, $\gamma + 3 \ldots \gamma + m - 1$ los valores sucesivos que damos á *K*, y entonces resultarán para *y* los siguientes valores:

$$K = \gamma \ldots\ldots\ldots \quad y = \cos \frac{2\gamma\pi}{m} + i \operatorname{sen} \frac{2\gamma\pi}{m};$$

$$K = \gamma + 1 \ldots\ldots \quad y = \cos \frac{2(\gamma + 1)\pi}{m} + i \operatorname{sen} \frac{2(\gamma + 1)\pi}{m};$$

$$K=\gamma+2 \ldots\ldots \quad y=\cos\frac{2(\gamma+2)\pi}{m}+i\,\text{sen}\,\frac{2(\gamma+2)\pi}{m}; \qquad \text{(M)}$$

. . . .

$$K=\gamma+m-1 \ldots \quad y=\cos\frac{2(\gamma+m-1)\pi}{m}+i\,\text{sen}\,\frac{2(\gamma+m-1)\pi}{m}.$$

Puesto que empezamos por γ y acabamos por $\gamma+m-1$, habremos dado á K, m valores distintos; si probamos que los m valores hallados para y en tales suposiciones, son desiguales, ya tendremos una parte de nuestro principio demostrado. Para esta demostración nos basta sencillamente con hacer ver que los arcos $\frac{2\gamma\pi}{m}$, $\frac{2(\gamma+1)\pi}{m}$, $\frac{2(\gamma+2)\pi}{m}$ .... son diferentes, puesto que en este caso los senos y cosenos no serían iguales (*113* — COROLARIO).

Los mencionados arcos se pueden escribir así:

$$\frac{2\gamma\pi}{m};\ \frac{2\gamma\pi}{m}+\frac{2\pi}{m};\ \frac{2\gamma\pi}{m}+\frac{2\pi}{m}+\frac{2\pi}{m};\ \ldots\ldots$$

luego estos arcos forman una progresión aritmética, cuyo primer término es $\frac{2\gamma\pi}{m}$, y la razón $\frac{2\pi}{m}$. Ahora, entre el último arco $\frac{2(\gamma+m-1)\pi}{m}$, y el primero $\frac{2\gamma\pi}{m}$, hay una diferencia positiva de $\frac{2(m-1)\pi}{m}=\frac{m-1}{m}2\pi$, que es una cantidad menor que 2π, puesto que $\frac{m-1}{m}<1$; resulta de aquí que el arco último excede al primero en un arco menor que una circunferencia, luego es distinto de él; y como lo mismo sucede entre los arcos intermedios, con mayor razón, si se quiere de ahí la conclusión de que los valores que figuran en el grupo (M) no son iguales, tal cual queríamos probar.

Para demostrar la segunda parte de nuestro principio, dividamos la serie natural de los números enteros, negativos y positivos en secciones de á m números, siendo una de estas secciones la anterior γ, $\gamma+1$, $\gamma+2$, ... $\gamma+m-1$. Es evidente que entre un número de este grupo y otro que en la sección inmediata anterior ocupa el mismo lugar, hay un excedente m: $\gamma-\gamma'=m$; $(\gamma+1)-(\gamma'+1)=m$; etc....., y por lo tanto entre la γ de nuestro grupo y otra γ de p lugares atrás habrá una diferencia de pm. Esta diferencia, bien que de signo distinto, es la que hay entre un número de la sección empleada y otra que ocupe en p grupos adelante un sitio relativamente igual. Bajo otra forma, si llamamos h un número del grupo empleado, el relativo del grupo p atrás vale $h-pm$, y el de p adelante $h+pm$.

Establecido ésto, supongamos $K=h$ y después $K=h\pm pm$, y entonces

$$K=h \ldots\ldots\ldots \quad y=\cos\frac{2h\pi}{m}+i\,\mathrm{sen}\frac{2h\pi}{m};$$

$$K=h\pm pm \ldots \quad y=\cos\frac{2(h\pm pm)\pi}{m}+i\,\mathrm{sen}\frac{2(h\pm pm)\pi}{m}.$$

Y como $\frac{2(h\pm pm)\pi}{m}=\frac{2h\pi}{m}\pm\frac{2pm}{m}\pi=\frac{2h\pi}{m}\pm 2p\pi$, resulta que los arcos últimos tienen las mismas extremidades, luego los senos y cosenos son respectivamente iguales; luego los valores de y con cualquier valor que se dé á K, distinto de los m valores anteriormente dados, son los mismos obtenidos ya; luego no hay más que m raíces para la ecuación $y^m=1$, y también nada más que m raíces para la general $x^m=A$, que serían las anteriores multiplicadas respectivamente por la determinación aritmética α.

122. Resolución de la ecuación binomia. — Si en el grupo (M) hacemos sucesivamente $K=0$, $=1$, $=2$, $=3$ ... tendremos

$$K=0 \ldots\ldots\ldots \quad y=\cos 0+i\,\text{sen}\,0=1;$$

$$K=1 \ldots\ldots\ldots \quad y=\cos\frac{2\pi}{m}+i\,\text{sen}\,\frac{2\pi}{m};$$

$$K=2 \ldots\ldots\ldots \quad y=\cos\frac{4\pi}{m}+i\,\text{sen}\,\frac{4\pi}{m}; \qquad \text{(N)}$$

$$K=3 \ldots\ldots\ldots \quad y=\cos\frac{6\pi}{m}+i\,\text{sen}\,\frac{6\pi}{m};$$

. . . .

$$K=m-1 \ldots\ldots \quad y=\cos\frac{2(m-1)\pi}{m}+i\,\text{sen}\,\frac{2(m-1)\pi}{m}.$$

Sólo el primero de estos valores aparece real, y aunque los otros tienen forma imaginaria, vamos á ver si hay alguno que todavía sea real. Para que ésto suceda tiene que ser $\frac{2K\pi}{m}=0$, y tal cosa sucede: 1.º, cuando K es cero, como ya lo sabemos; 2.º, cuando $\frac{2K}{m}$ es un número entero λ, puesto que sen $\lambda\pi$ es siempre igual á cero cualquiera que sea el valor de λ. Pero si $\frac{2K}{m}=\lambda$, será $K =\frac{m\lambda}{2}$, y como el *mayor* valor que se dió á K fué $m-1$, resulta que λ no puede valer 2 ni más de 2, porque en tal caso sería $K=m$, contrario á lo supuesto; luego $\lambda=1$, ya que λ ha de ser un número entero (resulta del múltiplo $2K$ de m); entonces $K=\frac{m}{2}$. Y como K es entero, lo será así siempre que m sea un múltiplo de 2 y no lo será cuando m no sea múltiplo de 2; luego este

PRINCIPIO. — *Si en una ecuación binomia,* m *es par, hay dos raíces reales y las demás imaginarias; si* m *es impar, no hay más que una raíz real.*

Una de las raíces reales de la mencionada ecuación $y^m = 1$, ya vimos que es $+1$; la otra se deduce así

$$K = \frac{m}{2} \dots\dots\dots \quad y = \cos\frac{\frac{2m}{2}\pi}{m} + i \operatorname{sen}\frac{\frac{2m}{2}\pi}{m}; \text{ ó}$$

$$y = \cos\pi + i \operatorname{sen}\pi = -1 + 0 = -1.$$

Si m es impar $K = \frac{m\lambda}{2}$ no puede ser entero, puesto que $\lambda = 1$. Entonces no queda para y nada más que la raíz que da $y = \cos 0 + i \operatorname{sen} 0 = 1$.

123. Raíces imaginarias conjugadas. — Cuando m es un número par, después de las raíces reales quedan aún $m-2$ raíces imaginarias, y cuando impar, $m-1$ raíces imaginarias, correspondientes á la ecuación binomia $x^m = A$. Vamos á demostrar ahora aquí un teorema que, en otro orden de consideraciones, se demuestra á su vez en el Álgebra superior: *las raíces imaginarias de una ecuación binomia, superior al primer grado, son imaginarias conjugadas.* En efecto, si suponemos que el primer valor entero de K es γ, el superior será $m-\gamma$, puesto que $\gamma + (m-\gamma)$ deben ser igual al número mayor m de valores que se pueden dar á K. Tenemos entonces para y los valores extremos que dan las siguientes ecuaciones:

$$K = \gamma \dots\dots\dots \quad y = \cos\frac{2\gamma\pi}{m} + i \operatorname{sen}\frac{2\gamma\pi}{m};$$

$$K = m-\gamma \dots\dots \quad y = \cos\frac{2(m-\gamma)\pi}{m} + i \operatorname{sen}\frac{2(m-\gamma)\pi}{m}.$$

Pero

$$\cos\frac{2(m-\gamma)\pi}{m} = \cos\left(2\pi - \frac{2\gamma\pi}{m}\right) = \cos\left(-\frac{2\gamma\pi}{m}\right) = \cos\frac{2\gamma\pi}{m},$$

y $$\operatorname{sen}\frac{2(m-\gamma)\pi}{m} = -\operatorname{sen}\frac{2\gamma\pi}{m}; \text{ luego}$$

$$K = m - \gamma \ldots\ldots \quad y = \cos\frac{2(m-\gamma)\pi}{m} + i \operatorname{sen}\frac{2(m-\gamma)\pi}{m}$$
$$= \cos\frac{2\gamma\pi}{m} - i \operatorname{sen}\frac{2\gamma\pi}{m},$$

que es la imaginaria conjugada de la raíz correspondiente al caso de ser $K = \gamma$.

Si m es par, las raíces reales son aquellas que resultan de hacer $K = 0$ y $K = \frac{m}{2}$; y por lo tanto las imaginarias serán las que se obtienen haciendo sucesivamente $K = 1$, $K = m - 1$; $K = 2$, $K = m - 2$; .... $K = \frac{m}{2} - 1$, $K = \frac{m}{2} + 1$; luego, para obtener las raíces imaginarias de la ecuación $y^m = 1$, cuando m es par, se darán á K los valores 1, 2, 3, ... $\frac{m}{2} - 1$, inclusive, y se unirán á las raíces que así resulten sus conjugadas.

Si m es impar, la única raíz real que se obtiene es la de hacer $K = 0$ en el cuadro (N) del número anterior; las restantes son imaginarias conjugadas. Si se hace $K = 1$, la que dará la conjugada será la de hacer $K = m - 1$; si $K = 2$, la conjugada será cuando $K = m - 2$.............; si $\frac{m-1}{2}$, la conjugada con $\frac{m+1}{2}$. Estos dos últimos valores son los que se acercan más entre sí; su diferencia es 1. Así que dando á K en la fórmula correspondiente *(121)* los valores 1, 2, 3....... $\frac{m-1}{2}$ inclusive, y uniendo á las raíces que así resulten sus conjugadas, se tendrán todas las raíces imaginarias de la ecuación $y^m = 1$, cuando m es impar.

EJEMPLOS (1.er CASO). — Sea la ecuación $y^6 = 1$. Las raíces reales se obtienen haciendo $K = 0$ y $K = 3$; luego las imaginarias se obtendrán haciendo $K = 1$, $K = 2$.

$$K=1 \text{ é } =5 \ldots\ldots y=\cos\frac{\pi}{3}\pm i\,\text{sen}\,\frac{\pi}{3}=\cos 60^o \pm i\,\text{sen}\, 60^o$$
$$=\frac{1\pm i\sqrt{3}}{2}.$$

$$K=2 \text{ é } =4 \ldots\ldots y=\cos\frac{2\pi}{3}\pm i\,\text{sen}\,\frac{2\pi}{3}=\cos 120^o \pm i\,\text{sen}\, 120^o$$
$$=\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}.$$

2.º CASO: m *es un número impar.* — Sea la ecuación $y^5=1$. La única raíz real es 1, que se obtiene haciendo $K=0$, en la fórmula general del número *121*. Las otras cuatro raíces son imaginarias, y se deducen por las siguientes ecuaciones:

$$K=1 \text{ é } =4 \ldots\ldots y=\cos\frac{2\pi}{5}\pm i\,\text{sen}\,\frac{2\pi}{5}=\cos 72^o \pm i\,\text{sen}\, 72^o$$
(1)
$$=\frac{-1+\sqrt{5}\pm i\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}.$$

$$K=2 \text{ é } =3 \ldots\ldots y=\cos\frac{4\pi}{5}\pm i\,\text{sen}\,\frac{4\pi}{5}=-\cos 36^o \pm i\,\text{sen}\, 36^o$$
$$=\frac{-1-\sqrt{5}\pm i\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}.$$

Sea ahora la ecuación $y^7=1$. Las raíces imaginarias resultan de

(1) Los valores de cos 72°, sen 72°, cos 36°, sen 36°, se conocen en los cálculos que debieron hacerse en el número *48*, y sino pueden ahora hacerse aquí: es como se encontrará

$$\cos 72^o=\frac{-1+\sqrt{5}}{4};\quad \text{sen}\ 72^o=\frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}};$$

$$-\cos 36^o=\frac{-1-\sqrt{5}}{4};\quad \text{sen}\ 36^o=\frac{1}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}.$$

$K=1$ é $=6\ldots\ldots$ $y=\cos\frac{2\pi}{7}+i\,\text{sen}\frac{2\pi}{7}$, en que $\cos\frac{2\pi}{7}$ y $\text{sen}\frac{2\pi}{7}$ se calculan por logaritmos.

$K=2$ é $=5\ldots\ldots$ $y=\cos\frac{4\pi}{7}+i\,\text{sen}\frac{4\pi}{7}$, é igual observación que antes.

$K=3$ é $=4\ldots\ldots$ $y=\cos\frac{6\pi}{7}+i\,\text{sen}\frac{6\pi}{7}$, y lo mismo que en la anterior.

NOTA. — Siendo (*116*)

$$\cos\frac{2K\pi}{m}+i\,\text{sen}\frac{2K\pi}{m}=\left(\cos\frac{2\pi}{m}+i\,\text{sen}\frac{2\pi}{m}\right)^{K},$$

resulta que las m raíces de la ecuación $y^m=1$, se obtendrán elevando $\cos\frac{2\pi}{m}+i\,\text{sen}\frac{2\pi}{m}$ á las potencias 0, 1, 2, 3, ... hasta $m-1$ inclusive. En la ecuación $y^5=1$, será

$$\left[\cos\frac{2\pi}{5}+i\,\text{sen}\frac{2\pi}{5}\right]^0=1.$$

$$\left[\cos\frac{2\pi}{5}+i\,\text{sen}\frac{2\pi}{5}\right]^1=\cos 72^o+i\,\text{sen}\,72^o=\text{etc.}$$

$$\left[\cos\frac{2\pi}{5}+i\,\text{sen}\frac{2\pi}{5}\right]^2=\text{etc.}$$

124. EXTENSIÓN DEL NÚMERO ANTERIOR. — Puesto que $\cos 2K\pi+i\,\text{sen}\,2K\pi=1+0$, será también $\cos 2K\pi-i\,\text{sen}\,2K\pi=1$; pero sobemos *(115)* que

$$\left[\cos\frac{2K\pi}{m}\,i\,\text{sen}\frac{2K\pi}{m}\right]^m=\cos 2K\pi+i\,\text{sen}\,2K\pi,$$

y también (*117*) que

$$\left[\cos\frac{2K\pi}{m} - i\,\text{sen}\frac{2K\pi}{m}\right]^m = \cos 2K\pi - i\,\text{sen}\, 2K\pi;$$

luego

$$\cos\frac{2K\pi}{m} + i\,\text{sen}\frac{2K\pi}{m} = \cos\frac{2K\pi}{m} - i\,\text{sen}\frac{2K\pi}{m};$$

y también

$$y = \cos\frac{2K\pi}{m} - i\,\text{sen}\frac{2K\pi}{m}. \qquad \text{(R)}$$

De aquí resulta entonces que, si damos á K valores iguales, pero de signo contrario, se obtendrán para y valores idénticos. Además dando á K, en la fórmula (R) m valores sucesivos *cualesquiera,* resultan las m raíces de la ecuación.

Ejemplo.—En la ecuación $y^8 = 1$, dando á K el valor 10 se obtiene una raíz; dando á K el valos -4 se halla otra; luego con $K = 6$, otra, etc.; así se podrá seguir hasta obtener las 8 raíces de la ecuación.

125. El segundo miembro de la ecuación es negativo. — Resolvimos la ecuación $x^m = A$, ahora vamos á resolver la ecuación $x^m = -A$, siendo A el valor absoluto de $-A$.

1.er Caso : m *es impar.* — Hagamos $x = -x'$, y entonces la ecuación propuesta se transformará en $(-x')^m = -A$, ó, por ser m impar, en $-x'^m = -A$, y por lo tanto

$$x'^m = A.$$

Supongamos 1, a, a', a'' .... las raíces de esta nueva ecuación, las que se hallan por los métodos ya expuestos en números anteriores; de ahí resultará que las raíces de la otra ecuación, la propuesta $x^m = -A$, serán -1, $-a$, $-a'$ etc. Es con estos valores que la ecuación dada queda completamente resuelta.

2.o Caso: m *es un número par.* — A la sola inspección

de la ecuación, se ve que en esta hipótesis las raíces son imaginarias. Sin embargo, las vamos á determinar, como lo hicimos con las imaginarias de la ecuación $x^m = A$. Para ello representemos por a la emésima raíz aritmética de A, y entonces la nueva ecuación $x^m = -A$, nos da

$$x^m = -a^m, \text{ y haciendo } x = a\,y,$$

será
$$a^m y^m = -a^m, \quad \text{ó} \quad y^m = -1.$$

Para resolver esta ecuación, tenemos primeramente

$$\cos(2K+1)\pi = -1; \quad \text{sen}(2K+1)\pi = 0,$$

luego
$$\cos(2K+1)\pi + i\,\text{sen}(2K+1)\pi = -1,$$

y siendo $y^m = -1$, será también

$$y^m = \cos(2K+1)\pi + i\,\text{sen}(2K+1)\pi,$$

de donde, teniendo en cuenta lo expuesto (*116* — Nota),

$$y = \cos\frac{(2K+1)\pi}{m} + i\,\text{sen}\frac{(2K+1)\pi}{m}.$$

Ahora, daríamos á K valores desde 0 hasta $m-1$, como lo hicimos antes, encontrando de esta manera las m raíces imaginarias de la ecuación $y^m = -1$, y después las de la propuesta, multiplicando aquéllas una á uua por a.

Ejercicios. — Resuélvanse las ecuaciones $y^5 = -1$; $y^6 = -1$; $x^5 = -243$; $x^8 = -65536$; $y^7 = -15$; $y^8 = -40$.

126. El segundo miembro de la ecuación binomia es imaginario. — 1.er caso: $A = a + b\sqrt{-1}$. Es decir que la ecuación dada será

$$x^m = a + i\,b,$$

y entonces $$x=\sqrt[m]{a+ib}.$$

Sabemos *(118)* que

$$a+ib=M(\cos\varphi+i\,\text{sen}\,\varphi),$$

y también

$$x=\sqrt[m]{a+ib}=\sqrt[m]{M}\left[\cos\frac{\varphi}{m}+i\,\text{sen}\,\frac{\varphi}{m}\right],$$

en la que φ vale lo que dé la expresión $\cos\varphi=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, ó bien, que es más fácil, $\text{tg}\,\varphi=\frac{b}{a}$.

Por otra parte, $\sqrt[m]{M}\left[\cos\frac{\varphi}{m}+i\,\text{sen}\,\frac{\varphi}{m}\right]$ representa *un valor* de x que supondremos ser *el principal*, como antes decíamos *el aritmético,* y vamos á representarlo por α; entonces $\alpha^m=a+ib$; luego la ecuación que debemos resolver es ésta

$$x^m=\alpha^m,$$

en donde, haciendo como antes

$$x=\alpha y,$$

resulta

$$x^m=\alpha^m y^m,\ \text{ó bien}\ \alpha^m y^m=\alpha^m,\ \text{y por lo tanto}\ y^m=1.$$

Sabemos ya (*120*) que

$$y=\cos\frac{2K\pi}{m}+i\,\text{sen}\,\frac{2K\pi}{m};\ \text{luego}$$

$$x = a\left(\cos\frac{2K\pi}{m} + i\,\mathrm{sen}\frac{2K\pi}{m}\right); \text{ ó bien}$$

$$x = \sqrt[m]{M}\left(\cos\frac{\varphi}{m} + i\,\mathrm{sen}\frac{\varphi}{m}\right)\left(\cos\frac{2K\pi}{m} + i\,\mathrm{sen}\frac{2K\pi}{m}\right);$$

y por lo que se ha visto (*118-1.º*)

$$x = \sqrt[m]{M}\left[\cos\frac{\varphi + 2K\pi}{m} + i\,\mathrm{sen}\frac{\varphi + 2K\pi}{m}\right].$$

Dando á K, en esta fórmula, en la cual $\sqrt[m]{M}$ es una magnitud aritmética, valores enteros 0, 1, 2.... $m-1$, se tendrán m valores diferentes de x, y que son los únicos que puede dar dicha fórmula (*121* — PRINCIPIO).

127. GENERALIZACIÓN DE LA FÓRMULA DE MOIVRE. — Dijimos en otro lugar (*117* — NOTA) que el segundo miembro de la fórmula

$$(\cos a \pm i\,\mathrm{sen}\, a)^{\frac{p}{q}} = \cos\frac{p}{q}a \pm i\,\mathrm{sen}\frac{p}{q}a,$$

no representa nada más que un valor de los q valores comprendidos en el primer miembro de dicha ecuación, desde que éste es la raíz q de una cantidad. Vamos á proceder ahora á las modificaciones que el caso requiere, para hacer respectivamente idénticos los dos miembros en todos los q valores que le son propios.

Según el número anterior, hicimos $x = ay$, lo que nos dice que para hallar las m valores de x en la ecuación $x^m = a + ib$, se multiplica *el valor principal* a por las raíces de la unidad halladas en la ecuación $y^m = 1$; pero 1, según el mismo número anterior, es igual á $\cos\frac{2K\pi}{q} + i\,\mathrm{sen}\frac{2K\pi}{q}$; luego

$$(\cos a \pm i\,\mathrm{sen}\, a)^{\frac{p}{q}} = \left[\cos\frac{p}{q}a + i\,\mathrm{sen}\frac{p}{q}a\right]\left[\cos\frac{2K\pi}{q} + i\,\mathrm{sen}\frac{2K\pi}{q}\right],$$

ó bien

$$(\cos a \pm i \operatorname{sen} a)^{\frac{p}{q}} = \cos \frac{p\,a + 2\,K\pi}{q} \pm i \operatorname{sen} \frac{p\,a + 2\,K\pi}{q},$$

que es la ecuación buscada, ó sea, la que generaliza la fórmula de Moivre.

128. 2.º CASO. — $x^m = a - ib$. Sabemos *(118)* que

$$x^m = a - i\,b = M(\cos \varphi - i \operatorname{sen} \varphi),$$

y también

$$x = \sqrt[m]{a - i\,b} = \sqrt[m]{M}\left[\cos \frac{\varphi}{m} - i \operatorname{sen} \frac{\varphi}{m}\right].$$

Representemos por α *el valor principal* de

$$\sqrt[m]{M}\left[\cos \frac{\varphi}{m} - i \operatorname{sen} \frac{\varphi}{m}\right].$$

Y entonces $\alpha^m = a - i\,b$, y, $x^m = \alpha^m$.

Supongamos, igual que antes,

$$x = \alpha\,y;\ \text{de aquí}\ x^m = \alpha^m\,y^m;\ \alpha^m = \alpha^m\,y^m;\ y^m = 1.$$

Por otra parte, sabemos *(123)* que

$$y = \cos \frac{2\,K\pi}{m} - i \operatorname{sen} \frac{2\,K\pi}{m};$$

luego $$x = \alpha\left[\cos \frac{2\,K\pi}{m} - i \operatorname{sen} \frac{2\,K\pi}{m}\right];$$

$$x = \sqrt[m]{M}\left[\cos \frac{\varphi}{m} - i \operatorname{sen} \frac{\varphi}{m}\right]\left[\cos \frac{2\,K\pi}{m} - i \operatorname{sen} \frac{2\,K\pi}{m}\right];$$

$$x = \sqrt[m]{M}\left[\cos\frac{\varphi + 2K\pi}{m} - i \operatorname{sen}\frac{\varphi + 2K\pi}{m}\right].$$

En esta fórmula, $\sqrt[m]{M}$ es un valor aritmético, y dando en ella valores sucesivos á K desde 0 hasta $m-1$ inclusives, hallaríamos los correspondientes valores de x, que serían todos imaginarios, puesto que no puede nunca ser $\operatorname{sen}\frac{\varphi + 2K\pi}{m}$ igual á cero.

Ejercicios. — Resolver las ecuaciones $x = 1 \pm i$; $x = \sqrt{-16}$; $x = 1 \pm \sqrt{-9}$; $x = 10 \pm \sqrt{-25}$; $x = \pm 5 \pm \sqrt{-5}$. Desdóblense en cada una de ellas los signos de ambigüedad.

129. Algunas propiedades de la ecuación binomia $y^m = 1$. — En el caso de ser m un número primo, no hay nada que agregar á todo lo expuesto acerca de la resolución de dicha ecuación binomia; pero si m es un número compuesto igual á np, siendo n primo con p, se obtendrán todas las raíces de la ecuación $y^m = 1$, multiplicando las n raíces de la ecuación $y^n = 1$ por las p raíces de $y^p = 1$. Efectivamente, supongamos que α es una raíz de la ecuación $y^{np} = 1$, siempre es posible hallar dos números enteros ξ y η, tales que $p\xi = n\eta = K$, esto es, $\frac{2\xi\pi}{n} + \frac{2\eta\pi}{p} = \frac{2K\pi}{np}$. Ahora, siendo *(122)*

$$\alpha = \cos\frac{2K\pi}{np} + i \operatorname{sen}\frac{2K\pi}{np},$$

será también

$$\alpha = \cos\left[\frac{2\xi\pi}{n} + \frac{2\eta\pi}{p}\right] + i \operatorname{sen}\left[\frac{2\xi\pi}{n} + \frac{2\eta\pi}{p}\right];$$

pero de lo expuesto *(115)* y *(119)*, se deduce:

$$a = \left[\cos\frac{2\xi\pi}{n} + i\,\text{sen}\,\frac{2\xi\pi}{n}\right]\left[\cos\frac{2\eta\pi}{p} + i\,\text{sen}\,\frac{2\eta\pi}{p}\right].$$

Y de aquí también se deduce que cada raíz de la ecuación $y^{np} = 1$ es el producto de una de la ecuación $y^n = 1$ por una de la ecuación $y^p = 1$. Por lo tanto, la propiedad anunciada queda puesta en evidencia.

De lo acabado de explanar se deduce el siguiente

COROLARIO. — *La resolución algebraica de la ecuación* $y^m = 1$, *en que* m *es un número compuesto, se reduce á la resolución de ecuaciones de la misma forma que tienen por grados los factores primos, ó las potencias de esos mismos factores primos que entren en el número* m.

EJEMPLO. — En la ecuación $y^{24} = 1$, todo se reduce á resolver las ecuaciones $y^6 = 1$, $y^4 = 1$; ó bien, $y^3 = 1$, $y^2 = 1$, $y^2 = 1$, $y^2 = 1$, en que hay tres repetidas.

ARTÍCULO IV

RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES TRINOMIAS

130. ECUACIONES DE ASPECTO CUADRADO. — Se trata de resolver la ecuación

$$a x^{2m} + b x^m + c = 0,$$

en la que, como se ve, x^{2m} es igual á $(x^m)^2$. Resuelta entonces la ecuación basándonos en esta consideración de grado, nos dará

$$x^m = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

y desdoblando los raíces

$$x^m = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$$x^m = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Y como cada una de estas expresiones constituye una ecuación binomia, resulta de fácil resolución la trinomia propuesta.

Aplicación á la ecuación de segundo grado. — De $x^2 + px + q = 0$, se deduce

$$x' = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad (= y);$$

$$x'' = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad (= z).$$

La ecuación $y = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$, da *(120)*, en el caso de ser $-\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} > 0$, y siendo $y' = 1$,

$$y' = \cos 2K\pi + i \operatorname{sen} 2K\pi,$$

en que K no vale sino 0, luego

$$y = \cos 0 + i \operatorname{sen} 0 = 1.$$

Y del mismo modo $z' = 1$; luego y es igual *únicamente* á $-\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ y z á $-\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$.

Como no tiene ningún interés práctico en considerar de nuevo la ecuación de 2.º grado, estaremos á lo resuelto ya *(103)*.

Aplicación á la ecuación bicuadrada. — En la ecuación $ax^4 + bx^2 + c = 0$, se obtiene

$$x^2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = A;$$

$$x^2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = B.$$

Suponiendo α una raíz de la ecuación $x^2 = A$, y haciendo $x = \alpha y$, se tendrá *(120)*

$$y^2 = 1,$$

y después *(126)*

$$y = \cos\frac{2K\pi}{2} + i\,\mathrm{sen}\,\frac{2K\pi}{2};\ y = \cos K\pi + i\,\mathrm{sen}\,K\pi.$$

Haciendo $K = 0$, y en seguida $K = 1$, se saca:

$$y = \cos 0 + i\,\mathrm{sen}\,0 = 1;$$

$$y = \cos\pi + i\,\mathrm{sen}\,\pi = -1.$$

Y de la ecuación $x^2 = B$, se deducirían los mismos valores para y; *luego las raíces son iguales de dos en dos y con signos contrarios.*

Aplicación general. — Consideremos primero el caso de ser la ecuación

$$x^{2m} + p\,x^m + q = 0,$$

y además $$\frac{p^2}{4} - q < 0;$$

entonces *(117)*

$$-\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = M(\cos\varphi + i\,\mathrm{sen}\,\varphi).$$

De aquí sacamos

$$p = -2M\cos\varphi; \quad \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = iM\operatorname{sen}\varphi,$$

de donde $$\frac{p^2}{4} - q = -M^2\operatorname{sen}^2\varphi, \text{ (1)}$$

ó bien $$M^2\cos^2\varphi - q = -M^2\operatorname{sen}^2\varphi,$$

ó $$q = M^2(\cos^2\varphi + \operatorname{sen}^2\varphi), \quad q = M^2.$$

Resumen: $p = -2M\cos\varphi; \ q = M^2.$

Entonces la ecuación propuesta toma la forma de

$$x^{2m} + 2Mx^m\cos\varphi + M^2 = 0,$$

y una de las derivadas de esta ecuación,

$$x^m = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q},$$

ó sea $$x^m = M(\cos\varphi + i\operatorname{sen}\varphi),$$

y las raíces

$$x = \sqrt[m]{M}\left(\cos\frac{2K\pi + \varphi}{m} + i\operatorname{sen}\frac{2K\pi + \varphi}{m}\right).$$

Y también

$$x = \sqrt[m]{M}\left(\cos\frac{2K\pi - \varphi}{m} + i\operatorname{sen}\frac{2K\pi - \varphi}{m}\right).$$

131. Ecuación de tercer grado (Generalización). — Como toda ecuación completa de tercer grado puede

(1) Este valor es negativo, además, por hipótesis.

transformarse en otra que no tenga el término al cuadrado *(103)*, nos ocuparemos únicamente de resolver la ecuación $x^3+px+q=0$. Hagamos, como hicimos allí, $x=y+z$, y entonces,

$$y^3+z^3+(p+3yz)(x+y)+q=0.$$

Y suponiendo $yz=-\frac{p}{3}$, resulta $y^3+z^3=-q$, de donde la ecuación

$$X^2+qX-\frac{p^3}{27}=0,$$

en la que y^3 y z^3 son las raíces.

Por lo tanto,

$$\left.\begin{aligned} y^3&=-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}};\\ z^3&=-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}.\end{aligned}\right\} \qquad \text{(I)}$$

Hagamos dos nuevas suposiciones: 1.ª, la de que $\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}$ sea nulo ó negativo, lo que exige que p sea negativo; 2.ª, la de que

$$-\frac{q}{2}=\mu\cos\omega, \quad \text{y} \quad \frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}=-\mu^2\operatorname{sen}^2\omega;$$

pudiéndose hallar los valores de μ y ω. En efecto, de la primera hipótesis se saca

$$\frac{q^2}{4}=\mu^2\cos^2\omega.$$

Restando de esta ecuación la última de las otras dos, obtenemos

$$-\frac{p^3}{27}=\mu^2(\cos^2\omega+\operatorname{sen}^2\omega),$$

$$\text{y} \qquad \mu=\sqrt{-\frac{p^3}{27}}\,.$$

Después

$$\cos\omega=-\frac{q}{2\mu}=-\frac{q}{2}:\sqrt{-\frac{p^3}{27}}\,.$$

Por otra parte, el grupo (I) se transforma, según ya hemos visto, primero en

$$y^3=\mu(\cos\omega-i\operatorname{sen}\omega);$$

$$z^3=\mu(\cos\omega-i\operatorname{sen}\omega).$$

Y después en

$$y=\sqrt[3]{\mu}\left(\cos\frac{2K\pi+\omega}{3}+i\operatorname{sen}\frac{2K\pi+\omega}{3}\right);$$

$$z=\sqrt[2]{\mu}\left(\cos\frac{2K\pi+\omega}{3}-i\operatorname{sen}\frac{2K\pi+\omega}{3}\right).$$

Por vía de ampliación y para la retentiva al mismo tiempo de procedimientos expuestos, insertamos el siguiente cuadro de valores:

ECUACIONES DE 2.º GRADO

I. $$x^2+px+q=0, \quad \left(\frac{p^2}{4}>q\right)$$

$$\operatorname{sen}\varphi=\frac{2\sqrt{q}}{p}.$$

$$x'=-\sqrt{q}\operatorname{tg}{}^1/_2\varphi; \quad x''=-\sqrt{q}\cot{}^1/_2\varphi.$$

II. $$x^2+px+q=0, \quad \left(\frac{p^2}{4}<q\right)$$

$$\cos\varphi=\frac{p}{2\sqrt{q}}.$$

$$\left.\begin{matrix}x'\\x''\end{matrix}\right\}=-\frac{p}{2}\pm i\sqrt{q}\operatorname{sen}\varphi.$$

III. $$x^2+px-q=0$$

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{2\sqrt{q}}{p};$$

$$x'=-\sqrt{q}\operatorname{tg}{}^1/_2\varphi;$$

$$x''=-\sqrt{q}\cot{}^1/_2\varphi.$$

ECUACIONES DE 3.er GRADO

I. $$x^3+px+q=0,$$

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{2p}{3q}\sqrt{\frac{p}{3}}; \quad \operatorname{tg}\chi=\sqrt[3]{\operatorname{tg}{}^1/_2\varphi};$$

$$x' = -2\sqrt{\frac{p}{3}}\cot 2\chi;$$

$$\left.\begin{matrix} x'' \\ x''' \end{matrix}\right\} = \sqrt{\frac{p}{3}}\cot 2\chi \pm i\sqrt{p}\,\mathrm{cosec}\, 2\chi .$$

II. $$x^3 - p\,x + q = 0, \qquad \left(\frac{p^3}{27} < \frac{q^2}{4}\right)$$

$$\mathrm{sen}\,\varphi = \frac{2p}{3q}\sqrt{\frac{p}{3}}; \qquad \mathrm{tg}\,\chi = \sqrt[3]{\mathrm{tg}\, {}^1\!/_2\,\varphi} .$$

$$x' = -2\sqrt{\frac{p}{3}}\,\mathrm{cosec}\, 2\chi;$$

$$\left.\begin{matrix} x'' \\ x''' \end{matrix}\right\} = \sqrt{\frac{p}{3}}\,\mathrm{cosec}\, 2\chi \pm i\sqrt{p}\cot 2\chi .$$

III. $$x^3 - p\,x + q = 0, \qquad \left(\frac{p^3}{27} > \frac{q^2}{4}\right)$$

$$\cos\varphi = \frac{3q}{2p}\sqrt{\frac{3}{p}} .$$

$$x' = -2\sqrt{\frac{p}{3}}\cos {}^1\!/_2\,\varphi;$$

$$\left.\begin{matrix} x'' \\ x''' \end{matrix}\right\} = 2\sqrt{\frac{p}{3}}\cos(60^\circ \pm {}^1\!/_3\,\varphi).$$

Ejercicios. —1.° Examínese el caso de ser $\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} > 0$.

2.° Hágase ver que, tanto en esta hipótesis como en la estudiada, no hay más que tres raíces.

132. VARIACIONES DE ALGUNAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS. — I. *Hallar las variaciones de la función*

$$y = a \operatorname{sen} x + b \cos x.$$

Supongamos $\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \varphi$; y entoncs la función y podrá modificarse del siguiente modo:

$$y = \frac{a}{\cos \varphi} \operatorname{sen} (x + y).$$

Siendo $\frac{b}{a}$ positivo el arco φ, obtenido por su tangente, podrá terminar en el primero ó en el tercer cuadrante; tomémoslo en el caso de que su coseno sea también positivo. Según esto, se tendrá

$$\cos \varphi \frac{1}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

luego

$$y = \sqrt{a^2 + b^2} \operatorname{sen} (x + \varphi).$$

En esta ecuación tenemos una constante $\sqrt{a^2 + b^2}$ y una variable $\operatorname{sen} (x + \varphi)$; de modo que y irá aumentando á medida que aumente x, y llegará á un *máximo* cuando $x + \varphi$ alcance á 90°, y á un *mínimo* cuando x valga 270°, puesto que en el primer caso $\operatorname{sen} (x + \varphi) = 1$, y en el segundo -1.

NOTA. — Fácilmente se discute cuando φ termina en el tercer cuadrante.

II. *Hallar el máximo de la función*

$$y = \operatorname{sen}^2 x \operatorname{sen} 2x,$$

Se tiene

$$y = \text{sen}^2 x \times 2 \,\text{sen}\, x \cos x = 2 \,\text{sen}^3 x \cos x.$$

Y, suponiendo que x termine en el primer cuadrante,

$$y = 2 \,\text{sen}^3 x \sqrt{1 - \text{sen}^2 x} = 2 \sqrt{(\text{sen}^2 x)^3 (1 - \text{sen}^2 x)}.$$

La suma de los dos factores bajo el radical $\text{sen}^2 x$ y $(1 - \text{sen}^2 x)$, vale 1, esto es, una constante; luego el mayor producto que con ellos puede hacerse, es cuando

$$\text{sen}^2 x \,\text{sen}^2 x \,\text{sen}^2 x = 1 - \text{sen}^2 x,$$

ó bien

$$\frac{\text{sen}^2 x}{3} = 1 - \text{sen}^2 x,$$

de donde

$$\text{sen}^2 x = \frac{3}{4}; \quad \text{sen}\, x = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad x = 60^\circ = \frac{\pi}{3}.$$

Lo que significa decir que y será un máximo cuando x valga 60°.

III. *Hallar las variaciones del trinomio* y $= 3 + 5 \,\text{sen}\, x - 2 \,\text{sen}^2 x$, *cuando* x *crece de* 0 *á* 180°.

Cuando $x = 0$, $\text{sen}\, x$ es también igual á cero, y entonces $y = 3$;

Cuando $x = 90^\circ$, $\text{sen}\, x$ es igual á 1, y por lo tanto, $y = 6$.

De manera que podemos decir:

Creciendo x de 0 á 90°, $\text{sen}\, x$ crece de 0 á $+1$, é y crece de 3 á 6;

Creciendo x de 90° á 180°, $\text{sen}\, x$ decrece de 1 á 0, é y decrece de 6 á 3;

Creciendo x de 180° á 270°, $\text{sen}\, x$ decrece de 0 á -1, é y decrece de 3 á -4;

Creciendo x de 270° á 360°, $\text{sen}\, x$ crece de -1 á 0, é y crece de -4 á $+3$;

De modo que el *máximo* 6 de la función coincide con el máximo de sen x, y el *mínimo* -4 con el mínimo -1 de sen x.

Ejercicios

1. Hallar las variaciones siguientes:

$$y = a \operatorname{tg} x + b \cot x; \quad y = \operatorname{sen} x \operatorname{sen}(a - x); \quad y = \operatorname{tg} x \operatorname{tg}(a - x).$$

2. Hallar el máximo rectángulo inscrito en un sector circular de radio R.

3. Dividir un ángulo dado a inferior á 90° en dos partes, de modo que la suma de sus tangentes sea un máximo.

4. Sobre una torre de altura a está colocado un estandarte de altura b; encontrar el punto del terreno horizontal desde donde el estandarte sea visto bajo el mayor ángulo.

5. En un triángulo equilátero de lado a, se ha inscrito un triángulo también equilátero, tomando á partir de los vértices y en el mismo sentido, un largo α; ¿cuál es la superficie del triángulo obtenido, y cuál ha de ser el valor de α para que esta superficie sea un mínimo?

6. Un segmento rectilíneo en donde el largo constante $AB = 2a$, resbale sobre una recta fija; determinar la posición que sobre ella ha de ocupar, cuando el ángulo bajo el cual es visto desde un punto fijo O dado, á una distancia d de la recta, es un máximo.

7. De todos los círculos que pasan por dos puntos fijos A y B ¿cuál es aquel que se ve desde un tercer punto C dado en línea recta con los dos primeros, bajo un ángulo mínimo?

8. Dados un círculo y un punto A tomado sobre su plano, determinar las variaciones del ángulo bajo el cual se ve del punto A el diámetro del círculo, cuando este diámetro girá al rededor de su centro.

9. Dos círculos variables se hallan respectivamente inscritos en un ángulo dado 2α y en su opuesto por el vértice, y la suma de sus áreas es siempre igual á S; determinar, en función de α y de S, la distancia de los centros cuando ella ha de ser un mínimo.

10. Las diagonales de un cuadrilátero inscrito son perpendiculares entre sí, y su punto de encuentro se halla á una distancia d del centro: determinar el máximo del área de este cuadrilátero.

11. De todos los rectángulos que tienen la misma diagonal d ¿cuál es el que tiene: 1.° el perímetro máximo; 2.° la mayor superficie?

12. En un triángulo, cuyo perímetro $2p$ y el ángulo A son constantes, encontrar el máximo de S y de r, y el mínimo de R.

13. ¿Cuál es el arco de círculo en que la diferencia entre su cuerda y su senoverso es un máximo?

14. ¿De todos los triángulos circuncritros á un círculo, cuál es el de superficie mínima?

ARTÍCULO V

POLÍGONOS REGULARES

133. PRELIMINARES. — Imaginemos una circunferencia dividida en m partes iguales, y unamos los puntos consecutivos de la división hecha; se obtendrá un polígono regular inscrito de m lados. Siendo n un número menor que m y primo con él, si se unen los puntos de división de n en n, ó lo que es lo mismo, de $m-n$ en $m-n$, se volverá al punto de partida solamente después de haber pasado por todos los vértices, y la figura que se habrá formado llámase *polígono regular estrellado*. Pero si m y n tienen un divisor común Θ, se pasará únicamente por un número $\frac{m}{\Theta}$ de vértices para volver al punto de partida, y la figura obtenida será un polígono regular de $\frac{m}{\Theta}$ lados solamente. Por lo tanto, se ve que hay tantos polígonos regulares de m lados, cuantos son los números primos con m y menores que la mitad de m.

El problema de la división de la circunferencia en m partes iguales se reduce á resolver algebraicamente la ecuación binomia $y^m=1$. En efecto, se ha visto que las raíces de esta ecuación están dadas por la fórmula

$$y=\cos\frac{2K\pi}{m}+i\,\text{sen}\frac{2K\pi}{m},$$

en donde el arco $\frac{2K\pi}{m}$ es el arco subtendido por el lado

del polígono obtenido por la unión de los puntos consecutivos tomados de K en K, y se reconocerán por consiguiente las líneas trigonométricas de este arco, si se puede resolver la ecuación $y^m = 1$.

134. DIVISIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA EN TRES PARTES IGUALES. — Esta división depende de la ecuación $y^3 = 1$ Resuelta, según lo que hemos ya expuesto, da

$$y = \cos \frac{2K\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{2K\pi}{3},$$

en donde haciendo sucesivamente $K=0$, $=1$, $=2$, se obtiene

$$y = \cos 0 + \sqrt{-1} \operatorname{sen} 0 = 1,$$

que es el valor del lado del exágono regular inscrito; después

$$y = \cos \frac{2\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3} = \cos 120^\circ + \sqrt{-1} \operatorname{sen} 120^\circ$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2};$$

y el arco subtendido vale 120°.

Si $K=2$, resulta:

$$y = \cos \frac{4\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{4\pi}{3} = \cos 240^\circ + i \operatorname{sen} 240^\circ$$

$$= \cos 120^\circ + i \operatorname{sen} (-120^\circ) = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2},$$

siendo el arco siempre de 120°.

135. DIVISIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA EN CINCO PARTES

IGUALES.—La ecuación correspondiente en este caso es $y^5 = 1$. De ella sacamos

$$y = \cos\frac{2K\pi}{5} + i\,\text{sen}\,\frac{2K\pi}{5}.$$

Suprimimos la raíz 1, que no tiene aplicación en nuestro caso, y entonces

$$y = \cos\frac{2\pi}{5} + i\,\text{sen}\,\frac{2\pi}{5} = \cos 72^\circ + i\,\text{sen}\,72^\circ$$

y (*122.* PRINCIPIO)

$$= \cos 72^\circ - i\,\text{sen}\,72^\circ = \cos 72^\circ + i\,\text{sen}\,(-72^\circ).$$

$$y = \cos\frac{4\pi}{5} + i\,\text{sen}\,\frac{4\pi}{5} = \cos 144^\circ + i\,\text{sen}\,144^\circ$$

y (*122.* PRINCIPIO)

$$= \cos 144^\circ - i\,\text{sen}\,144^\circ.$$

Estos arcos de 144° son los arcos subtendidos por los lados del pentágono estrellado.

En el primer caso el lado del polígono vale

$$2\,\text{sen}\,72^\circ = \frac{-1+\sqrt{5}}{2},$$

y en el segundo, ó sea cuando el lado lo es del pentágono estrellado, vale

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

136. DIVISIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA EN QUINCE PARTES IGUALES.—Ecuación aplicada al problema $y^{15} = 1$. De aquí

$$y = \cos\frac{2K\pi}{15} + i\,\text{sen}\,\frac{2K\pi}{15}.$$

Haciendo $K=1$, $K=2, \ldots$ resulta

$$y = \cos 24^o + i \operatorname{sen} 24^o.$$

Para hallar la longitud del lado del polígono regular que nos ocupa, tratemos de resolver la ecuación del problema $y^{15} - 1 = 0$. Observemos para esto que el polinomio $y^{15} - 1 = (y^3)^5 - 1$, es divisible por $y^3 - 1$, puesto que sustituyendo en él y^3 por 1 se reduce á cero. Además $y^{15} - 1 = (y^5)^3 - 1$ es divisible por $y^5 - 1$ por igual razón que antes lo era por $y^3 - 1$; luego podemos descartar las raíces que resulten de hacer $y^3 - 1 = 0$ é $y^5 - 1 = 0$. Y como en cualquiera de estas dos nuevas ecuaciones existe la raíz 1, resulta que la ecuación final que debe examinarse es la que resulta después de dividir $y^{15} - 1$ por $\frac{(y^3-1)(y^5-1)}{y-1}$ ó sea, la siguiente

$$y^8 - y^7 + y^5 - y^4 + y^3 - y + 1 = 0;$$

en la cual, dividiendo por y^4, resulta

$$y^4 - y^3 + y - 1 + \frac{1}{y} - \frac{1}{y^3} + \frac{1}{y^4} = 0, \text{ ó,}$$

$$y^4 + \frac{1}{y^4} - \left(y^3 + \frac{1}{y^3}\right) + \left(y + \frac{1}{y}\right) - 1 = 0.$$

Hagamos $y + \frac{1}{y}$ igual á x, y de aquí,

$$x^2 = y^2 + 2 \mp \frac{1}{y^2};$$

$$x^4 = y^4 + 4y^2 + 6 + 4 \times \frac{1}{y^2} + \frac{1}{y^4};$$

$$x^3 = y^3 + 3y + 3 \times \frac{1}{y} + \frac{1}{y^3}; \text{ luego}$$

$$x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x + 1 = 0.$$

Y las raíces de esta ecuación serán las que resulten dando á K los valores 1, 2, 4 y 7 en la expresión

$$x = \cos\frac{2K\pi}{30} + i\,\text{sen}\,\frac{2K\pi}{30}, \text{ vale decir,}$$

$$2\cos\frac{2\pi}{30},\ 2\cos\frac{4\pi}{30},\ 2\cos\frac{8\pi}{30} \text{ y } 2\cos\frac{14\pi}{30}; \text{ etc., etc.}$$

Ejercicios

1. Hágase una combinación entre algunos de estos valores y los que se obtienen de las ecuaciones $y^3 - 1 = 0$, $y^5 - 1 = 0$, hallados en los números *134* y *135*.

2. Demostrar que la suma de las potencias $2n$ de las distancias de un punto cualquiera del plano, á los vértices del polígono regular de m lados, depende únicamente de la distancia de este punto al centro del polígono.

3. Dado un polígono regular de m lados y n un número par menor que m, demostrar que si de un punto cualquiera A del plano se bajan perpendiculares á los lados del polígono, la suma de las potencias n de estas perpendiculares depende solamente de las distancias del punto A al centro del polígono.

4. Si se hace rodar sobre una recta un polígono regular de n lados ¿cuál será el camino recorrido por cada vértice durante una revolución completa del polígono? Calcular la suma de las áreas de los sectores.

5. Dado un polígono regular de un número par $2n$ de lados y una circunferencia concéntrica con él, hallar una relación entre las tangentes de los ángulos, bajo los cuales, desde un punto de la circunferencia, se ven las diagonales que pasan por su centro.

6. Un polígono regular de $2n$ lados se halla circunscrito á un círculo de radio R dado; si desde uno de los puntos de contacto se bajan perpendiculares sobre todos los lados; averiguar la suma de los cuadrados de estas perpendiculares.

7. Habiendo sido dividido un polígono regular en triángulos por diagonales que partan del mismo vértice: ¿cuál será la suma de los radios de los círculos inscritos en todos esos triángulos, y cuál la suma de las áreas de esos círculos?

137. PROBLEMA. *Suponiendo el perímetro de un exágono regular igual á 6, calcular el radio y la apotema de un dodecágono regular isoperímetro.* — Las fórmulas geométricas que en este caso se emplean son:

$$r' = \frac{R+r}{2}; \quad R' = \sqrt{R \times \frac{R+r}{2}};$$

y en nuestro caso se transformarán en

$$r' = \frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{4} = \frac{2+\sqrt{3}}{4} = \text{tg}\,\frac{75^{o}}{4}; \text{ y}$$

$$R' = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{1+{}^{1}/_{2}}+\sqrt{1-{}^{1}/_{2}}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} = \text{sen}\,75^{o}.$$

En una tabla de líneas naturales, por ejemplo, las de Chevallot, se tiene

$$\text{tg}\,75^{o} = 3.7320508, \text{ y } \text{sen}\,75^{o} = 0.9659258;$$

luego $r' = 0.9330127$, y $R' = 0.9659258$

Ejercicios

1. Introduciendo líneas trigonométricas, y empleando las mismas tablas, ó aún mismo unas de logaritmos, calcúlese el radio y la apotema del polígono regular isoperímetro con las dos anteriores.

2. El lado del cuadrado vale $\sqrt{2}$, y el del octágono $\sqrt{2-\sqrt{2}}$ ¿puede establecerse alguna relación entre este valor y alguna línea trigonométrica?

3. El lado del dodecágono regular vale $\sqrt{2-\sqrt{3}}$ ¿puede sustituirse la cantidad subradical por alguna tangente? ¿Es la misma que comprende á la transformación $\sqrt{{}^{1}/_{2}(2+1)} - \sqrt{{}^{1}/_{2}(2-1)}$?

ARTÍCULO VI

EXPRESIONES DE LAS POTENCIAS DEL SENO Y DEL COSENO DE UN ARCO EN FUNCIÓN LINEAL DE LOS SENOS Y COSENOS DE LOS MÚLTIPLOS DE ESE ARCO.

138. POTENCIA DEL COSENO. — Supongamos

$$\cos a + i \operatorname{sen} a = x; \quad \cos a - i \operatorname{sen} a = y;$$

sumando y restando dará

$$2 \cos a = x + y; \quad 2\, i \operatorname{sen} a = x - y;$$

de donde

$$2^m \cos^m a = (x+y)^m; \quad (2\, i)^m \operatorname{sen}^m a = (x-y)^m.$$

Desarrollando $(x+y)^m$ y $(x-y)^m$ según la ley del binomio, se tendrá

$$2^m \cos^m a = x^m + \frac{m}{1} x^{m-1} y + \frac{m(m-1)}{!2} x^{m-2} y^2 + \ldots \quad (1)$$

$$(2\, i)^m \operatorname{sen}^m a = x^m - \frac{m}{1} x^{m-1} y + \frac{m(m-1)}{!2} x^{m-2} y^2 \ldots \quad (2)$$

Consideremos la ecuación (1); y en ella podemos observar, que si m es par, el número de términos del desarrollo es impar, lo mismo que si m fuese par aquel número seria impar; lo que por otra parte ya lo sabemos por el Álgebra; entonces, se podría escribir la ecuación (1) en el primer caso, de esta manera

$$2^m \cos^m a = (x^m + y^m) + \frac{m}{1} xy (x^{m-2} + y^{m-2} + \ldots$$

$$+\frac{m(m-1)\ldots\left(\frac{m}{2}+2\right)}{1.2\ldots\left(\frac{m}{2}-1\right)}x^{\frac{m}{2}-1}y^{\frac{m}{2}-1}(x^2+y^2)$$

$$+\frac{m(m-1)\ldots\left(\frac{m}{2}+1\right)}{1.2\ldots\frac{m}{2}}x^{\frac{m}{2}}y^{\frac{m}{2}};$$

y en el segundo, así

$$2^m\cos^m a=(x^m+y^m)+\frac{m}{1}xy(x^{m-2}+y^{m-2})$$

$$+\frac{m(m-1)}{1.2}x^2y^2(x^{m-4}+y^{m-4})+\ldots.$$

$$+\frac{m(m-1)\ldots\left(\frac{m+3}{2}\right)}{1.2\ldots\frac{m-1}{2}}x^{\frac{m-1}{2}}y^{\frac{m-1}{2}}(x+y).$$

Siendo

$$\cos a+i\operatorname{sen}a=x \quad \text{y} \quad \cos a-i\operatorname{sen}a=y,$$

resulta

$$xy=1;\ x+y=2\cos a,$$

y, por la fórmula de Moivre,

$$x^m+y^m=2\cos m a;$$

luego, sustituyendo en las ecuaciones últimas estos valores, y dividiendo en seguida por 2, se saca para el caso de ser m par

$$2^{m-1}\cos^m a=\cos m a+\frac{m}{1}\cos(m-2)a+\ldots.$$

$$+\frac{m(m-1)\ldots\left(\frac{m}{2}+2\right)}{1.2\ldots\left(\frac{m}{2}-1\right)}\cos 2a$$

$$+\frac{m(m-1)\ldots\left(\frac{m}{2}+1\right)}{1.2\ldots\frac{m}{2}}\times\frac{1}{2}; \qquad (A)$$

y para al caso de que m sea impar

$$2^{m-1}\cos^m a=\cos ma+\frac{m}{1}\cos(m-2)a+\frac{m(m-1)}{1.2}\cos(m-4)a+\ldots$$

$$+\frac{m(m-1)\ldots\frac{(m+3)}{2}}{1.2\ldots\frac{m-1}{2}}\cos a. \qquad (B)$$

139. POTENCIA DEL SENO. — Vamos á tratar ahora la ecuación (2), y como en la (1) debemos hacer aquí también dos hipótesis, que m sea par primero y luego que sea impar. Sin olvidar entonces que $(\sqrt{-1})^2=-1$ y $(\sqrt{-1})^4=+1$, en el primer supuesto se saca

$$2^m(-1)^{\frac{m}{2}}\operatorname{sen}^m a=(x^m+y^m)-\frac{m}{1}xy(x^{m-2}+y^{m-2})$$

$$+\frac{m(m-1)}{1.2}x^2y^2(x^{m-4}+y^{m-4})-\ldots.$$

$$\pm\frac{m(m-1)\ldots\left(\frac{m}{2}+2\right)}{1.2\ldots\left(\frac{m}{2}-1\right)}x^{\frac{m}{2}-1}y^{\frac{m}{2}-1}(x^2+y^2$$

$$\mp \frac{m(m-1)\ldots\left(\frac{m}{2}+1\right)}{1.2\ldots\frac{m}{2}} x^{\frac{m}{2}} y^{\frac{m}{2}}.$$

Y si m es impar, sabiéndose que

$$(\sqrt{-1})^1 = +\sqrt{-1}) \text{ y } (\sqrt{-1})^3 = -\sqrt{-1}),$$

se obtiene

$$2^m(-1)^{\frac{m-1}{2}} i \operatorname{sen}^m a = (x^m - y^m) - \frac{m}{1} xy(x^{m-2} - y^{m-2})$$
$$+ \frac{m(m-1)}{1.2} x^2 y^2 (x^{m-4} - y^{m-4}) - \ldots .$$
$$\pm \frac{m(m-1)\ldots\left[\frac{m\pm 3}{2}\right]}{1.2\ldots\frac{m-1}{2}} x^{\frac{m-1}{2}} y^{\frac{m-1}{2}} (x-y).$$

Dividiendo la anterior ecuación por 2 y esta última por $2i$, y sabiendo además por las ecuaciones de partida que $x^m y^m = 1$, y $x^m - y^m = 2i \operatorname{sen} ma$, resulta finalmente

1.º $$2^{m-1}(-1)^{\frac{m-1}{2}} \operatorname{sen}^m a = \cos ma - \frac{m}{1}\cos(m-2)a$$
$$+ \frac{m(m-1)}{1.2}\cos(m-4)a - \ldots .$$
$$\pm \frac{m(m-1)\ldots\left[\frac{m}{2}+2\right]}{1.2\ldots\left[\frac{m}{2}-1\right]} \cos 2a \mp \frac{m(m-1)\ldots\left[\frac{m}{2}+1\right]}{1.2\ldots\frac{m}{2}} \times \frac{1}{2}.$$

2.º $$2^{m-1}(-1)^{\frac{m-1}{2}} \operatorname{sen}^m a = \operatorname{sen} ma - \frac{m}{1}\operatorname{sen}(m-2)a$$

$$+\frac{m(m-1)}{1.2}\,\text{sen}\,(m-4)\,a - \ldots.$$

$$\pm\frac{m(m-1)\ldots\left[\frac{m+3}{2}\right]}{1.2\ldots\frac{m-1}{2}}\,\text{sen}\,a.$$

Y es por medio de estas dos fórmulas y de las (A) y (B) que se puede ver que $\cos^m a$ siempre es posible obtenerlo en la función lineal de los cosenos de los múltiplos de a; y $\text{sen}^m a$ en función de los cosenos ó de los senos según sea n par ó impar, de igual manera que $\cos^m a$.

140. Aplicaciones de las fórmulas halladas. — I. *Potencia del coseno; m par; términos de la serie* $\frac{m}{2}+1$.

Supongamos $m = 2$.

De la fórmula

$$2^{m-1}\cos^m a = \cos m\,a + \frac{m}{1}\cos(m-2)\,a$$

$$+\frac{m(m-1)}{1.2}\cos(m-4)\,a + \ldots.\ \frac{m(m-1)\ldots\left[\frac{m}{2}+1\right]}{1.2\ldots\frac{m}{2}}\times\frac{1}{2},$$

se deduce, haciendo $m = 2$,

$$2\cos^2 a = \frac{2}{2}+1 = 2\,;$$

luego $$2\cos^2 a = \cos 2\,a + 2\times\frac{1}{2}.$$

Si a es igual á 30°

$$2\cos^2 30^\circ = \cos 60^\circ + 1 = \frac{1}{2}+1 = \frac{3}{2},\ \text{y},$$

$$\cos^2 30^\circ = \frac{3}{4}, \quad \text{ó}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Para $m = 4$, será $\frac{m}{2} + 1 = 3$; luego

$$8 \cos^4 a = \cos 4a + 4 \cos 2a + 6 \times \frac{1}{2}.$$

Si a vale 30°, resultará

$$\cos^4 30^\circ = \frac{1}{8}\left(-\frac{1}{2} + \frac{4}{2} + 3\right) = \frac{9}{16}.$$

Para $m = 6$, resulta

$$2^5 \cos^6 a = \cos 6a + 6 \cos 4a + 15 \cos 2a + 20 \cos 0^\circ \times \frac{1}{2}.$$

Y si a vale 30°, se saca, puesto que

$$\cos 6a = \cos 180^\circ = -1; \; 6 \cos 120^\circ = -3; \; 15 \cos 60^\circ = \frac{15}{2},$$

$$32 \cos^6 30^\circ = -1 - 3 + \frac{15}{2} + \frac{20}{2} = \frac{27}{2}.$$

II. *Potencia impar del coseno; términos de la serie* $\frac{m+1}{2}$. — Sea $m = 7$.

$$2^{m-1} \cos^m a = \cos m a + \frac{m}{1} \cos (m-2) a + \frac{m(m-1)}{1.2} \times$$

$$\cos (m-4) a + \ldots . \frac{m(m-1) \ldots . \frac{m+3}{2}}{1.2 \ldots . \frac{m-1}{2}} \cos a.$$

$$\frac{m+1}{2}=\frac{8}{2}=4, \text{ y } \quad m-1=6,$$

entonces

$$64 \cos^7 a = \cos 7\,a + 7 \cos 5\,a + 21 \cos 3\,a + 35 \cos a.$$

EJERCICIO. — Hágase $a = 60^\circ$, y calcúlese $\cos^7 60^\circ$.

III. *Potencia par del seno,* ó m par; términos $\frac{m}{2}+1$. Se hace $m = 6$.

$$2^{m-1}(-1)^{\frac{m}{2}} \operatorname{sen}^m a = \cos m\,a - \frac{m}{1} \cos(m-2)\,a$$

$$+\frac{m(m-1)}{1.2} \cos(m-4)\,a - \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} \cos(m-6)a \ldots$$

$$\pm \frac{m(m-1)\ldots\left(\frac{m}{2}+3\right)}{1.2\ldots\left(\frac{m}{2}-1\right)} \cos 2a \mp \frac{m(m-1)\ldots\left[\frac{m}{2}+1\right]}{1.2.3\ldots\frac{m}{2}} \times \frac{1}{2};$$

y $$-32 \operatorname{sen}^6 a = \cos 6\,a - 6 \cos 4\,a + 15 \cos 2\,a - 10.$$

EJERCICIO. — Hágase $a = 45^\circ$, y calcúlese $\operatorname{sen}^6 45^\circ$.

IV. *Potencia impar del seno;* términos $\frac{m+1}{2}$. Aplicación $m = 7$.

$$2^{m-1}(-1)^{\frac{m-1}{2}} \operatorname{sen}^m a = \operatorname{sen} m\,a - \frac{m}{1} \operatorname{sen}(m-2)\,a$$

$$+\frac{m(m-1)}{1.2} \operatorname{sen}(m-4)\,a - \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} \operatorname{sen}(m-6)a \ldots,$$

$$\pm \frac{m(m-1)(m-2)\ldots\left[\frac{m}{2}+3\right]}{1.2.3\ldots\frac{m-1}{2}} \text{sen } a.$$

Siendo $\frac{m+1}{2}=4$, y $\frac{m-1}{2}=3$, resulta

$$-64 \text{ sen}^7 a = \text{sen } 7a - 7 \text{ sen } 5a + 21 \text{ sen } 3a - 35 \text{ sen } a.$$

EJERCICIOS. — 1. Hágase $a=120°$, y calcúlese $\text{sen}^7 120°$.

2. Demostrar que si n es un número impar, se tiene siempre, cualquiera que sea el valor del arco a,

$$\cos na = 2^{n-1} \cos a \cos\left[a+\frac{2\pi}{n}\right]\cos\left[a+\frac{4\pi}{n}\right]\ldots\cos\left[a+\frac{2(n-1)\pi}{n}\right].$$

OTRO EJEMPLO. — *Calcular* $\cos^4 50° 20'$.

Según (A)

$$8 \cos^4 50° 20' = \cos 201° 20' + 4 \cos 100° 40' + 3$$

y por lo tanto $\cos^4 50° 20' = 0.16\,602$

EJERCICIOS. — calcular $\cos^7 20°$; $\text{sen}^6 42°57'$; y $\text{sen}^5 68°39'$.

NOTA. — Claro está, que si las fórmulas recién halladas no tuvieran otra aplicación que la del simple cálculo de las potencias del coseno y del seno, la importancia de ellas, sería pobre, puesto que $\cos^4 50° 20'$, por ejemplo, se puede calcular brevemente así

$$\log \cos^4 50° 20' = 4 \log \cos 50° 20'.$$

ARTICULO VII

VARIOS TEOREMAS QUE COMPLEMENTAN LAS RELACIONES ENTRE LAS LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS Y SUS ARCOS

141. TEOREMA. *El límite de* $\cos^m \frac{a}{m}$, *á medida que* m *aumenta, es la unidad.*

Por el teorema del número *43*[b] se tiene

$$\cos \frac{a}{m} > 1 - \frac{a^2}{2m^2},$$

y de aquí,
$$\cos^m \frac{a}{m} > \left(1 - \frac{a^2}{2m^2}\right)^m,$$

lo que da
$$\cos^m \frac{a}{m} > 1 - \frac{a^2}{2m} + \frac{m(m-1)}{1.2} \cdot \frac{a^4}{4m^4}$$

$$- \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} \cdot \frac{a^6}{8m^6} - \ldots\ldots$$

En donde se observa que el término 4 pudo haber sido obtenido multiplicando el 3 por $\frac{(m-2)}{3} \cdot \frac{a^2}{2m^2}$. Y de un modo general, para formar el término que ocupa el lugar $(p+2)$, deduciéndolo del anterior $(p+1)$, conviene multiplicar sencillamente este último término $(p+1)$ por

$$\frac{m-p}{p+1} \cdot \frac{a^2}{2m^2} = \frac{1}{2m}\left[1 - \frac{p}{m}\right]\frac{a^2}{p+1},$$

dando al resultado el signo $-$ ó $+$ según sea p par ó impar.

Pero examinando este factor en su segunda forma, se ve que á medida que m aumenta, él tiende á cero, luego

el término que ocupa el lugar $p+2$ es menor que el anterior $p+1$; luego los términos del desarrollo de $\left[1-\frac{a^2}{2m^2}\right]^m$, van disminuyendo; entonces si

$$\cos^m \frac{a}{m} \text{ es mayor que } 1-\frac{a^2}{2m}+\frac{m(m-1)}{1.2}\cdot\frac{a^4}{4m^4}\ldots$$

ó sea si

$$\cos^m \frac{a}{m} > 1-\frac{a^2}{2m}$$
$$+\left[\frac{m(m-1)}{1.2}\cdot\frac{a^4}{4m^4}-\frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3}\cdot\frac{a^6}{8m^6}\right]+\ldots$$

como cada diferencia entre paréntesis es positiva, resulta que á $1-\frac{a^2}{2m}$ hay que agregar cantidades positivas, luego con mayor razón será

$$\cos^m \frac{a}{m} > 1-\frac{a^2}{2m}.$$

De manera, entonces, que $\cos^m \frac{a}{m}$ se halla comprendido entre 1 y $1-\frac{a^2}{2m}$, pero aumentando m, $\frac{a^2}{2m}$ tiende á cero, y por lo tanto $1-\frac{a^2}{2m}$ á 1, luego

$$\text{lím.} \cos^m \frac{a}{m} = 1, \text{ para } m=\infty.$$

142. TEOREMA.—*La relación* $\frac{\text{sen a}}{\text{a}}$ *es el límite hacia el cual tiende el producto* $\cos\frac{a}{2}\cdot\cos\frac{a}{4}\cdot\cos\frac{a}{8}\ldots\cos\frac{a}{2^m}$, *á medida que el número entero* m *aumenta.*

Se tiene las siguientes igualdades:

$$\operatorname{sen} a = 2 \operatorname{sen} \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2},$$

$$\operatorname{sen} \frac{a}{2} = 2 \operatorname{sen} \frac{a}{4} \cos \frac{a}{4},$$

$$\operatorname{sen} \frac{a}{4} = 2 \operatorname{sen} \frac{a}{8} \cos \frac{a}{8},$$

. . . .

$$\operatorname{sen} \frac{a}{2^{m-1}} = 2 \operatorname{sen} \frac{a}{2^m} \cos \frac{a}{2^m}.$$

Multiplicando miembro á miembro estas igualdades, y suprimiendo los factores comunes $\operatorname{sen} \frac{a}{2}$, $\operatorname{sen} \frac{a}{4} \ldots$ que resultan en cada miembro del producto, se obtiene

$$\operatorname{sen} a = 2^m . \operatorname{sen} \frac{a}{2^m} . \cos \frac{a}{2} . \cos \frac{a}{4} . \cos \frac{a}{8} \ldots \cos \frac{a}{2^m}.$$

Dividiendo por a

$$\frac{\operatorname{sen} a}{a} = \frac{2^m}{a} \operatorname{sen} \frac{a}{2^m} \cos \frac{a}{2} \ldots \cos \frac{a}{2^m};$$

ó bien,

$$\frac{\operatorname{sen} a}{a} = \frac{\operatorname{sen} \frac{a}{2^m}}{\frac{a}{2^m}} \cos \frac{a}{2} \cos \frac{a}{4} \ldots \cos \frac{a}{2^m}.$$

Cuando m aumenta $\frac{a}{2^m}$ tiende á cero, cualquiera que sea el arco a; luego la relación

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{a}{2^m}}{\frac{a}{2^m}}$$

tiende á la unidad, según ya se ha demostrado. De manera que, para el caso de ser $m=\infty$, será, tal cual se quería demostrar,

$$\frac{\operatorname{sen} a}{a} = lím. \cos\frac{a}{2}\cdot\cos\frac{a}{4}\ldots\ldots\cos\frac{a}{2^m}.$$

143. Teorema.—*La diferencia entre un arco menor que un cuadrante y su seno, es menor que el sexto del cubo del arco.*

Nota.—Este teorema es una ampliación del demostrado en otro lugar (*42*).

Ya se ha probado (*43*^{b}) que

$$\cos a > 1 - \frac{a^2}{2};$$

y esta fórmula, aplicada al arco mitad, da

$$\cos\frac{a}{2} > 1 - \frac{a^2}{2^3};$$

y luego

$$\cos\frac{a}{4} > 1 - \frac{a^2}{2^5},$$

$$\cos\frac{a}{8} > 1 - \frac{a^2}{2^7},$$

. . . .

$$\cos\frac{a}{2^m} > 1 - \frac{a^2}{2^{2m+1}}.$$

De donde

$$\cos\frac{a}{2}\cos\frac{a}{4}\cos\frac{a}{8}\ \ldots\ \cos\frac{a}{2^m} > \left[1-\frac{a^2}{2^3}\right]\left[1-\frac{a^2}{2^5}\right]\ldots$$

$$\left[1-\frac{a^2}{2^{2m+1}}\right].$$

Suponiendo $m=2$, resulta

$$\cos\frac{a}{2}\cos\frac{a}{4} > \left[1-\frac{a^2}{2^3}\right]\left[1-\frac{a^2}{2^5}\right];$$

$$\cos\frac{a}{2}\cos\frac{a}{4} > 1-a^2\left[\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^5}\right]+\frac{a^4}{2^8};$$

y con más razón

$$\cos\frac{a}{2}\cos\frac{a}{4} > 1-a^2\left[\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^5}\right].$$

Del mismo modo, haciendo $m=3$, se obtiene

$$\cos\frac{a}{2}\cos\frac{a}{4}\cos\frac{a}{8} < \left[1-\frac{a^2}{2^3}-\frac{a^2}{2^5}\right]\left[1-\frac{a^2}{7}\right],$$

y con mayor razón

$$\cos\frac{a}{2}\cos\frac{a}{4}\cos\frac{a}{8} > 1-a^2\left[\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^5}+\frac{1}{2^7}\right].$$

En general,

$$\cos\frac{a}{2}\cos\frac{a}{4}\cos\frac{a}{8}\ \ldots\ \cos\frac{a}{2^m} > 1-a^2\left[\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^5}+\ldots+\frac{1}{2^{2m+1}}\right].$$

A medida que m aumenta, cualquiera que sea el valor de a, el primer miembro de esta igualdad tiende *(142)* á $\frac{\text{sen}\, a}{a}$. Por otra parte, la cantidad encerrada en los paréntesis del segundo miembro, es la suma de los términos de una progresión geométrica decreciente, cuyo primer término es $\frac{1}{2^3}$ y $\frac{1}{2^2}$ la razón; luego, en el caso del límite, será

$$\frac{\text{sen}\, a}{a} > 1 - a^2 \times \frac{\frac{1}{2^3}}{1 - \frac{1}{2^2}};$$

$$\frac{\text{sen}\, a}{a} > 1 - \frac{a^2}{6};$$

$$\text{sen}\, a > a - \frac{a^3}{6},$$

y transponiendo, se tiene por fin,

$$a - \text{sen}\, a < \frac{a^3}{6}.$$

C. S. Q. D.

OBSERVACIÓN.—En otro paraje *(42)* demostramos que

$$\text{sen}\, a < a \quad \text{y} \quad > a - \frac{a^3}{4};$$

y ahora probamos que $\text{sen}\, a > a - \frac{a^6}{4}$. De aquí deducimos dos límites más próximos, entre los cuales se halla comprendido el seno de un arco menor que un cuadrante,

Lo mismo, los límites más próximos de $\cos a$, no son realmente a y $1-\frac{a^2}{2}$, según vimos (*42*), sino que hay otros dos más próximos, a y $1-\frac{a^2}{2}+\frac{a^4}{24}$, que también allí se hallaron.

El lector piense entonces lo pequeña que debe ser la diferencia entre arc. 10″ y sen 10″, si ya habiendo probado que es menor que $\frac{a^3}{4}$, ahora resulta ser menor que $\frac{a^3}{6}$.

144. TEOREMA.—*La diferencia entre la tangente de un arco menor que un cuadrante y el arco, es mayor que el tercio de cubo del arco.*

Se tiene demostrado en los últimos teoremas

$$\operatorname{sen} a > a - \frac{a^3}{6},$$

$$\cos a < 1 - \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{24}.$$

Dividiendo la primera por la segunda, y recordando lo que respecto al cociente enseña el Álgebra (véase la nota puesta (1) abajo), se saca

$$\operatorname{tg} a > \frac{a - \frac{a^3}{6}}{1 - \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{24}}.$$

Hecha la división y limitando el cociente al segundo término, será

(1) Si se tiene $a > b$ y $c < d$, resultará, primero $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$, después, siendo $c < d$, $\frac{b}{c} > \frac{b}{d}$; luego con mayor razón $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$.

$$\operatorname{tg} a > a + \frac{a^3}{3} + \frac{\frac{a^5}{8}\left(1 - \frac{a^2}{9}\right)}{1 - \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{24}}. \qquad \text{(N)}$$

Este último quebrado es positivo si siendo $1 > \frac{a^2}{9}$, resulta ser también $1 + \frac{a^4}{24} > \frac{a^2}{2}$. Se cumple lo primero si a es menor que 3, y con más razón si a es menor que un cuadrante, ó sea menor que $\frac{\pi}{2} = 1.57079\ldots$; y lo segundo se cumple cuando a es menor que $\sqrt{6 - \sqrt{12}}$ (1), ó bien, $a < 1.59\ldots$, y con mayor razón si ya a es menor que 1.57079.

Por lo tanto, siendo el arco a menor que un cuadrante, el quebrado final de la desigualdad (N) es positivo, y entonces, con mayor razón que allí será

$$\operatorname{tg} a > a + \frac{a^3}{3}$$

y, trasponiendo, para acomodarnos al enunciado del teorema,

---

(1) Este máximo valor de a se obtiene resolviendo la inecuación $\frac{a^4}{24} - \frac{a^2}{2} + 1 > 0$, ó bien, $a^4 - 12a^2 + 24 > 0$.

De aquí, y de lo expuesto en las ecuaciones de segundo grado, resulta

$$[a^2 - (6 - \sqrt{12})]\,[a^2 - (6 + \sqrt{12})] > 0.$$

Para que este producto sea positivo, esto es, mayor que cero, tiene que verificarse

$$a^2 > 6 - \sqrt{12} \quad \text{y} \quad a^2 > 6 + \sqrt{12},$$

ó bien

$$a^2 < 6 - \sqrt{12} \quad \text{y} \quad a^2 < 6 + \sqrt{12}.$$

Y claro está que esto segundo, que es lo que en realidad nos interesa ahora, se cumple con suponer sencillamente $a^2 < 6 - \sqrt{12}$, pues que siendo así, con mayor razón lo sería que $6 + \sqrt{12}$. Y de ser $a^2 < 6 - \sqrt{12}$, resulta, lo que se dice en el texto, $a < \sqrt{6 - \sqrt{12}}$.

$$\operatorname{tg} a - a > \frac{a^3}{3}.$$

145. TEOREMA. *Todo arco menor que un cuadrante es menor que la suma entre el tercio de su tangente y los dos tercios de su seno.*—Hay que demostrar que

$$a < \frac{\operatorname{tg} a}{3} + \frac{2 \operatorname{sen} a}{3}.$$

En efecto, se sabe que $a - \operatorname{sen} a < \frac{a^3}{6}$, ó sino,

$$2a - 2 \operatorname{sen} a < \frac{a^3}{3};$$

y también que $$\operatorname{tg} a - a > \frac{a^3}{3};$$

luego $$2a - 2 \operatorname{sen} a < \operatorname{tg} a - a,$$

$$3a < \operatorname{tg} a + 2 \operatorname{sen} a,$$

y por fin $$a < \frac{\operatorname{tg} a}{3} + \frac{2 \operatorname{sen} a}{3}.$$

L. Q. Q. D.

146. FÓRMULAS DE MASKELYNE.—Para el caso de ser x muy pequeño, se tiene aproximadamente

$$\operatorname{sen} x = x (\cos x)^{\frac{1}{3}}; \quad \operatorname{tg} x = x (\cos x)^{-\frac{2}{3}}.$$

Expresando x en segundos, será $R'' = 206264'',8$, y entonces

$$\operatorname{sen} x = \frac{x}{R''} \sqrt[3]{\cos^2 x}; \quad \operatorname{tg} x = \frac{x}{R''} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}; \text{ y}$$

$$x = \frac{R'' \operatorname{sen} x}{\sqrt[3]{\cos x}} = R'' \operatorname{tg} x \sqrt[3]{\cos^2 x}$$

EJERCICIOS. — Trátese de demostrar estas fórmulas.

ARTÍCULO VIII

DESARROLLO EN SERIES DEL SENO Y DEL COSENO

147. PRELIMINARES. — Ya hemos visto algunos procedimientos para calcular el seno y el coseno en valores del radio; el problema que vamos á tratar ahora tiene en su aplicación fundamental el mismo fin, pues, pudiendo descomponer la magnitud de esa línea trigonométrica en una serie, como el valor de ésta sabemos hallarlo con más ó menos facilidad, de ahí que podamos determinar con alguna rapidez el de la línea que constituye su equivalente. Esta noticia no quita para nada el mérito, desde luego indiscutible, que tienen las fórmulas de Simpson adoptadas ya con ese objeto en las páginas de este libro.

148. LA FÓRMULA DE MOIVRE APLICADA Á LAS SERIES. — Esta fórmula hallada en el número *117* debe ser suficientemente retenida por nuestros lectores: se la puede escribir así:

$$\cos m a + i \operatorname{sen} m a = (\cos a + i \operatorname{sen} a)^m.$$

Efectuando el desarrollo potencial indicado en el segundo miembro, se obtiene como resultado

$$\cos^m a - \frac{m(m-1)}{1.2} \cos^{m-2} a \operatorname{sen}^2 a$$
$$+ \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{1.2.3.4} \cos^{m-4} a \operatorname{sen}^4 a \ldots$$
$$+ i \left(m \cos^{m-1} a \operatorname{sen} a - \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} \cos^{m-2} a \operatorname{sen}^2 a \right.$$
$$\left. + \frac{m(m-1)\ldots(m-4)}{5!} \cos^{m-5} a \operatorname{sen}^5 a \ldots \right).$$

De donde

$$\cos m\, a = \cos^m a - \frac{m\,(m-1)}{1\,.\,2} \cos^{m-2} a \operatorname{sen}^2 a \ldots, \text{ y}$$

$$\operatorname{sen} m\, a = m \cos^{m-1} a \operatorname{sen} a - \frac{m(m-1)\,(m-2)}{1\,.\,2\,.\,3} \cos^{m-3} a \operatorname{sen}^3 a \ldots$$

Y sacando $\cos^m a$, como factor común resulta

$$\cos m\, a = \cos^m a \times$$
$$\left\{ 1 - \frac{m(m-1)}{1\,.\,2} \operatorname{tg}^2 a \ldots \pm \frac{m(m-1)\ldots(m-2n+1)}{2n!} \operatorname{tg}^{2n} a \mp R_{2n} \right\};$$

(B)

$$\operatorname{sen} m\, a = \cos^m a \times$$
$$\left\{ m \operatorname{tg} a - \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} \operatorname{tg}^3 a \ldots \pm \frac{m(m-1)\ldots(m-2n)}{(2n+1)!} \operatorname{tg}^{2n+1} a \mp R_{2n+1} \right\}.$$

Para ocuparnos ahora del error que se cometería utilizando cierto número de términos de los desarrollos acabados de hallar, hagamos por un momento

$$R_p = \frac{m\,(m-1)\ldots(m-p-1)}{(p+2)\,!} \operatorname{tg}^{p+2} a$$
$$- \frac{m\,(m-1)\ldots(m-p-3)}{(p+4)\,!} \operatorname{tg}^{p+4} a + \ldots;$$

ó mejor,

$$R_p = u_p - u_{p+1} + u_{p+2} - \ldots$$
$$= u_p - (u_{p+1} - u_{p+2}) - (u_{p+3} - u_{p+4}) - \ldots$$

De donde $R_p < u_p$.

Además, la relación entre los términos u_p, $u_{p+1} \ldots$, se puede obtener de inmediato;

$$\frac{u_{p+1}}{u_p} = \frac{(m-p-2)(m-p-3)}{(p+3)(p+4)} \operatorname{tg}^2 a;$$

$$\frac{u_{p+2}}{u_{p+1}} = \frac{(m-p-4)(m-p-5)}{(p+5)(p+6)}; \text{ etc.}$$

Y de aquí

$$u_{p+1} = u_p \times \frac{(m-p-2)(m-p-3)}{(p+3)(p+4)} \operatorname{tg}^2 a; \text{ etc.}$$

De manera, entonces, que si R_p ha de ser menor que u_p, tendrá que hacerse

$$\frac{(m-p-2)(m-p-3)}{(p+3)(p+4)} \operatorname{tg}^2 a < 1, \qquad \text{(C)}$$

lo que puede verificarse, teniéndose en cuenta que a es menor de 45^0, y por lo tanto $\operatorname{tg} a < 1$, y con más razón, $\operatorname{tg}^2 a$.

Aceptando que la desigualdad (C) se cumpla para el caso de $p = 2n$, con mayor motivo se verificará para cuando p sea igual á $2n+1$. Así que, haciendo el quebrado de la expresión (C) igual á α, y el que resultaría para $2n+1, \beta$; el grupo de las igualdades (B) se transformará en

$$\frac{\cos ma}{\cos^m a} = 1 - \frac{m(m-1)}{1.2} \operatorname{tg}^2 a + \ldots \pm \frac{m(m-1)\ldots(m-2n+1)}{1.2\ldots 2n} \operatorname{tg}^{2n} a$$
$$\mp \alpha \frac{m(m-1)\ldots(m-2n-1)}{(2n+2)!} \operatorname{tg}^{2n+2} a;$$

$$\frac{\operatorname{sen} ma}{\cos^m a} = \frac{m}{1} \operatorname{tg} a - \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} \operatorname{tg}^3 a + \ldots$$
$$\pm \frac{m(m-1)\ldots(m-2n)}{(2n+1)!} \operatorname{tg}^{2n+1} a \mp \beta \frac{m(m-1)\ldots(m-2n-2)}{(2n+3)!} \operatorname{tg}^{2n+3} a.$$

Supongamos ahora, $m\,a = x$, lo que da $m = \frac{x}{a}$ y también $a = \frac{x}{m}$. Después por sustitución

$$\frac{\cos x}{\cos^m \frac{x}{m}} = 1 - \frac{x(x-a)}{1.2}\left(\frac{\operatorname{tg} a}{a}\right)^2 + \ldots \pm \frac{x(x-a)\ldots(x-2na+a)}{2n!}\left(\frac{\operatorname{tg} a}{a}\right)^{2n}$$

$$\mp\, \alpha \frac{x(x-a)\ldots(x-2na-a)}{(2n+2)!}\left(\frac{\operatorname{tg} a}{a}\right)^{2n+2};$$

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\cos^m \frac{x}{m}} = x\frac{\operatorname{tg} a}{a} - \frac{x(x-a)(x-2a)}{1.2.3}\left(\frac{\operatorname{tg} a}{a}\right)^3 + \ .$$

$$\pm \frac{x(x-a)\ldots(x-2na)}{(2n+1)!}\left(\frac{\operatorname{tg} a}{a}\right)^{2n+1};$$

$$\mp\, \beta \frac{x(x-a)\ldots(x-2na-2a)}{(2n+3)!}\left(\frac{\operatorname{tg} a}{a}\right)^{2n+3}.$$

Y la desigualdad de condición (C) se tranformará en

$$\frac{(x-2na-2a)(x-2na-3a)}{(2n+3)(2n+4)}\left(\frac{\operatorname{tg} a}{a}\right)^2 < 1.$$

Si suponemos, por fin, constante el producto $m\,a = x$, haciendo variar m hacia el infinito, a tenderá á cero, y en el caso del límite será $\cos^m \frac{x}{m} = 1$, y también $\frac{\operatorname{tg} a}{a} = 1$; luego

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} - \ldots \pm \frac{x^{2n}}{2n!} \mp \alpha \frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!};$$

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^3}{5!} - \ldots \pm \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \mp \beta \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

Y la desigualdad de condición

$$\frac{x^2}{(2n+3)(2n+4)} < 1;$$

en donde se ve que á medida que n aumenta, el quebrado va resultando menor; luego, el límite á que tienden los últimos desarrollos, es cero; luego,

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots\dots$$

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots\dots$$

Que son las series anunciadas, representando cada una de las x de los segundos miembros partes alícuotas del radio, según el número de grados que se asigne á las x de los primeros miembros.

AGREGADOS

Pág. 19 del tomo 90 — Al final del § *20* agréguese este Ejercicio:

3.° Sabiendo que $\sec a = 1 + \operatorname{tg}^2 a$, dedúzcanse las fórmulas (6) y (7) del texto.

Pág. 29 del tomo 90 — Al final del § *29* póngase lo siguiente:

FÓRMULAS DEDUCIDAS. — De ser $\operatorname{sen}^2 a = \dfrac{\operatorname{tg}^2 a}{1+\operatorname{tg}^2 a}$ *(20)*

se deduce:

y $\dfrac{2\operatorname{sen}^2 a}{\operatorname{tg} a} = \dfrac{2\operatorname{tg} a}{1+\operatorname{tg}^2 a}$; ó bien, $2\operatorname{sen}^2 a : \dfrac{\operatorname{sen} a}{\cos a} = \dfrac{2\operatorname{tg} a}{1+\operatorname{tg}^2 a}$,

$$2\operatorname{sen} a \cos a = \frac{2\operatorname{tg} a}{1+\operatorname{tg}^2 a}; \quad 2\operatorname{sen}\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2} = \frac{2\operatorname{tg}\frac{a}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{a}{2}};$$

de donde

$$\operatorname{sen} a = \frac{2\operatorname{tg}\frac{a}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{a}{2}}. \qquad \text{(A)}$$

Por otra parte,

$$\cos^2 a = 1 - \operatorname{sen}^2 a = 1 - \frac{4\operatorname{tg}^2\frac{a}{2}}{\left(1+\operatorname{tg}^2\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\left(1-\operatorname{tg}^2\frac{a}{2}\right)^2}{\left(1+\operatorname{tg}^2\frac{a}{2}\right)^2},$$

y

$$\cos a = \frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{a}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{a}{2}}. \qquad \text{(B)}$$

Dividiendo (A) por (B), se obtiene

$$\operatorname{tg} a = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{a}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}}.$$

Pág. 42 del tomo 90 — Póngase los siguientes Ejercicios:

35 A $\operatorname{tg} 2a = \frac{2\sqrt{\sec^2 a - 1}}{2 - \sec^2 a}$.

35 B $\cos a \pm \operatorname{sen} a = 2 \operatorname{sen}[45^\circ - {}^1/_2(a \mp b)] \cos[45^\circ - {}^1/_2(a \pm b)]$.

35 C $1 \pm \operatorname{sen} a = 2 \operatorname{sen}^2\left(45^\circ \pm \frac{a}{2}\right) = 2\cos^2\left(45^\circ \mp \frac{a}{2}\right)$.

Pág. 45 del tomo 90 — Póngase estos Ejercicios:

94. $4\cos^2 2x = 1$. Hallar x y calcular su máximo valor.
95. $\operatorname{sen} x = \operatorname{tg} a - \cos b$. Hallar x y discutir los datos.
96. $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{sen}^2 x = \frac{7}{12}$. Hallar $\operatorname{sen} x$.

Pág. 88 del tomo 90 — Al final del 1.er CASO, añádase lo siguiente:

EJERCICIOS. — 1.º Demostrar que $a \cos B = c - b \cos A$.
2.º Demostrar igualmente que $a \operatorname{sen} {}^1/_2 (B - C) = (b - c) \cos {}^1/_2 A$.
3.º Probar por último que $a \cos {}^1/_2 (B - C) = (b + c) \operatorname{sen} {}^1/_2 A$.

Pág. 91 del tomo 90 — Al final del 2.º CASO, póngase:

EJERCICIO. — Demostrar lo siguiente:

$$a^2 = (b + c)^2 - 4bc \cos^2 {}^1/_2 A = (b - c)^2 + 4bc \operatorname{sen}^2 {}^1/_2 A$$
$$= (b + c)^2 \operatorname{sen}^2 {}^1/_2 A + (b - c)^2 \cos^2 {}^1/_2 A.$$

Pág. 110 del tomo 90 — Agréguese este Ejercicio:

35. Demostrar que el área de un segmento trigonométrico para un ángulo al centro de 1º, es igual á $\frac{\pi}{360} - \operatorname{sen} 1^\circ$.

Pág. 44 — Agréguese también este Ejercicio:

27. **Demostrar que la suma de las perpendiculares trazadas de un punto interior cualquiera á los lados de un triángulo equilátero, es constante, é igual á la altura del triángulo.**

Pág. 48 — Antes del § *103*[A], póngase ésto:

IV. Si la ecuación completa tuviera raíces imaginarias, por lo que debía suponerse $\frac{4ac}{b^2} = \mathrm{tg}^2 \nu$, aún en ese caso, sería posible demostrar con una gran sencillez el Principio enunciado.

ERRATAS

	Página	Línea	Dice	Léase
Tomo 90	29	14	$2\,\mathrm{tg}^2\frac{a}{2}$	$2\,\mathrm{tg}\frac{a}{2}$
	69	3	proyecciones	proporciones
	79	7	*suma y diferencia*	*semisuma y semidiferencia*
	89	-1	$\frac{\cos C}{\cos A}$	$\frac{\mathrm{sen}\,C}{\mathrm{sen}\,A}$
Tomo 91	10	16	cd	ad
	44	14	a^2+ab+b^2-ab	$a^2+2ab+b^2-ab$
	50	12	$\frac{q}{r^2}$	$\frac{q}{r^3}$
	55	-9	y 12,	y 12, no hay mayor diferencia

CULPA AQUILIANA

Culpa aquiliana

Lecciones del curso de tercer año de Derecho Civil

POR EL

Prof. Dr. JUAN JOSÉ AMÉZAGA

(Versión taquigráfica tomada por los señores José Zamora y Guillermo Otero)

(CONTINUACIÓN — VÉASE «ANALES», TOMO XXIII, PÁGINA 139)

CAPÍTULO XII

DE LAS CIRCUNSTANCIAS QUE EXCLUYEN Ó LIMITAN LA RESPONSABILIDAD.—LA DEMENCIA.—LA MENOR EDAD.—EL ALCOHOLISMO.—¿LAS MUJERES CASADAS? —¿LOS SORDOMUDOS?—LAS PERSONAS JURÍDICAS.

Establecidos los principios generales, que rigen las acciones de responsabilidad fundadas en la existencia de la culpa extracontractual, corresponde estudiar las excepciones, ó mejor dicho, las circunstancias que impiden que se reunan los extremos exigidos por la ley para que proceda la acción de responsabilidad.

Dijimos en clases anteriores que uno de los autores que más fiel se mantiene en esta materia á los principios jurídicos tradicionales,—Chironi,—considera que son obligaciones de garantía, las situaciones especialísimas, que han servido á los autores modernos para levantar la construcción de la nueva doctrina de la responsabilidad sin culpa; y este autor, interpretando estrictamente

el precepto legal, establece que el elemento subjetivo de la culpa, reconoce á su vez varios elementos que lo integran: el primero, es la posibilidad de imputar á alguien imprudencia ó negligencia; y, el segundo, es la posibilidad de hacer esta imputación á una persona que sea capaz de diligencia y capaz de prudencia. Así, como tratándose del delito, es necesario preguntar si el agente es capaz de dolo, si el agente que comete el delito es capaz de intención criminal, así también, tratándose de la culpa, es necesario preguntar é investigar, si el agente es capaz de ser diligente, si el agente es capaz de ser prudente, si el agente es capaz de prever las consecuencias posibles de sus actos.

Para Chironi, como para todos los autores que siguen la doctrina, que podríamos llamar, legal de la culpa, este elemento subjetivo es absolutamente necesario, es absolutamente indispensable. Si desaparece este elemento subjetivo, desaparece la culpa y desaparecen también las consecuencias de la culpa, esto es, la indemnización de los daños y perjuicios que se hayan podido causar.

Establecido el principio de que el elemento subjetivo, es decir, la capacidad de incurrir en culpa, es indispensable para que tengan efecto las disposiciones de la ley, vamos á estudiar en particular los principales casos que pueden presentarse de capacidad ó incapacidad para cometer actos culpables.

Pero, antes de seguir adelante vamos á leer algunos párrafos de Chironi, en los cuales se explica el fundamento y el alcance de los principios legales que examinamos: «En la culpa,—habla Chironi,—se deben distinguir, en efecto, dos elementos de naturaleza distinta de cuyo concurso emana su entidad jurídica: un elemento objetivo y otro subjetivo, cuya distinción nada tiene de común con la otra fundamental que se refiere á la injuria, según sea objetiva ó subjetiva porque en esta última está comprendida la culpa considerada como regla de conducta (culpa propiamente dicha en el sentido objeti-

vo) y la condición respecto al haber podido obrar de tal modo (culpa propiamente dicha en el sentido subjetivo). Y restringiendo así dicha determinación á la culpa propiamente dicha se tendrá que el primero de los dos elementos consiste en la omisión de la diligencia; el segundo del estar hecha tal omisión por persona que es responsable, en cuanto que, pudiendo seguir su condición jurídica debía evitarla (imputabilidad). Si falta uno ú otro de estos coeficientes falta la culpa: tanto es así que, si se observa bien, el decir que hay casos en que el hecho ó la omisión derivan, es verdad, de defecto de diligencia, y sin embargo, no hay responsabilidad, porque el que omitió el emplearla no estaba en condición que le permitiese el hacerlo, vale precisamente como decir que, examinada la culpa respecto al sujeto, resulta que ésta no existe.

«Se deduce, pues, del concepto antes descripto, que hay omisión de diligencia, de la cual se debe responder, en cuanto que se censura al que, capaz de emplearla no lo hizo; y como ya se ha distinguido y determinado el el elemento objetivo, y se ha estudiado en su valor y en su extensión, haciendo caso omiso de cualquier reflejo que pudiera reunirlo al sujeto responsable, hace falta se estudie ahora el elemento subjetivo con el fin de ver por qué, y cuando las omisiones de diligencia den causa á la injuria culpablemente hecha, y por lo mismo á la responsabilidad.

«Este elemento subjetivo esencial á la responsabilidad consiste (ya hemos visto esto en clases anteriores) en la conciencia del acto que se ejecuta y, en el poderlo querer libremente; adviértase además, según ya varias veces se ha hecho notar, que el concepto de la injuria objetiva como término que baste á crear la responsabilidad no puede ser aceptado (no hay que olvidar que Chironi interpreta el sistema legal); y que si excepcionalmente hay casos en que esta sola injuria, ó también la sola posición del obligado, es razón suficiente de especiales ordenamien-

tos, que imponen el resarcimiento del daño, la entidad del instituto y su figura contrastan con la idea de responsabilidad para asumir el otro de garantía... Y el Juez, una vez juzgada la objetividad de *la culpa* y precisada de la negligencia *en especial, deberá examinar en relación al sujeto si el desarrollo de su inteligencia y de su voluntad son capaces para inducir la persuación* de la capacidad y de la diligencia que en el caso especial era necesaria para considerar y apreciar la propia posición jurídica frente al hecho... La *necesidad del elemento subjetivo* (moral) *en el cuasidelito es, pues, absoluta.* La culpa es falta de diligencia, y para ser diligente es necesario que el sujeto tenga tal capacidad intelectual, que pueda reflejar sobre el acto que está para cumplir, y sobre sus efectos, y prever la injuria que pueda originarse, aunque no deseada directamente, en modo que pueda decidirse á hacer ó no el acto, ó también á rodearlo de todas aquellas precauciones que aseguren el derecho del tercero de toda ofensa. Ahora bien: este cálculo exige un notable desarrollo de las facultades psicológicas, y si falta ese no hay imputabilidad, de la injuria, ni, por lo tanto, culpa. ¿Cómo hacer responsable al agente de una negligencia que haya producido injuria si por incapacidad intelectual no podía observar la diligencia que normalmente hubiera podido emplear? De donde se deberá considerar la ofensa como derivada de fuerza mayor porque la imposibilidad subjetiva de ser diligente, y la no dependencia del hecho injurioso de la conducta del agente (fuerza mayor, hecho de un tercero) son condiciones tales por las cuales las consecuencias dañosas del hecho quedan enteramente á riesgo del que lo ha ejecutado.

« Se ha dudado también si al lado de dicha regla no sería conveniente el poner una excepción por la cual los bienes del agente no responsable deberían servir para indemnizar al perjudicado, —del perjuicio sufrido [1]. Teo-

(1) Véase á este respecto, Merlin, Repertoire, Blessé, núm. 3, Demeuce núm, 2

ría ésta en contradicción con los principios: por una parte, reconocería faltar todo fundamento á la imputabilidad, y deducirse por esto la figura del cuasi delito, y de la otra, esta responsabilidad misma surgiría entera en forma de indemnización resarcible sobre el patrimonio del agente. Ahora bien: el resultado no existe, sin una causa idónea á producirlo, y si el resarcimiento es consecuencia de la responsabilidad, donde falte ésta deberá también faltar aquél.

«En algunas legislaciones es acogido, es verdad, el proveimiento descrito; pero el cuidado que el legislador tuvo de ordenarlo de un modo expreso, demuestra ya en que contradicción se encuentra con principio de la responsabilidad, y, por tanto, no puede servir donde no este particularmente impuesto. Se ha observado, sin embargo, que es una incongruencia hacer responsable al dueño del animal que haya causado daño, sin examinar si le es imputable negligencia alguna en la custodia, mientras se niega la responsabilidad al mentecato [1], á lo que se ha objetado que, aún considerando bueno el razonamiento, no se puede aceptar la conclusión por estar desprovista de importancia práctica, se ha pensado que no sería posible el caso de daño causado por un menor ó por un demente, sin que hubiera alguien civilmente responsable. [2]

«Los dos argumentos no valen. No el primero, que contiene una comparación de la cual un elemento no es sostenible, y es el concerniente á la responsabilidad del dueño del animal; su posición jurídica es bien diferente de la del mentecato [3]. No el segundo, que, aceptando el razonamiento antes combatido, niega después toda importancia práctica á la cuestión. Y no bien, porque puede

(1) Belime, Philosoph. du Droit (París, 1881), IV, 2.

(2) Giorgi, ob. cit., IV, 146.

(3) Sin observar, como en su lugar se dirá que por muchos se enseña la no responsabilidad cuando el patrono demuestre haber puesto toda la posible diligencia en la custodia del animal. — (Nota de Chironi).

suceder que el civilmente responsable falte, y luego, ó el argumento que se consiente es bueno y es contradictorio el regatear el valor con el pretexto de su poca importancia en la práctica, ó no lo es y se le deja. Tanto más donde se piense que aceptándolo, y diciendo al mismo tiempo que, en realidad, en el mayor número de los casos existe el civilmente responsable del daño causado por persona que por defecto de inteligencia no se asegura de la imputabilidad, se debería llegar á la consecuencia de que, faltando el civilmente responsable, el resarcimiento debería hacerse sobre los bienes del agente, aunque privado de la inteligencia necesaria para podérsele imputar la injuria. Cuya consecuencia, si puede considerarse como exorbitante frente á la estricta aplicación de los principios, no lo es frente á la equidad, según atestiguan las legislaciones que lo sancionaron.

«Y esto demuestra que la resolución descrita no parece aceptable hasta que sea obra de la jurisprudencia: el legislador solamento podría fijarla como norma; no el razonamiento apoyado sobre principios estrictamente jurídicos, sinó la equidad podría aconsejar fuese acogida por la ley dejando el juez la libertad de aplicarla según el estado de desahogo del agente y del estado de pobreza, ó casi tal, del que ha sufrido la injuria y de la gravedad que ésta tenga.

«Y el proveimiento que se podría ordenar en vía subsidiaria, esto es, cuando faltase la responsabilidad de quien fuese civilmente responsable, serviría para hacer menos graves las consecuencias del principio jurídico puesto con toda la rigidez, porque si es justo que de la ofensa causada por defecto de inteligencia no se deba responder, es muy equitativo que en la comparación entre el estado de fortuna del ofensor y del ofendido y por las consideraciones de los defectos de la injuria, el patrimonio del causante deba resarcir en todo, ó en parte, el daño causado, aunque sin culpa, á quien queda en triste condición por el perjuicio sufrido. Y se tendría también aquí un

proveimiento legal extraño á la responsabilidad propiamente dicha, y referente á la otra figura de la garantía.

« Cuyo concepto, declarante de la imputabilidad viene fijado, aun faltando el hecho material de la ofensa bastante á constituir la injuria, por considerarse la injuria imputable, como fuente de responsabilidad.

« La ley Romana da amplia prueba: el *infans* y el *furiosus* eran declarados exentos de responsabilidad, porque no estando *sana mentis* no podían ser capaces de culpa, y el daño que hubieran causado, era considerado jurídicamente igual á aquel que hubiera habido *si tegula sesiderit*, esto es, como caso que el perjudicado debía, soportar. Cuya presunción concerniente á la división de la edad fijada por la jurisprudencia romana se limitaba respecto al *impuber pubertati proximus*, donde no asumía más su carácter absoluto, y se ordenaba la responsabilidad cuando constase la inteligencia y la libre voluntad del agente. Si después un menor se hubiese hecho autor de un delito, él era el responsable, demostrándose por el hecho mismo la existencia de la mala voluntad, y haciendo suponer, por otra parte la edad misma, la inteligencia tan desarrollada para poder comprender la injusticia del hacer voluntariamente daño á un tercero; en cambio en el caso de injuria causada por sola negligencia podía corresponder al menor la restitución *in integrun*. Ahora bien, es lícito inferior comparando el diverso modo en que la responsabilidad estaba reglamentada según la edad, que en el segundo de los dos casos antes expuestos fuese limitada á la sola figura de la injuria causada con culpa (en su significado especial) el principio descripto sobre la indagación de la imputabilidad, lo que confirmaría lo que se ha dicho sobre el diferente medio en que deben moverse las pesquisas respecto á la imputabilidad en el delito y en el cuasi delito.

«Esto es: se puede tener inteligencia bastante para entender que no se debe causar injuria, y no suficiente para prever y apreciar las consecuencias de un hecho cuando con ese no se tenga intención de injuriar».

«La ley romana imponía, pues, la presunción de irresponsabilidad para el *infans* y el *furiosus*, de responsabilidad para el menor que cometiese delito, de responsabilidad subordinada al caso de otra inteligente y voluntaria para el *impuber pubertati proximus*, y de omision de diligencia por la injuria causada por el menor. Estas reglas fueron acogidas grandemente en el derecho medio eval, que establecía la no responsabilidad de la persona que no haya tenido consecuencia de lo que ha hecho; y si bien según las circunstancias se debía deducir de la existencia de este elemento moral, sin embargo, la imprudencia era más fácilmente perdonable, y para los menores púberes ó cercanos á la pubertad se recomendaba la indulgencia.

«Norma que en el derecho moderno se conserva, y, aunque la letra de la ley parezca decir lo contrario, sin embargo, es cosa bien fácil el convencerse de ello. Es verdad que, como regla general, se ha dicho que cada uno es responsable del daño que ocasione; pero esto se entiende refiriéndose al principio que la ley explica y manifiesta; esto es, que está obligado á resarcir el daño aquél por culpa del cual ha sido causado; así, la culpa es término esencial á la responsabilidad, y valiendo en el cuasi delito omisión de diligencia, será responsable solamente el que tenga tal desarrollo de entendimiento, y esté en estado tal de libre voluntad de poder ó querer entender la diligencia que omitió. Se deduce la consecuencia de que todos los que causen injuria sin haber tenido en modo alguno conciencia, no son responsables, ó que dicho defecto derive de la condición jurídica del agente (edad, estado de inteligencia) ó del estado especial en que se encontraba en el momento en que cometió la injuria.

«Hay también el principio acogido generalmente por varias legislaciones [1] que muchas de ellas hagan la excep-

(1) Código C. Francés, art. 1382; Código Civil Austr. arts. 1297, 1306 y 1309; Código Fed. Suizo de las Obligaciones, arts. 57 y 58; Código Argentino, 1076 y 1108.—El Código Civil alemán establecida la regla general relativa á la responsabilidad determinándose por un estado de inconciencia ó por un estado anormal

ción de que cuando no sea posible obtener el resarcimiento de aquellos á cuyo cuidado fué confiada la persona no responsable, si esta, sin embargo, tiene bienes, el juez podrá imponer el resarcimiento total ó parcial del daño causado. (1)

«Alguna hace, sin embargo, excepción para el menor del beneficio de competencia; alguna otra dando á la disposición el título de excepcional dá facultad al Juez para ordenar la reparación total ó parcial del daño causado, si la equidad lo exige; verdad es, que no subordina expresamente la aplicación del proveimiento al hecho de no poderse entablar acción contra el civilmente responsable; pero, la doctrina, al explicarlo le da el carácter de subsidiario, que de otra manera mal se aplicaría el concepto de la equidad que lo ha inspirado y que induce á declarar la disposición en el sentido que el resarcimiento sea total ó parcial en relación á la entidad del patrimonio del injuriante». (2)

Las anteriores consideraciones del ilustre tratadista italiano precisan las conclusiones de la doctrina, en lo relativo á la capacidad necesaria para que proceda una acción de responsabilidad fundada en un delito ó en un cuasi delito. Y, han sido estos mismos fundamentos, aceptado, por la casi totalidad de los tratadistas del siglo XIX, los que han inspirado las disposiciones de nuestra ley. Entre estos tratadistas se encontraba Riviere, que sostenía desde las columnas de la reputada revista dirigida por Wolowski,—que «cuando el hombre no tiene razón para ponerla en su acción, cuando su voluntad se encuentra enteramente aniquilada por una causa superior

---

de la inteligencia, que excluye la libre determinación de la voluntad (art. 827) declara no responsables á los menores de siete años así como á los que, pasando de siete, pero no llegando á dieciocho le sucediese lo que á los sordo-mudos que pueda probarse de unos y otros que han obrado sin discernimiento, y, por ende sin consecuencia de la propia irresponsabilidad (art. 828). — La responsabilidad es personal pero no debe olvidarse la de los guardadores....

(1) Código Austr., art. 1310; Código Suizo, de las Oblig. art. 58; Código Civil Alemán, artículo citado.

(2) Chironi, tomo 1, p. 129 y siguientes. Traducción de Bernaldo de Quirós.

no imputable á culpa suya, — el daño que ese hombre llegue á causar lejos de ser el producto de la deliberación, no es más que el resultado de un acto de la naturaleza bruta é ininteligente, — y siendo así, el derecho positivo de acuerdo con la moral deben negar toda reparación; ahora bien, es evidente que ninguna idea de culpa, de negligencia, de imprudencia puede existir, donde hay ausencia de razón, de inteligencia, de voluntad, de deliberación. » (1)

Sin embargo, como lo hace notar el mismo Chironi, nunca la doctrina extrema, de la no imputabilidad de la culpa á los impúberes y á los dementes, fué aceptada unánimente. Merlin cita un antecedente del Parlamento de París de 1683 para llegar á esta conclusión: « Un demente que causara lesiones á alguno no cometería un delito material; sin embargo, sus bienes responderían siempre de los daños y perjuicios que pudieran resultar ». Las ideas de Merlin no hicieron camino dentro del campo limitado de la interpretación de la ley: el concepto clásico de la culpa rechaza la solución de Merlin, — y acepta al contrario lo que expresa y categóricamente ha consagrado nuestro Código Civil: que los dementes y los menores de diez años no son capaces de culpa. (2)

Pero, esas ideas hicieron camino en el campo de la doctrina y al examinar el sistema legal á la luz de los principios de la filosofía del derecho, Baudry Lacantinerie, — Barde, — dicen que, « es necesario reconocer que el sistema legal puede en la práctica conducir á resultados que repugnan á la conciencia por la forma en que estos resultados son contrarios á la equidad: un loco millonario mata á un obrero padre de familia y de cuyo trabajo depende la alimentación de los hijos; el loco no debe ninguna reparación y la familia del obrero se encontrará abandonada y sin pan. (3)

(1) **Woloski, Revue de legislation et de jurisprudence, tomo 35, año 1846, pág. 303.**
(2) **Código Civil artículo 1294.**
(3) **Baudry Lacantinerie — Barde, Obligatións, 4.º § 2889.**

Conviene, sin embargo, recordar que la solución radical, que ha dado nuestro Código Civil á esta cuestión, es la consecuencia lógica de los principios fundamentales de la doctrina de la culpa, — y que para llegar á la conclusión de que el demente debe responder de los daños y perjuicios que cause con su desordenada conducta, es indispensable abandonar los principios tradicionales, para encontrar un nuevo fundamento para esta nueva responsabilidad, que se impone con energía á la conciencia de los hombres justos.

No podemos extendernos en la investigación del criterio superior de justicia que debe inspirar las reformas legislativas del futuro; pero, debemos recordar que cada día se siente más enérgicamente la necesidad de completar la doctrina de la responsabilidad. No se trata de destruir los sistemas tradicionales, — sino de reglamentar situaciones que aquellos no resuelven de acuerdo con los dictados de la conciencia jurídica contemporánea. Y, al señalar la conveniencia de completar los principios tradicionales y de perfeccionar las disposiciones de la ley positiva, hay que pesar exactamente las conveniencias de las reformas. Un genial jurisconsulto ha podido decir en un arranque de exagerado apasionamiento que «el derecho, como soberano, devora á sus propios hijos y no puede reverdecer por ningún otro hecho que no sea renegando de su pasado.» [1] Nosotros consideramos el derecho como un estado nítido y fuerte de la conciencia social que se afirma y se completa por la idea de una sanción, — y no podemos incurrir en extremos tan absolutos. Por esto, no incurriremos en la exageración de los que partiendo de la irritante injusticia que encierra la falta de reparación á una familia abandonada cuyo jefe ha muerto víctima de las furias de un loco millonario, llegan á la conclusión de que hay que destruir totalmente la doc-

(1) Ihering, Espíritu de Derecho Romano, tomo 2, pág. 28, id. Lucha por el derecho.

trina tradicional, declarando que el loco debe siempre ser responsable de los perjuicios que cause. Adoptando esta solución se olvida, que otro loco de escasa fortuna, puede destruir algún objeto de los que ofrece como prueba de su riqueza á la vista del público algún millonario extravagante. Y, que condenar ese loco á resarcir el perjuicio puede importar el sacrificio de una familia desgraciada, cuyo jefe ha perdido la razón, — y á la cual se impondrían los sufrimientos de la miseria: el rico millonario obtendrá la reparación de su placer de ostentación y de lujo á expensas del hambre de una familia modesta.

Un jurisconsulto que ya hemos citado antes de ahora, y, cuyas finas observaciones son muy interesantes é ilustrativas se expresa así: « A nuestro parecer al ejecutar los niños algún acto imprudente, negligente, descuidado no revelan temibilidad ninguna porque aquellos defectos son propios de la edad del muchacho y se encuentran en el niño normal. Por consiguiente, será absurdo afirmar la responsabilidad del niño, y más bien nos remontaremos á la de los padres, de los protectores que tienen á su cargo su cuidado y su educación, todos los cuales, según los casos, cuando hayan demostrado negligencia, descuido, impericia no sabiendo evitar el daño causado por el niño responderán de las acciones de éste; y cuando no pueda evidenciarse la culpa de alguien habremos de remontarnos á la sociedad la cual resarcirá el daño causado.

« En cuanto á los daños causados por el *loco la cuestión es distinta porque en este caso aparece la temibilidad; el hecho imprudente hasta revela algo más que la temibilidad usual propia del imprudente y del negligente de entendimiento sano: revela una enfermedad, un achaque. Es natural, pues, que en este caso no se nos defienda contra el imprudente, sino contra el loco que no se le obligue á este á pagar una multa sino que se le encierre en un manicomio.*

« *Queda la cuestión de si verdaderamente debe ser llamado el loco á resarcir el perjuicio causado.* Por lo general, es probable, como en la hipótesis del niño, (y en este caso

aumenta la probabilidad) que el hecho deba atribuírse á la mala custodia ó á la negligencia de alguien: entonces estos otros negligentes habrán de resarcir el daño causado.

«¿Pero, y en el caso de que la locura estalle de repente y de que un rico señor, por ejemplo en un ataque de enagenación mental empuñe un bastón y haga pedazos los cacharros de un pobre vendedor ambulante?

«A los que presentan esta hipótesis para sostener que también el loco puede ser obligado al resarcimiento, Ferrini contrapone la hipótesis de un pobre padre de familia que vuelto loco de improviso rompa los cristales de un palacio señorial. Al dolor, al daño material que experimenta la familia, ¿querrá añadirse, escribe él, la obligación al resarcimiento? Pero, como vé cualquiera, Ferrini y sus contradictores, haciendo un llamamiento al corazón con ejemplos compasivos, no discuten la cuestión razonablemente.

«Hemos sostenido la obligación del resarcimiento en caso de temibilidad mayor ó menor, porque el delincuente puede comprender el alcance de su hecho, porque la inteligencia del hombre medio ha de discernir cuál es su misión, en fin, porque experimentando los daños del obrar imprudentemente, recibe á continuación un impulso á obrar, con mayor prudencia y diligencia; pero nada de todo esto puede lograrse en el caso del loco que no concibe, en general, el alcance de sus acciones, de sus deberes, y por consiguiente, nos inclinaríamos á opinar que, tomadas naturalmente respecto de él las medidas de defensa que exige la tutela social, no se puede con una acción coactiva obligar al loco al resarcimiento del daño, que difícilmente podrá su mente enferma concebir como un producto de su obra.

«Si la investigación de la causa material vá á parar á una individualidad enferma, aún no pudiendo negarse que se han de tomar las medidas oportunas contra esta individualidad enferma, que puede resultar dañosa, convendrá reconocer que estas medidas habrán de ser comple-

tamente especiales, y que más bien tenderán á una defensa general contra aquel individuo, que á una defensa especial del derecho que ha sido lesionado.» [1]

La aplicación del principio legal puede conducir á irritantes injusticias á que hacen referencia Boudry Lacantineríe y Planiol; — pero, la aplicación del principio de la responsabilidad puede conducir á injusticias más irritantes todavía como más arriba lo hemos demostrado.

Con mucha razón, los ilustres traductores al idioma francés del Código Civil Alemán han podido decir al anotar el artículo 829 de dicho Código, — que en esta materia las consideraciones de equidad reposan sobre las diferencias de fortuna. Pero tanto el principio de la responsabilidad como el principio opuesto, no teniendo en cuenta la posición económica de las personas, conducen á soluciones que no se ajustan á las exigencias de las consideraciones de equidad.

Y bien: ya se acepte el principio de la responsabilidad ó el de la irresponsabilidad, — las consideraciones de equidad aconsejan atenuaciones en la aplicación de tales principios. Atenuaciones en la primer doctrina, para dejar de admitir la responsabilidad cuando la víctima del loco sea un potentado, — y el victimario un hombre modesto sobre cuyo hogar no pueden acumularse las desgracias de la pérdida de la salud con los sufrimientos de la miseria; atenuaciones en la segunda doctrina, para admitir la responsabilidad cuando un demente poderoso aflija con sus desatinos un hogar pobre.

Y, á esta solución ha llegado el Código Civil Alemán en los siguientes artículos:

Artículo 827. Cualquiera que estando en estado de inconciencia ó en estado de perturbación mental de carácter patológico excluyente de la libre disposición de la voluntad, — cause un daño á otro no es responsable del daño. Si la persona se ha colocado en un estado transi-

(1) Angiolini obra citada, pág. 187.

torio de esa naturaleza, haciendo uso de bebidas alcohólicas ó de medios análogos, esa persona, es, relativamente al daño que estando en ese estado haya causado por un acto contrario al derecho, responsable, de la misma manera que cuando ella tenga que responder de su negligencia, ninguna responsabilidad le incumbe si ha caído en ese estado sin que haya mediado culpa de su parte.

Artículo 828. La persona que no ha cumplido siete años no es responsable del daño que ella cause á otra. La que tenga más de siete años sin haber cumplido diez y ocho años, no es responsable del daño que haya causado á otra cuando en el momento de la realización del acto culpable no tenía el discernimiento necesario para comprender su responsabilidad. Es lo mismo cuando se trate de un sordomudo. »

Art. 829. La persona que en los casos indicados en los artículos 823 á 826 (responsabilidad por hechos ilícitos) no sea responsable por la aplicación de los artículos 827 y 828 (arriba traducidos) de un daño causado por ella, debe responder, si la reparación del daño no puede ser obtenida de un tercero encargado de su vigilancia, — y debe responder en la medida en que, — según las circunstancias y en particular según la situación respectiva de los interesados, — la equidad exije una compensación, y siempre que por causa de la indemnización no se vea privada la persona irresponsable de los medios de que ella tiene necesidad para su mantenimiento de acuerdo con su situación, comprendiendo en estos medios aquellos necesarios para la ejecución de los deberes de alimentos que impone la ley. »

El Código Civil alemán como el nuestro sigue el sistema de la culpa subjetiva, tradicional, pero atenúa sus consecuencias en el último de los artículos que acabamos de traducir. Una de las Comisiones que intervinieron en la preparación del Código alemán hubiera deseado extender la disposición del artículo 829 á todas las perso-

nas irresponsables por ausencia de culpa. Pero, el *Bundesratch* restringió su aplicación para los incapaces de incurrir en delito ó cuasi delito, y el artículo se funda en consideraciones de equidad que descansan sobre las diferencias de fortuna. Al leer el artículo 829 del Código alemán se descubre una situación que no hemos estudiado en nuestras consideraciones anteriores: — el caso en que el loco autor del daño y el perjudicado sean de condición modesta. El Código alemán establece, que, en ese caso, el loco responderá siempre que sus medios se lo permitan, sin perjuicio de su propia alimentación y de las necesidades de los suyos, todo teniendo en cuenta su situación. El legislador alemán se ha colocado á este respecto en la misma situación de equidad que inspiró la atenuación al principio de la irresponsabilidad.

El Código Federal Suizo da las obligaciones, inspirándose en los mismos principios de equidad, — después de declarar al demente y á los incapaces de discernimiento, irresponsables, — establece la siguiente atenuación:

Artículo 84. *Si la equidad lo exije, el juez puede condenar á una persona incapaz de discernimiento á la reparación total ó parcial del perjuicio que ella ha causado.*

Oficialmente se justificaba este artículo recordando que con algunas alteraciones se encontraba en los Códigos de Zurich, de Austria y de Prusia y se agregaba: « Pueden presentarse casos en los cuales no se podrá sin herir en lo más íntimo el sentimiento natural de derecho y de equidad, declarar á una persona irresponsable de toda reparación de un daño causado por ella. Supóngase que un loco, que un enfermo en un acceso de fiebre ó un niño ha incendiado una casa, ó herido gravemente á una persona, y que ellos estén en una brillante situación de fortuna mientras que la persona perjudicada es pobre ó no ha tratado de repeler la agresión por la piedad que le inspiraba la enfermedad mental del agresor.» Rossell, comentando este artículo del Código F. Suizo dice que es forzoso reconocer que ha sido vivamente criticado como

contrario á los principios, pero que es tiempo de hacer prevalecer en la ciencia del derecho la idea de que no hay principios dignos de este nombre cuando ellos son contrarios á la equidad [1].

Nuestro Código Civil, ha establecido expresamente que no son capaces de cuasi delito los menores de diez años, y los dementes. En vano, se buscarán atenuaciones á un principio legal establecido en términos absolutos ante los cuales el intérprete, como diría Geny, debe rendir su pabellón. Pero, si la letra de la ley es clara y terminante, es también injusta, por cuanto no admite las atenuaciones necesarias para ponerla en armonía con los principios superiores, que son la fuente de la ley positiva á la cual le acuerdan toda la autoridad de su prestigio.

Una cuestión interesante que presenta nuestra ley civil respecto de la capacidad para responder por hechos ilícitos, es la de saber si los principios generales establecidos para la capacidad contractual rigen también para la capacidad culpable, es decir, delictual ó cuasi delictual.

Un loco interdicto ejecuta un hecho ilícito; pero lo ejecuta en un momento de lucidez. ¿Podría acusársele, imputársele, á pesar de estar interdicto, el cuasi delito? ¿Podría iniciarse contra él una acción de responsabilidad? Parece que la situación debe ser la que se desprende de los principios generales de la imputabilidad, y no la que la ley ha establecido para casos especiales. Las disposiciones de la léy respecto á la incapacidad del interdicto, contenidas en los artículos 391 y 392, en el Capítulo especial de la curatela, se refieren siempre á los vínculos obligatorios, que exigen para su constitución, la voluntad, la declaración de la voluntad del incapaz; y claro está, que existiendo una declaración de interdicción que prohibe al demente ejecutar actos y contratos, existe la presunción de incapacidad para todos los actos y contratos

(1) Rossell y Mentha, Código Civil Suizo, tomo 3.°, página 90.

de este demente; pero esta presunción de incapacidad establecida por la ley para los vínculos que tienen su origen en la voluntad de las partes, ¿debe aplicarse también á los casos de culpa? Las disposiciones de la ley, todas ellas, se refieren á actos y contratos, y tienen presente siempre un vínculo jurídico contratual y, sino contratual, por lo menos fundado en la voluntad de obligarse. Lo que establece para el demente, en estado de interdicción, es la incapacidad para contraer vínculos de obligación mediante manifestaciones de voluntad.

La ley, en el capítulo especial sobre capacidad, dice: « Pueden contratar todas las personas que no estuvieren declaradas incapaces por la ley. Son absolutamente incapaces los impúberes, los dementes... Sus actos no producen ni aun obligaciones naturales »...

Y, en el artículo 391 el Código establece el mismo principio: « Son nulos de derecho los actos y contratos del demandado por incapaz posteriores á la interdicción provisoria ó definitiva de que se habla en el artículo precedente. «Los anteriores podrían ser anulados, cuando la causa de la interdicción existía públicamente en la época en que esos actos ó contratos fueron hechos ».

De suerte que parece que, tratándose de culpa, basta la demostración de que se reunen la scondiciones exigidas, para que proceda la imputabilidad, y el demente sea responsable civilmente de sus actos. Claro está, que surgirán en este caso dificultades de hecho sumamente graves: la comprobación de si el daño se causó en un momento en que existía discernimento,— ó en un momento que faltaba la razón, la averiguación de si existen realmente intervalos lúcidos, de si la locura no se proyecta aún sobre los momento de lucidez, y una infinidad de cuestiones de hecho que nosotros no tenemos porque entrar á apreciar en este momento, porque lo que nos interesa es establecer únicamente el principio: existiendo inteligencia y voluntad, aún cuando medie el decreto de interdicción, esta interdicción por sí sola no basta para eximir de responsabilidad por cuasi delito.

Puede presentarse también el caso contrario: que el demente no esté interdicto; y sin embargo, en estado de locura ha ejecutado el acto ilícito. ¿Será responsable? Lo respuesta tiene que hacerse de acuerdo con los mismos principios.

Si el loco ó demente causa un caño, aun cuando no esté interdicto, no por eso deja de estar loco ó demente; y este estado—la falta de inteligencia y de voluntad para querer el acto cuyas consecuencias han sido perjudiciales—traen aparejada la irresponsabilidad.

Pero, no cabe duda de que las disposiciones de los artículos 391 y 392 no tienen efecto ninguno respecto de los actos ilícitos. El inciso 2.º del artículo 391 lo demuestra claramente. Dice así: «Los anteriores podrán ser anulados... Si alguien pretendiera que la palabra actos comprende aún los actos ilícitos, se respondería que los actos ilícitos no pueden ser objeto de una acción de nulidad. Y que los actos á que se ha referido el artículo 391 son aquellos que pueden ser objeto de una acción de nulidad. La acción de nulidad sólo se concede contra los contratos y contra los actos que encierren declaraciones de voluntad. En el acto ilícito no cabe acción de nulidad. Por consiguiente, todas las cuestiones relativas á la capacidad del demente interdicto ó no interdicto deben resolverse de acuerdo con los principios generales. El Código Civil argentino ha hecho una aplicación de estos principios generales en el artículo 1104, que dice que no se reputa involuntario el acto ilícito practicado por dementes en lúcidos intervalos, *aunque ellos hubiesen sido declarados tales en juicio.*»

Resumiendo sobre este particular el sistema legal, podemos concluir con la mayoría de los autores franceses que la irresponsabilidad que ampara á los dementos debe ser examinada en cada caso particular; «es una cuestión siempre relativa porque siempre se trata de imputabilidad». La demencia debe ser comprobada en el momento mismo en que se ha ejecutado el acto perjudicial. No

bastaría demostrar que el estado habitual del autor del daño era el de demencia, si no se prneba que ese estado existía en el instante en que el acto fué ejecutado. Sin duda, la prueba será más fácil cuando se trate de un individuo que habitualmente se encuentra en estado de demencia, — ó que se halla bajo interdicción; pero, no por eso deja de ser necesaria, pues las enfermedades mentales no tienen un carácter de absoluta continuidad. Pueden existir intervalos lúcidos, y durante estos períodos el individuo es perfectamente responsable, sea cual fuera su situación legal y sea cual fuera su estado habitual. (1)

Respecto de los menores dice el Código Civil que son incapaces los que no han cumplido diez años. El Código no dice que los mayores de diez años sean responsables por el sólo hecho de haber cumplido esta edad. En cuanto á estos últimos habrá que investigar en cada caso particular si son ó no son capaces de culpa de acuerdo con los principios que acabamos de exponer.

El alcoholismo presenta dentro del derecho civil el mismo problema que se discute por los penalistas. Desde luego hay que descartar los casos de alcoholismo crónico ó hereditario: en estos casos se trata de verdaderos dementes, y su responsabilidad no puede ser declarada de acuerdo con los principios de la ley penal. Sin embargo, la ley civil debe ser algo más exigente y más severa que la ley penal respecto de las irritaciones y furias á que suelen estar sujetos los alcoholistas crónicos. Así lo ha entendido la jurisprudencia y la doctrina francesa. «Puede suceder, dicen las *Pandectes françaises*, que la demencia tenga una causa imputable al que la sufre: cuando es la consecuencia de actos de *debauche* ó de excesos de todas clases. Así, se ha decidido que el uso excesivo de los licores alcohólicos, el relajamiento de las costumbres ocasionan en el organismo lesiones tales que no tardan en

(1) Demolombe, número 492; Sourdat, 1.º, número 416; Aubry y Rau, 4.º, número 444.

obliterar el sentico moral y en aniquilar la inteligencia y la razón. Si se puede decir que el hecho reprochado no ha sido con el discernimiento necesario para que la voluntad se haya manifestado, — no es menos cierto que más ó menos remotamente se encuentra una causa voluntaria.» (1)

En el caso de alcoholismo agudo, accidental puede decirse, que el ebrio ha provocado voluntariamente su estado. Si un acto cometido en estado de ebriedad es un acto no reflexivo, no voluntario, — hay un estado anterior lúcido, durante el cual el ebrio, dejándose llevar por su inclinación ha tomado en cantidad bebidas alcohólicas, provocando así el estado en que más tarde se encontró. No pnede atribuir á fuerza mayor su pérdida transitoria del conocimiento, pues, ella ha sido precedida de un acto voluntario, culpable é imprudente de su parte. Sólo cuando la ebriedad ha sido involuntaria, podría sostenerse que no hay responsabilidad. Esta es la solución que á esta cuestión ha dado el Código alemán en el artículo que hemos citado.

Se presenta, también la cuestión relativa á las mujeres casadas, y se pregunta si son capaces de cuasi delito. La solución debe buscarse investigando la naturaleza de incapacidad de la mujer casada. Si la incapacidad de la mujer casada se fundara, como ha pretendido una doctrina que hoy ya no se admite, en la inferioridad de la mujer, en la inferioridad de su sexo para poder apreciar las consecuencias de sus actos, indudablemente la respuesta tendría que ser en favor de la no capacidad de la mujer casada para incurrir en delito ó cuasi delito; pero, siendo la razón de la incapacidad de la mujer casada otra, siendo una razón de organización de la administración de la sociedad conyugal, pura y exclusivamente, es necesario admitir que la mujer casada puede incurrir en responsabilidad.

---

(1) Obra citada, tomo 50, página 11.

tegidos por la ley civil — no tiene razón de ser respecto de las personas jurídicas: las personas jurídicas son un conjunto de derechos sin sujeto titular de ninguna especie. De manera que, propiamente hablando, las personas jurídicas no tienen existencia; y claro está que, si no tienen existencia, no pueden ser capaces de cuasi delito.

Otra doctrina, es la doctrina de Planiol—y que tiene bastante atingencia con la anterior. Considera á las personas jurídicas como una manifestación del patrimonio. El patrimonio puede ser individual cuando pertenece á una persona, y puede ser colectivo. La personalidad jurídica no es nada más que una manifestación de un patrimonio colectivo.

Para Planiol, la personalidad jurídica no es una adición á la clase de las personas; es una manera de poseer los bienes en común, es una forma de propiedad. Este concepto de la persona jurídica excluye también la posibilidad de cuasi delito.

Otra doctrina considera á las personas jurídicas como realidades psicológicas.

Es la doctrina de Gierke, que sostiene que la voluntad colectiva es el punto donde radica la responsabilidad moral de las asociaciones, del Estado, de las sociedades anónimas, en fin, de todas las personas morales que se conocen. Fouillée y René Worms han sostenido en Francia la doctrina de la realidad de las personas jurídicas [1]. Y, también, dentro de esta doctrina, se excluye la posibilidad de cuasi delito, porque esta voluntad colectiva tiene su orígen y su necesidad en la autorización de la Ley; y siendo necesaria la autorización de la Ley para que nazca esta voluntad colectiva, sólo puede nacer dentro de los límites de la autorización legal. Por consiguiente, la Ley, que no puede autorizar hechos ilícitos, no ha podido tampoco autorizar á la persona jurídica para ejecutarlos.

(1) Fouillée, «La ciencia social»; Worms, «Organisme et societé»; Boistel, «Philosophiè du droit», tomo 2.º, pág. 53; íd. en el Congreso Internacional de Filosofía de 1904.

De suerte que todas las doctrinas coinciden en lo mismo: todas ellas reconocen un origen más ó menos remoto, más ó menos próximo en la Ley, que crea, que autoriza, que da nacimiento, que modifica y que extingue la personalidad jurídica; y bien: la personalidad jurídica no puede nunca, en principio, por su carácter necesariamente legal, incurrir ni en delito, ni en cuasi delito.

¿Quiere decir esto que no se pueda imputar, que no se pueda entablar nunca una acción por cuasi delito contra una persona moral, contra una persona jurídica, contra una sociedad, contra una empresa, contra el Estado, contra los Municipios? De ninguna manera. La razón de la imposibilidad de cometer cuasi delitos, no llega hasta eximir de responsabilidad á las personas jurídicas por los delitos que puedan cometer las personas físicas, los hombres de que esas personas jurídicas se valen para desenvolver sus actividades.

La persona jurídica en sí misma, no puede cometer el delito, ni puede tampoco incurrir en cuasi delito; pero, la persona jurídica expresa su voluntad por intermedio de sus representantes, por intermedio de su directorio; ejecuta los actos, dirige sus asuntos, establece sus servicios, en una palabra: ejerce las manifestaciones de actividad á que la autoriza la ley, por intermedio de sus representantes y, como tendremos ocasión de estudiar en clases próximas, el cuasi delito del representante, siempre que se cometa en el ejercicio legítimo de la representación, da lugar á una acción de responsabilidad contra el representado.

De suerte que, si bien las personas morales no pueden por sí mismas, incurrir en cuasi delito, son responsables civilmente de los cuasi delitos en que incurran sus representantes ó mandatarios, porque nadie tiene el derecho de tener un representante ó un mandatario omiso ó negligente en el ejercicio de las funciones ó de los cometidos que se le han encargado; pero esta doctrina de

la representación no debe confundirse con la doctrina de la responsabilidad por la culpa ajena: — la responsabilidad por la culpa del representante es responsabilidad por culpa propia; la responsabilidad por hecho de otro ó culpa ajena, es la responsabilidad que se manifiesta cuando el acto culpable ó el acto ilícito ha sido ejecutado por una persona que depende de la responsable, que es empleado, que está bajo la tutela del responsable; pero que no es propiamente su representante; y conviene tener presente esto, porque en el caso de responsabilidad por culpa ajena, que establece la ley, siempre se presume la culpabilidad de la persona que tiene al que ha cometido el delito bajo su dependencia ó bajo su guarda.

De suerte que las personas jurídicas; al responder por los cuasi delitos cometidos por sus representantes, responden directamente por el hecho propio, aun cuando, en principio, sean incapaces de delito ó cuasi delito; y, por lo tanto, es necesario, cuando se trata de una persona jurídica, distinguir dos clases de actos: primero, los actos de expresión de la voluntad de esa persona jurídica, actos de expresión, actos de voluntad que se manifiestan por el órgano encargado por los estatutos, por la ley, de expresar esa voluntad. Los actos que ejecuten los representantes, los que tienen la representación de la persona moral, de la persona jurídica, si ustedes quieren, dan lugar á una acción de responsabilidad civil, pueden ser culpables; y esos actos de voluntad se rigen por los principios generales sobre cuasi delitos, es decir, que podrá, el que incurre en el acto, invocar el carácter de representación con que ha sido ejecutado; y, además, las personas jurídicas responden, como todas las demás personas, por los actos de las personas que están bajo su dependencia ó bajo su guarda, ó bajo la Guarda ó dependencia de sus administradores ó directos representantes.

La Comisión Nacional de la Asistencia Pública, por ejemplo, la Comisión Nacional de Caridad, últimamente, tenía bajo su guarda todos los menores de los Asilos.

Pues bien: los principios que establecen la responsabilidad del tutor, rigen también para este caso especial; y son los mismos principios con todas sus consecuencias, y hasta con la presunción de culpabilidad establecida en el artículo 1298, los que deben aplicarse á ese caso.

Las personas jurídicas pueden tener como tienen todas las empresas — un numeroso personal bajo su dependencia. Pues bien: responden de todos los actos ilícitos, de todos los atentados, de todas las imprudencias, de todas las negligencias que cometan las personas; y rigen, respecto de estos actos, las mismas disposiciones establecidas en el artículo 1298 para las personas no jurídicas, es decir, para las personas físicas.

CAPÍTULO XIII

LAS CIRCUNSTANCIAS QUE EXIMEN Ó ATENÚAN LA RESPONSABILIDAD. — CASO FORTUITO Y FUERZA MAYOR

Para que una persona sea responsable de un daño causado á otra, es indispensable que se reunan los extremos que expusimos en clases anteriores,—y, por consiguiente, que se pruebe que ha mediado culpa de parte del autor del daño. Si se comprueba que el perjuicio se ha producido por una circunstancia ajena á la voluntad de aquella persona, por una circunstancia que no se pudo prever, ó que prevista, no se pudo impedir, ni evitar, no hay culpa, y por lo tanto no hay responsabilidad fundada en un delito ó en un cuasi delito.

Y, es de estas circunstancias que se comprenden con las designaciones de caso fortuito y fuerza mayor de la que nos vamos á ocupar en seguida, brevemente, — pues cuando nos ocupemos de la culpa contractual tendremos oportunidad de extendernos sobre esta materia.

Muchos autores sonsideran que el caso fortuito y la fuerza mayor no son dos diversas circunstancias eximentes de responsabilidad; — y, entienden que hay caso fortuito en todo acontecimiento ocasionado por una fuerza mayor que no se podía prever, — ó, en el peor de los casos, — á la cual no se podrá resistir, aunque se pudiera prever, « El caso fortuito deriva de la fuerza mayor, y la ley confunde generalmente el efecto con la causa y emplea como sinónimos esos dos términos « caso fortuito » y « fuerza mayor ». Los casos fortuitos ó de fuerza mayor tienen un doble origen: 1.º Las fuerzas naturales; 2.º El hecho del hombre » [1].

Sin embargo, muchos autores han procurado investigar

(1) Carpentier, «Repertoire du droit», tomo 9, pág. 78.

en que consiste la diferencia entre el caso fortuito y la fuerza mayor. La concepción que del primero tenían los antiguos se ha modificado hasta el extremo de adquirir un carácter en gran parte distinto. « Para los antiguos la palabra «caso» implicaba la noción de una fuerza descono cida, divina, que gobernaba los hombres, sin que éstos, pudieran de ningún modo prever y evitar los resultados. El primer carácter, por lo tanto, del caso fortuito es su «imprevisibilidad». Los acontecimientos se llaman fortuitos cuando ocurren subitamente y de improviso. ¿Pero es esta una definición suficiente? ¿Quién, por ejemplo, no prevé que navegando puede naufragar? La sola «imprevisibilidad» no basta; es necesario además la absoluta imposibilidad de prever, el daño, que precisamente se ha consumado, ó de impedir que el daño que amenazaba se realizase. Pero tampoco basta el conocimiento de estos elementos, porque *a priori* no se puede establecer qué acontecimiento es fortuito, y cual, como evitable, se puede imputar al ajente; tanto la «imprevisibilidad» como la «inevitabilidad» no son conceptos absolutos, sino relativos á las circunstancias de tiempo y de lugar, y dependientes de las especiales condiciones de los culpables. A decir verdad, no se puede negar que considerando el acontecimiento en sí, independientemente del modo de obrar de la persona amenazada tales elementos no se revelan como eficaces; pero otra impresión se siente cuando se piensa en todos los reparos que un hombre prudente puede oponer procurando desviar el peligro que sobre él recaía... Mientras todavía actualmente varios jurisconsultos entienden que el caso fortuito está caracterizado por la imposibilidad de prever y la fuerza mayor por la impotencia humana de impedir (1), por otra parte encontramos sosteniendo la opinión opuesta,—jurisconsultos romanos, y escritores del derecho común. El punto de origen de semejantes disputas se debe investigar en el Digesto... La

(1) Mutean, «Responsabilité Civile», pág. 35.

Glosa se divide en dos teoaias: la primera, basándose sobre un criterio subjetivo fundaba el concepto de fuerza mayor en la falta de toda culpa, aún de la levísima; la otra, al contrario, no consideraba como fuerza mayor mas que los accidentes sobrevenidos por la fuerza de los elementos ó el poder de los enemigos» (1).

... Goldschmidt, decidido sostenedor de la teoria subjetiva, no se basó sobre la culpa levísima sino sobre un aumento de las obligaciones de protección y de custodia, cuya determinación queda librada al árbitro del juez; Exner, al contrario, afirma que la fuerza mayor es objetivamente diferente del caso, y pone como criterio peculiar á la noción de fuerza mayor la procedencia externa y la gravedad excesiva... Pero Exner no prueba su afirmación... Y, las mismas dudas se producen, si argumentando sobre la letra de los Códigos vigentes, se quisiese encontrar una diferencia entre los dos conceptos... Se concluye, pues, que tanto la ley como la doctrina anterior á la codificación han fundido en uno sólo el concepto la fuerza mayor y caso fortuito resultante de un acontecimiento humanamente imposible de prever,—ó previsto, pero, imposible de evitar» (2).

En consecuencia, nosotros sin entrar por ahora á investigar si efectivamente puede descubrirse alguna diferencia entre uno y otro concepto, amplicaremos indistintamente los términos caso fortuito y fuerza mayor.

Casos fortuitos, que tienen por origen las fuerzas naturales serían por ejemplo los terremotos, las nubes de insectos, invasiones de langostas, enfermedades, inundaciones. Sin embargo, es necesario que, se reunan aún respecto de estas fuerzas naturales las condiciones necesarias para que exista la excusa de caso fortuito ó fuerza mayor. Así, no se podría colocar en los casos fortuitos las crecientes ordinarias de los ríos porque están previs-

(1) Chironi, pág 12.
(2) Chironi Gonario, pág. 16.

tas, y porque sus efectos previstos también pueden ser evitados.

La circunstancia excimente de caso fortuito ó fuerza mayor puede ser producida por la voluntad del hombre como por ejemplo las guerras, las revoluciones, le *fait du prince;* vale decir, el acto de autoridad emanada del soberano legítimo, incendio originado por un malhechor, etcétera.

Nuestro Código Civil, en el artículo 1296, ha establecido que nadie es responsable del daño que proviene de caso fortuito á que no ha dado causa. Llama la atención, que nuestro Código en este artículo haya empleado solamente las palabras caso fortuito mientras que en el artículo 1317, reglamentando la culpa contractual establece que esta no tiene lugar cuando el deudor ha dejado de cumplir su obligación «cediendo á fuerza mayor ó por caso fortuito». Podría aparecer á primera vista, que la ley ha querido distinguir la fuerza mayor del caso fortuito y que en la culpa extra contractual ha excluido deliberadamente las palabras fuerza mayor. Pero, examinando detenidamente los principios fundamentales de la culpa aquiliana se excluye de inmediato esa suposición, puesto que, sea cual fuere el concepto que se acepte de la fuerza mayor, él siempre rechaza la posibilidad de que exista una culpa. SI EL DAÑO ES EFECTO DE UNA FUERZA MAYOR NO PUEDE DE NINGÚN MODO SER IMPUTABLE Á ALGUNA PERSONA; DESDE EL MOMENTO EN QUE PUEDA IMPUTARSE CULPA Ó DOLO Á UNA PERSONA, SE DESCUBRE EL RESPONSABLE DEL DELITO Ó CUASI DELITO, Y POR LO TANTO, NO PUEDE HABLARSE DE FUERZA MAYOR.

Nuestro Código probablemente se inspiró en la doctrina que consideraba el caso fortuito como el efecto de las fuerzas naturales, y la fuerza mayor, como el efecto de la voluntad de los hombres, y consideró que sólo podía hablarse en materia de culpa aquiliana de caso fortuito, puesto que, cuando el daño fuere efecto de la voluntad de los hombres sería siempre á los autores del

daño á los que habría que exigir la reparación del mismo. En otros términos, en las relaciones contractuales el hecho de un hombre ó de muchos hombres ajenos al contrato (guerra, revolución) pueden constituir un caso de fuerza mayor, que impida á una de las partes cumplir sus obligaciones para con la otra. Al contrario, en la responsabilidad que se funda en la culpa aquiliana la guerra, la revolución, el hecho del hombre no perturba relaciones jurídicas persistentes, sino que, causan daño ellas mismas, y, ese daño debe ser reparado por sus autores que son los que promovieron la guerra, la revolución. Los directores de la guerra ó los revolucionarios, no podrían decir, que estos acontecimientos, son fuerza mayor para ellos, puesto que, ellos mismos los han causado voluntariamente.

El Código Civil ha establecido que nadie es responsable del daño que proviene de caso fortuito. En muchos Códigos no se encuentra esta disposición que en realidad no es necesaria; sin culpa no se concibe delito, ni cuasi delito, y el daño que proviene de caso fortuito no puede atribuirse á culpa de nadie. Aún cuando no existiera la disposición del artículo 1296, el daño proveniente de caso fortuito no traería como consecuencia responsabilidad para ninguna persona: bastarían para fundar esta conclusión los principios fundamentales de la culpa aquiliana.

El artículo citado del Código Civil agrega una condición para que proceda la excusa de caso fortuito. Es necesario que el que la invoca no haya dado causa para que el caso fortuito se presentase. Este mismo principio lo produce nuestra ley Civil en materia de culpa contractual [1].

Mas adelante al ocuparnos de la culpa contractual estudiaremos más detenidamente las circunstancias en que se presenten las excusas de caso fortuito y fuerza mayor.

(1) Código Civil, artículo 1317, inciso 2.° y 6.°.

CAPÍTULO XIV

Las circunstancias que eximen de responsabilidad ó que atenúan la misma. — El ejercicio de un derecho. — El estado de necesidad y la legítima defensa. — Diferencia con el caso fortuito y la fuerza mayor.

El Código Civil, en su artículo 1295, establece que el que usa de su derecho no daña á otro con tal de que no haya exceso de su parte. Disposiciones análogas se encuentran en el Código Argentino, que establece que el ejercicio de un derecho propio, ó el cumplimiento de una obligación legal no puede constituir como ilícito ningún acto [1], y en el Código de Prusia que exonera de responsabilidad á todo el que ejerza un derecho conforme á las leyes [2].

Ya hemos visto, en lecciones anteriores, las dificultades á que da origen la disposición legal que comentamos, dificultad que ha servido para fundar sobre ella, toda la doctrina del abuso del derecho [3].

No volveremos á examinar los principios sobre que se apoya esta discutida doctrina, pero, debemos precisar el alcance de la disposición de la ley. En principio no puede discutirse la exactitud y justicia del principio consagrado por el Código Civil en su artículo 1295. El ejercicio de un derecho no puede lesionar á nadie. El respeto que merece y debe merecer el derecho ajeno, no puede impedir el ejercicio de las facultades que confiere el derecho propio. A la integridad de derecho de los terceros, hay que oponer la legitimidad del uso del derecho pro-

(1) Código Civil Argentino, artículo 1105.
(2) Código de Prusia, art. 90. Introducción.
(3) Véase supra, capítulo III.

pio [1]. Tanto el uno como el otro deben mantenerse dentro de su legítima esfera de acción y desarrollo. Y claro está que manteniendo cada uno de ellos dentro de sus límites, — no caben conflictos, ni acciones de responsabilidad. Usando del derecho propio, dentro del límite que á ese derecho asignan los principios jurídicos, no es concebible que pueda prosperar una acción de responsabilidad.

Pero, si el principio jurídico consagrado por el legislador no ofrece dificultades del punto de vista de su justificación ante los principios de la filosofía del derecho,— puede ofrecerlas en todo lo que se relaciona con su interpretación. Y son estas dificultades las que procuraremos abordar y resolver, con la ayuda que nos proporcionarán las opiniones de jurisconsultos, que fundan sus conclusiones en la investigación científica, y con la ilustración que puede aportar á este debate un estudio de legislación comparada.

¿Pueden considerarse, como situaciones en que se ejerce un derecho, las que se conocen con los nombres de legítima defensa, y estado de necesidad?

El Código Civil Alemán destina la sección VI de su libro I al estudio del ejercicio de los derechos, de la defensa personal y de la justicia personal. Y, en su artículo 227 establece que un hecho, impuesto por la defensa personal forzosa, no es contrario al derecho, y que hay defensa personal forzosa, siempre que sea necesario conjurar un ataque dirigido contra el que se defiende ó contra otro, — ataque que se produce *actualmente y con violación de derecho*. El Código Civil alemán, ha creído

(1) La jurisprudencia francesa tiende á uniformarse en un sentido favorable al reconocimiento del *derecho* de denunciar la inmoralidad. Se exige solamente que la denuncia sea desinteresada, hecha por impulso virtuoso. La Corte de Casación ha declarado que no hay lugar á daños y perjuicios cuando el presidente de un Comité, contra la licencia en las calles, ha invitado á una librería á no vender un periódico habitualmente, contraria á las buenas costumbres. El carácter de esta publicación no podía ofrecer dudas. (C. C. 3 de Noviembre de 1913, en la Revue trimestrelle de droit civil. — Enero, Febrero y Marzo de 1914.)

conveniente establecer que en materia civil un acto declarado ilícito en sí mismo, deja de serlo, — y no puede dar motivo para una acción de responsabilidad, desde que se encuentra justificado por el ejercicio del legítimo derecho de defensa personal, que tiene toda persona por la ley natural y por la ley positiva.

Pero, además de la legítima defensa, el Código Civil alemán, se ha ocupado también del estado de necesidad,— y, en su artículo 228, establece, que cualquiera que destruya ó deteriore una cosa perteneciente á otro, con el fin de conjurar un peligro proveniente de esa cosa y que amenaza á su persona ó á otra persona, — cesa de hacer un acto contrario á derecho, cuando el deterioro ó la destrucción fueran exigidos para rechazar el peligro y siempre que el daño no estuviera en desproporción con ese peligro. Si el autor del hecho, por su culpa, ha causado el peligro está obligado á reparar el daño.»

Pocos artículos fueron tan discutidos, — como el que acabamos de traducir, en la preparación del Código Germánico, — y como estos antecedentes pueden ser de utilidad para ilustrar la cuestión los reproduciremos sintéticamente. «¿Debía declararse que siempre que se presentara un caso de necesidad según los principios de derecho penal, — el acto cesaría de ser ilícito en el sentido del derecho civil? ¿Debe adoptarse un criterio distinto dentro del derecho civil? El primer proyecto había suprimido toda reglamentación general del estado de necesidad del punto de vista civil; se habría conformado con hacer una excepción para el caso en que hubiera amenaza de peligro inminente, proveniente de una cosa perteneciente á otro, animal ó objeto material, — para admitir en tal caso una especie de aplicación de la legítima defensa; era la legítima defensa aplicada á las cosas en vez de encontrarse opuesta á una agresión personal. Quedaba, sin embargo, una diferencia, que con relación á las cosas era necesario que la persona amenazada tomara la iniciativa, la iniciativa de colocar la mano sobre la

cosa de otro, mientras que cuando hay un atentado directo de parte de una persona bastaba con rechazar el ataque. El acto de colocar la mano sobre la cosa de otro es más grave que defenderse contra un ataque; pero, como se trata siempre de rechazar un peligro, proveniente de la cosa en si misma, se puede decir que es menos cuestión de un caso de necesidad propiamente dicho, que de un acto de defensa personal contra la cosa que ataca. Pero para que el atentado contra la cosa de otro cesara de ser ilícito se exigían tres condiciones: 1.º Que el peligro provenga de la cosa misma: 2.º Que el acto de «poner la mano» sobre la cosa (destrucción ó *deterioración),* fuera el único medio de conjurar el peligro; 3.º Que el peligro no hubiera sido causado por culpa del que se encuentra amenazado. Cuando estas tres condiciones se encontraran reunidas, el atentado á la cosa de otro cesaría de ser ilícito y no podría dar lugar á una reclamación de daños y perjuicios.

«El segundo proyecto presentaba algunas modificaciones. No se exigía ya, que el peligro que producía la cosa ajena no proviniera de ningún modo de actos del que se defendía: aun cuando este último fuera el responsable del peligro que corría, estaba en su derecho al sacrificar la cosa que lo amenazaba, sin incurrir en hecho ilícito y el mismo propietario no tendría el derecho de oponerse. Solamente cuando se trate de los daños y perjuicios, se distinguirá si el peligro corrido comprometía ó no la responsabilidad del autor del acto. Este no estaría exento de reparación sino en el caso en que el peligro no proviniera de su culpa. Pero se exije siempre que el peligro provenga de la cosa misma; se dejan de lado todos los actos de necesidad justificados por un peligro personal, y por lo cual se ataca á una cosa que sea extraña al peligro que se corre. En realidad, el estado de necesidad quedaría entonces fuera de la reglamentación del Derecho Civil.

«En la segunda lectura del proyecto se concluyó por

hacer lugar al estado de necesidad distinguiéndolo de la defensa personal contra la cosa de otro..... Y se tuvo en cuenta el atentado contra la cosa ajena bajo el dominio de un estado de necesidad no proveniente de la cosa misma.» [1]

De suerte que mientras un artículo reglamenta la defensa personal contra la cosa de otro, — otro artículo establece que el propietario no puede prohibir á otro el uso de su cosa si esto es indispensable para conjurar un peligro presente, incomparablemente más grande, que el daño que debe resultar para dicho propietario. Este puede hacerse indemnizar el daño sufrido [2].

El artículo 228 del Código Alemán, consecuente con los principios aceptados en la preparación de los diversos proyectos, supone que el objeto perjudicado por el acto de defensa, sea una cosa viva ó no, — pero jamás una persona, un hombre. Es necesario que el acto importe la destrucción ó el deterioro de la cosa, — no se habla de sustración, — es indispensable que el peligro provenga de la cosa; y FINALMENTE SE EXIJE QUE EL DAÑO NO ESTÉ EN DESPROPORCIÓN CON EL PELIGRO CORRIDO. A este último respecto, se ha presentado como ejemplo de desproporción el caso de que alguien matara un caballo ajeno para impedir que comiera un poco de pasto. Cuando se reunen las condiciones expresada el acto cesa de ser ilícito, tanto del punto de vista penal como del punto de vista civil.

Pero, desde el punto de vista de la indemnización de los daños y perjuicios es necesario distinguir, si el autor del acto de defensa era responsable ó no del peligro corrido por él: cuando no hay ninguna culpa que reprocharle, los riesgos son para el dueño de la cosa perjudicada y ninguna reparación se debe. Cuando se le puede imputar alguna culpa él debe una reparación. Esto no quiere decir que su acto constituya un delito ó cuasi de-

(1) Resumen de Bufnoir.
(2) Código Alemán vigente, artículo 904.

lito, ese acto es lícito y no puede hablarse por consiguiente de semejantes figuras jurídicas, se *considera* « *un caso de riesgo.* » (1)

Estos antecedentes, nos permitirán apreciar más fácilmente las graves cuestiones de interpretación que se presentaron dentro de nuestra ley positiva.

Ante todo, debemos preguntarnos si los casos de legítima defensa y de estado de necesidad, no se encontrarán comprendidos en los principios del caso fortuito y fuerza mayor que estudiamos brevemente en el capítulo anterior.

A primera vista, pudiera parecer que, efectivamente, son casos de fuerza mayor estas dos circunstancias de que nos ocupamos ahora, — pero, jurídicamente pueden separarse y distinguirse perfectamente como dos causas distintas y separadas.

Es cierto, que tanto el caso fortuito y la fuerza mayor como la legítima defensa y el estado de necesidad, suponen una fuerza invencible, que produce el efecto perjuicio. —Pero, mientras en el caso fortuito y fuerza mayor, esa fuerza invencible obra directamente sobre el efecto, sobre la víctima, — en la legítima defensa y en el estado de necesidad obra sobre un hombre y le obliga á ejecutar los actos que producen el perjuicio.

En el primer caso, la fuerza invencible obra directamente, y causa, directamente también, el mal; en el segundo, esa misma fuerza ejerce su acción sobre una persona, y la coloca en el forzoso dilema de optar entre abandonarse inerte y sufrir todo el daño sobre si misma, ó violar voluntariamente el derecho ajeno á fin de obtener la salvación propia. (2) Un ciclón puede arrojar directamente un buque sobre otro: es un caso fortuito. Pero, puede también colocar al capitán en la necesidad de optar entre dejar estrellar su buque contra las piedras, ó recostarse á otra embarcación causándole averías: es un caso de estado de necesidad.

(1) Obra citada, pág. 342.

(2) Chironi, pág. 18.

Nuestro Código Civil, no se ha ocupado expresamente de la legítima defensa, y tampoco ha dicho una palabra sobre el estado de necesidad. Hay, pues, que atenerse á los principios generales, y recordar que la ley positiva ha establecido que el que usa de su derecho no daña á otro con tal que no haya exceso de su parte. Pero, la ley positiva ha legislado expresamente las condiciones que deben reunir la legítima defensa y el estado de necesidad para que constituyan una circunstancia eximente de responsabilidad en materia penal. El Código Penal ha establecido en el inciso 6.º del artículo 17 que está exento de responsabilidad *el que obra en defensa de su persona* ó *derechos* siempre que concurran las circunstancias siguientes: 1.º Agresión ilegítima; 2.º Necesidad racional del medio empleado para repelerla ó evitar el daño; 3.º Falta de provocación suficiente de parte del que se defiende. Y en el inciso 9.º del mismo artículo se establece que está exento también de responsabilidad el que para evitar un mal ejecuta un hecho que produzca daño en la propiedad ajena siempre que concurran las circunstancias siguientes: 1.º Realidad ó peligro inminente del mal que se trata de evitar: 2.º Que sea mayor que el causado para evitarlo; 3.º Que no haya otro medio practicable y menos perjudicial para evitarlo.

No podemos entrar á discutir el alcance de estas disposiciones, cuyo estudio corresponde al derecho penal, ni podemos examinar ante los principios de la ciencia penal estas circunstancias eximentes de responsabilidad. Pero, estas disposiciones de la ley penal constituyen su antecedente que nos servirá para interpretar los principios de la legislación civil.

Desde luego, — y ya se considere la legítima defensa como el ejercicio directo de la función de castigar, [1] ya se considere abiertamente que el acto de rechazar un atentado injusto es conforme al derecho, ya se considere

(1) Carrara — Cuando la defensa social no puede aplicarse la defensa individual recupera todo su imperio. Aquélla se subsidiará de la última.

que el fin de la conservación propia ó ajena contra una agresión injusta es social y jurídico y no demuestra temibilidad en quien llega á ese fin, — lo que conviene puntualizar es que todos los autores y todas las doctrinas, están de acuerdo en que es legítimo reprimir una agresión injusta dirigida contra la integridad de una persona, siempre que el medio de represión usado sea proporcionado á la agresión, y siempre que no haya mediado una provocación anterior suficiente por parte del que se defiende.

Este principio, consagrado por el Código Penal, debe ser igualmente aplicado en materia civil. La persona que se defiende contra una agresión injusta de otra persona hace uso de un derecho legítimo. Y no cabe, por consiguiente, acción de responsabilidad civil. Pero, es necesario que esa persona no se haya excedido en su defensa. En tal caso, se ha dicho, hay abuso del derecho. No nos parece que esta expresión sea feliz. En tal caso, el agredido se ha excedido en su derecho, — como se habría excedido en su derecho, — si con sus provocaciones suficientes para provocar la agresión, — fuera causa de esta última. Y claro está, que en estos casos, en que subsiste la responsabilidad penal, — aunque atenuada, — existe la responsabilidad civil.

El Código Penal comprende en la legítima defensa, no solamente el caso en que se rechace una agresión contra la persona, sino también el caso en que se rechace una agresión contra los *derechos* de una persona. La defensa del derecho de propiedad, de la libertad, etc.,—puede dar lugar á una represión violenta que se regirá por los mismos principios. En materia civil, como en materia penal, no puede desconocerse á una persona el derecho de defender su propiedad, su libertad, etc. Y claro está, que cuando esta defensa se realice dentro de legitimidad y proporcionalidad, requeridas por los principios jurídicos, no procederá una acción de responsabilidad.

Pero, la situación se presenta menos clara, cuando una

persona, procediendo en uso de su derecho de legítima defensa causa un daño á un tercero extraño por completo al atacante. Es el caso, del que perseguido en un automóvil por un grupo de bandidos que ocupa otro coche de igual velocidad, encuentra unos niños en un camino y pasa por encima de ellos, ó encuentra un padre de familia al que quita la vida, obligado por la necesidad que no le permite detener su marcha sin peligro de su vida; es el caso, del que atacado por un grupo de bandidos se defiende con un arma de fuego y hiere á una persona inocente. No hay duda de que en tal caso no puede hablarse de responsabilidad penal. Pero, ¿no podrá hablarse tampoco de responsabilidad civil?

Las opiniones de los autores se encuentran divididas.

Por una parte, se hacen valer los principios fundamentales de la doctrina de la culpa aquiliana. *Sin culpa no hay responsabilidad.* — Y nadie podría acusar ni de imprudencia, ni de negligencia, ni de haber faltado á los deberes de un buen padre de familia, al hombre que en los casos arriba expresados ha causado involuntariamente la muerte de un inocente. Forzoso es reconocer que los que así razonan se ajustan estrictamente á los principios de la culpa.

Giorgi, se ocupa especialmente de esta dificultad, y recuerda la opinión de Genovesi, que se coloca precisamente en una de esas situaciones desesperadas en que se hace daño á un inocente, defendiéndose, contra un malvado ó contra una fuerza mayor, y concluye diciendo que si el juez lo absolviese de la demanda entablada por la víctima inocente su conciencia se revolucionaría, y lo condenaría á sí mismo. Pero, Giorgi agrega: «Debiendo manifestar nuestra opinión, diremos que, en rigor, de principios donde ha mediado la absoluta necesidad de atender á la defensa propia no puede suponerse el concurso de culpa... Pero. mientras el rigor de los principios nos conduce forzosamente á esta consecuencia, nosotros nos rebelamos contra la misma, cuando observamos

que ella debe tener por resultado dejar la víctima sin compensación. Nos engañamos nosotros ¿ó será una injusticia monstruosa que la víctima inocente soporte en paz todo su daño, mientras que el autor del daño goce enteramente el beneficio de su salvación? La conciencia se subleva, podemos repetir con Genovesi á sancionar tanta injusticia, y obliga á investigar en la ley una disposición que reparta el daño, imponiendo al que obtuvo su salvación á expensas de otro pagar una compensación proporcionada; porque, en verdad, el perjudicado y el autor del daño, no son en ciertos casos más que dos víctimas de un cierto caso fortuito ó fuerza mayor, que es el verdadero origen del daño. Pero, una disposición en la ley que gobierne estas situaciones inútilmente se buscará... Podría invocarse la aplicación de los principios generales del título Preliminar del Código Civil á falta de un texto expreso de la ley. Pero, la experiencia ha enseñado á desconfiar de la protección que puede esperarse de estos principios — porque ellos tienen poco éxito ante los tribunales, sobre todo cuando es necesario remontarse hasta los cánones más elevados de la equidad. Hagamos, por lo tanto, votos para que el texto de la ley sea modificado á fin de que el derecho positivo quede en armonía con la equidad» [1].

No debemos dejarnos impresionar por los sentimentalismos de Giorgi y de Genovesí, — que estudian esta cuestión, sólo desde un punto de vista, y, considerando unicamente un caso particular. La víctima inocente pobre, — un padre de familia, — y el autor del daño un hombre de fortuna que ha obtenido el enorme beneficio de salvarse y conservar su vida.

Pero, si se considera el caso contrario, resulta que puede ocurrir que un hombre modesto que apenas cuenta con lo más necesario para él y para los suyos,— en legítima defensa,— mate ó hiera á un poderoso inocente.

(1) Giorgi, V, págs. 255 y 256.

¿No sería irritantemente injusto que ese pobre trabajador víctima de las acechanzas de unos asesinos,— que al defender su vida, ha defendido el pan de los suyos, — fuera condenar á quitar ese sustento necesario á su familia para indemnizar á la del poderoso, á la del millonario á quien dió muerte ó hirió casualmente porque este cruzaba en ese instante por entre los asesinos? ¿Se dirá, acaso, que el primeró corría el riesgo de verse atacado al ir á su trabajo y se defendía? ¿Pero, acaso, no corría un riesgo igual el millonario que paseaba fastuosamente su hijo y que cruzaba al lado de los asesinos?

El primero se vió atacado en el camino al ir á su trabajo; el segundo cruzó de paseo por el mismo camino. Tan casual ha sido la situación del primero como la del segundo. Hay, sin embargo, una diferencia. El millonario pudo dejar de pasear por un camino peligroso. El hombre que vive de su trabajo se vió forzado á cruzar ese camino.

No puede, pues, establecerse en nombre de la justicia y de la equidad, que el autor del daño debe responder en tales casos de los daños y perjuicios. Ante el criterio legal, y ante los principios de la culpa aquiliana, donde no hay culpa no hay responsabilidad. Sobre este punto creemos que la conclusión, de por sí, es acertada en cuanto considera que no cabe una acción civil de responsabilidad. Pero, la consideramos equivocada en cuanto á los votos que formula respecto de una reforma legislativa en el sentido de imponer al autor del daño en todos los casos lo obligación de indemnizar los perjuicios.

Al contrario, creemos que el legislador debía dejar esas cuestiones al prudente arbitrio de los jueces, imponiéndoles la obligación de inspirarse para resolver estos casos en los más elevados principios de justicia y de equidad,— é, imponiéndoles, sobre todo, la obligación de tener muy en cuenta la situación económica de la víctima y la del autor del daño.

Cuando en el porvenir se completen los principios de

la culpa aquiliana, — el legislador debe inspirarse en otros principios superiores, — y sobre todo, no debe olvidar que en las sociedades contemporáneas hay fuertes que se protejen sólo con la fortuna que poseen y que hay débiles que necesitan protección.

En la actualidad el intérprete y el juez tienen la obligación de aplicar la ley positiva, — y ésta consagra el principio romano: donde no hay culpa no hay responsabilidad.

El Código Penal se ha ocupado también del estado de necesidad, — y ha establecido que está exento de responsabilidad el que para evitar un mal ejercuta un hecho que produzca daño en la propiedad ajena siempre que concurran las circunstancias siguientes: realidad ó peligro inminente del mal que se trata de evitar, — que sea mayor que el causado para evitarlo, — y que no haya otro medio practicable y menos perjudicial para impedirlo.

Ante todo, — al apreciar las consecuencias que el estado de necesidad puede tener del punto de vista de la responsabilidad civil, — hay que ocuparse por separado del caso que los autores alemanes llaman de defensa personal (legítima defensa) contra la cosa de otro. Es el caso de la persona que es atacada por un perro ajeno, — y que, defendiendo su integridad física, le da muerte. Nadie puede desconocer que quien procede de este modo, hace uso de su derecho, defendiéndose contra una agresión peligrosa. Y el dueño del perro ni siquiera podrá invocar en su favor consideraciones de equidad. Un propietario no tiene el derecho de disfrutar de una cosa peligrosa para los demás. Y si la disfruta, justo es que los riesgos sean de su cargo.

No puede decirse que hay culpa en el ejercicio de la defensa personal contra los peligros de una cosa ajena animada ó inanimada. Un buen padre de familia se defendería, — sin incurrir en culpa mínima, — y, por consiguiente, no puede hablarse ni de culpa ni de responsabilidad.

Sin embargo, así como cuando se trata de autorizar el ejercicio de la defensa contra la agresión de una persona debe exigirse que ésta se ajuste á ciertas reglas de proporcionalidad y de falta de culpabilidad de parte de quien se defiende, — así también cuando se ejerza el derecho de defensa personal contra las cosas se incurrirá en un exceso ilegítimo si se causara un daño no proporcionado al peligro ó si se hubiera provocado voluntariamente la agresión. El Código Alemán, ha resuelto sabiamente esta dificultad el artículo 228, autorizando la defenda personal contra los peligros ocasionados por las cosas ajenas, — pero, exigiendo que la destrucción ó deterioro de la cosa fuera exigido para rechazar el peligro, que el daño causado no estuviera en desproporción con el peligro corrido, — é imponiendo la responsabilidad al que se defendió si la situación de defensa en que se encontró fué provocada por su culpa.

Pero, dentro de los términos de nuestra ley penal, — se comprenden en el llamado estado de necesidad, casos que no son los que se presentan, como de defensa personal contra la cosa de otro. Se comprenden, principalmente, y, en general, todos los daños causados á la propiedad ajena, mediando realidad ó peligro inminente de un mal, siempre que el mal causado sea menor que el que se quería evitar, y siempre que no haya otro medio practicable y menos perjudicial para impedirlo.

La ley penal declara exento de responsabilidad al que comete un atentado contra la propiedad ajena en estado de necesidad. ¿Corresponde también que se declare á esa persona exenta de responsabilidad civil? ¿El hombre que roba para no morir de hambre no debe ser obligado á pagar lo que come? ¿El inquilino de un piso alto que ante una inundación imprevista, y casual de su casa y para salvar sus cosas abre un agujero en el suelo y echa el agua sobre las cosas ajenas está exonerado de contribuir al resarcimiento de los perjuicios que causa?

En teoría, la verdadera situación que crea el estado de

necesidad excluye toda, culpa — y por consiguiente, toda responsabilidad, claro está, que prescindiendo de la severa doctrina de los estoicos, y la excluye porque « la ley de tutela y de garantía no puede ni debe incurrir en excesivas exigencias ni puede pretender en todo hombre la constancia de un mártir ó la superioridad de alma de un héroe. El hombre por ley de la naturaleza tiene el instinto de su integridad, de la conservación de si mismo y de sus derechos más preciosos. Todas las veces que, por hecho no propio, se vea en el peligro de perder ó la una ó la otra, abandonando toda consideración procurará lograr aquello que más le convenga. Además, el hombre que se ve amenazado en uno de sus derechos, por un peligro inminente se encuentra colocado ante el dilema angustioso que le plantea la elección entre dos males: el uno actual é inevitable que pone en peligro su derecho; el otro lejano que consiste en la pena que aplica el poder civil. El buen sentido, ó mejor dicho, el sentido común sugiere evitar el mal inminente y dejar correr el peligro remoto. De ambas razones, resulta que cuando el hombre comete un delito en estado de necesidad debe estar exento de pena. Él ha querido el hecho; ha elegido entre el mal propio y el mal de otro; pero esta elección no fué espontánea, fué ordenada por el duro dilema que se había planteado y ha dejado en el hombre la repugnancia que nace cuando no se quiere aquello que por la fuerza ha sido necesario hacer. Ha cometido, es verdad, una acción voluntaria, pero, era necesario que la cometiera ante un potente instinto de la naturaleza. »

Y, si median razones tan poderosas ¿puede hablarse de culpa? ¿Habrá que llegar á la conclusión de que la víctima del daño debe soportar éste sin tener derecho á á hacer ninguna reclamación?

Si á la conciencia puede repugnar que se encierre en la cárcel al que ha robado para comer, — si á la conciencia puede repugnar que se lleve á la cárcel al que

ha hecho por necesidad uso de la cosa ajena, — también repugnan á esa conciencia que el ladrón que ha satisfecho su apetito y ha salvado en vida comiendo, y que tiene dinero, deje sin pagar el pan que comió, — y que quien usó para su salvación la propiedad ajena no pague los perjuicios que haya podido causarle.

Lehmann, dice, que si un individuo sufre voluntariamente un perjuicio, usando de una cosa suya para hacer un beneficio á otra persona, — tiene el derecho de que se le compensen los perjuicios que ha sufrido como gestor de negocios. Y bien, si en vez de ser él, el que voluntariamente sacrifica su cosa, — es otro el que usa de ella sin su permiso, — no tendrá derecho á ninguna indemnización. ¿Puede admitirse semejante contradicción en la ley? Habría, en rigor, según los que plantean la cuestión en estos términos, una especie de gestión de negocios que obligaría al que ha usado ó aprovechado de las cosas ajenas á indemnizar los perjuicios al dueño de ellas.

Con razón se ha hecho notar que la gestión de negocios exige como indispensable condición, que haya una persona capaz que por su plena voluntad se haga cargo de los negocios ajenos. Y, es evidente, que el que usa ó se apodera de la propiedad ajena en un caso de necesidad está muy lejos de gestionar intereses de otro; y en cuanto al dueño de la cosa tampoco ha tenido intención de gestionar negocios de nadie, pues, ha sido sin saberlo, y hasta contra su propia voluntad que el tercero necesitado ha usado ó se ha apoderado de su cosa.

Chironi entiende que « si declarada la irresponsabilidad hubiese algún beneficio para el causante del daño quedará este obligado en virtud de la prohibición del enriquecimiento injusto, obligación directamente conexionada con la injuria,— como su causa eficiente aunque claro es que no en su integridad jurídica, sino en cuanto se refiere á sus elementos objetivos por lo cual no se traduce su firme virtualidad por la exigencia de responsabildad [1].

---

(1) Chironi, II, § 516.

No hay duda de que, en el fondo, el ilustre tratadista italiano tiene alguna razón. Sin embargo, no puede decirse de un modo general que el que se defiende se enriquece. Pero, en el fondo, lo que se siente en esta materia es la necesidad de completar una vez más los principios tradicionales de la culpa.

El Código alemán, en su artículo 907, ha establecido como ya hemos visto, que el propietario no puede prohibir á otro el uso de su cosa, si esto es indispensable para conjurar un peligro presente incomparablemente mayor, que el que el uso de la cosa pueda causar á su propietario. *Pero el Código alemán agrega que el propietario puede hacerse indemnizar el daño sufrido.*

En este caso — no se trata de un caso de defensa personal contra la cosa de otro y el Código alemán admite que el estado de necesidad justifica que se use de esa cosa, pero, no autoriza que se use sin indemnizar al propietario los daños y perjuicios. — Se percibe fácilmente la diferencia de situaciones que Merkel ha puntualizado muy bien. Una cosa es la defensa personal contra la cosa de otro, y otra el atentado contra la cosa de otro en estado de necesidad, y sin que haya ningún peligro que de ella provenga, como por ejemplo cuando se roba un pedazo de pan bajo la acción del hambre. Nada más legítimo que cuando es la cosa de otro que origina el peligro; un perro que atropella con intención de morder, un objeto material que amenaza caer, —los riesgos de la destrucción sean de cuenta del propietario de la cosa que ha sido el causante del peligro, ó que ha aceptado serlo. La propiedad no puede ser fuente de peligros y amenazas para los demás hombres que viven en sociedad: y si ella se hace peligrosa cada cual conjurará como pueda los peligros y los riesgos serán de cuenta del propietario.

Pero cuando por el contrario bajo el imperio de una necesidad ó peligro personal, al cual la cosa ajena es extraña se atenta contra esta cosa, para obtener la salvación ó un beneficio á expensas de ella, es justo que

los riesgos de la destrucción ó deterioros de la cosa no sean de cuenta del propietario y sí de la persona que usa de ellas procurando su salvación.

En consecuencia, aún cuando no haya culpa, — los principios de equidad pueden imponer una reparación. Habría una especie de expropiación sin indemnización, — si se autorizara el uso ó la destrucción de la cosa ajena sin acordar á su dueño ninguna reparación. Y esto, no lo autorizan ni los principios de justicia, ni los dictados de la equidad. En el silencio de la ley el intérprete debe descubrir la norma jurídica, — inspirándola precisamente en estos principios. (1)

---

(1) En la preparación del Código alemán se propusieron ciertas enmiendas tendientes á declarar «Especies de riesgo» todo atentado á la propiedad de otro, aun cuando este atentado se justificara por la defensa personal. El propietario debe ser siempre indemnizado, pués, de lo contrario se autorizará una expropiación privada sin indemnización un despojo.

CAPÍTULO XV

LAS CIRCUNSTANCIAS QUE EXIMEN DE RESPONSABILIDAD Ó QUE ATENUAN LA MISMA. — CULPA DE LA VÍCTIMA. — LA RENUNCIA.

Entre las circunstancias que excluyen toda responsabilidad se enuncia siempre «la culpa de la víctima». Y, efectivamente, cuando la víctima es la única culpable del daño que sufre, no procede ninguna acción de responsabilidad contra la persona que involuntariamente lo causó. La culpa de la víctima excluye la responsabilidad del autor del daño, porque para declarar á éste responsable, es necesario demostrar que hubo *culpa* de su parte. Y claro está, que esta demostración es imposible si la culpa ha sido de la víctima. Conviene recordar—sin embargo—que cuando haya mediado culpa de las dos partes deben aplicarse las reglas que estudiamos al ocuparnos del nexo causal entre la culpa y el daño. (1)

La víctima de un delito ó cuasi delito puede renunciar á la indemnización que le corresponde, dentro de las reglas generales que autorizan el libre ejercicio de los derechos propios. Estaríamos en presencia de una remisión de la deuda.

Pero ¿puede renunciarse á la acción antes de cometido el delito ó cuasi delito? ¿Qué valor tienen las cláusulas de irresponsabilidad?

En teoría, se ha sostenido que no puede admitirse la validez de las pactos de irresponsabilidad por contener una inmunidad para cometer injuria. Admitir en favor de una persona la inmunidad por la ofensa que puede cometer, vale tanto como facilitarle un salvo conducto. La norma que rigurosamente reprime la injuria no puede

(1) Véase supra cap. X, página 87.

consentir que privadamente, por una conveniencia cualquiera se deroguen las reglas genenerales. En la culpa contractual domina al principio opuesto con la limitación que imponen el orden y la moral pública... [1]

No puede, por consiguiente, admitirse la validez de esos contratos de irresponsabilidad DENTRO DE LA CULPA AQUILIANA. Pero, debe notarse que en ciertos contratos son de uso las cláusulas de irresponsabilidad. Cuando nos ocupemos de la culpa contractual nos ocuparemos de este asunto.

---

(1) Chironi, II, § 550.

CAPÍTULO XVI

LOS GRADOS DE LA CULPA. — LA CULPA EXTREMADAMENTE LIGERA

Ya en el derecho romano se establecía como máxima indiscutible, que la culpa contractual admitía grados, mientras que la culpa extracontractual no los admitía. En los casos de culpa contractual, ustedes saben que se divide la culpa en culpa grave, culpa leve y culpa levísima; que algunos autores, como Donello, sostienen que en los casos de culpa contractual sólo existían dos grados: culpa leve y culpa grave; que otros autores han llegado do á multiplicar los grados estableciendo hasta seis grados de culpabilidad en los casos de culpa contractual; *(látisima, latior, lata levis, levior, levissima);* pero, respecto de la culpa delictual y cuasi delictual, de la culpa aquiliana, siempre se ha establecido el criterio de la culpa levísima, *in lex Aquilia levissima culpa, venit;* y este criterio, de la culpa levísima, que viene del derecho romano, que fué aceptado por Pothier, que figura en los antecedentes de la redacción del Código Francés, en la discusión del mismo Código, y en la doctrina de los autores franceses es el que se ha incorporado á todas las legislaciones que han seguido más ó menos fielmente las reglas establecidas por el Código Francés. — El principio es invariable y, puede decirse de un modo categórico, que cualquier culpa, por leve, por ligera, que sea, da lugar á una acción de responsabilidad. En la culpa extracontractual cualquier culpa da lugar á responsabilidad, por ligera, por leve que sea, mientras que en la culpa contratual ya hemos visto que en el artículo 1318 el Código admite que, aunque regulándose siempre por el principio de la culpa leve, habrá más ó menos extensión en la culpabilidad según la naturaleza del contrato ó conjunto de circunstancias.

De suerte que en la culpa contractual se admiten grados y en la culpa delictual estos grados no se admiten. (1)

A pesar de la claridad de los principios, Prudhon ha sostenido que debe establecerse una excepción á favor de la culpa extremadamente ligera, y esta doctrina de Prudhon ha sido aceptada y sostenida en nuestros días por un autor francés que hay que tener presente siempre que se trate esta materia de responsabilidad; por Sourdat. Sourdat sostiene que la culpa extremadamente ligera no es imputable, que culpa levísima es distinto de culpa extremadamente ligera, que los casos de culpa extremadamente ligera son aquellos que están en la zona intermediaria, en donde se confunde la fatalidad de las cosas, la necesidad de que ocurra un accidente desgraciado, con una diligencia extremadamente previsora, una diligencia no común, una diligencia excepcional, que sólo se encontraría en hombres de una prudencia realmente extraordinaria. Sourdat dice, que esta doctrina, él la funda en el absurdo que significaría imputar á una persona culpas que tienen su orígen en la fragilidad del criterio humano. Sin embargo, esta doctrina, á pesar de que ha sido muy defendida, tanto por Prudhon como por Sourdad, es combatida por la generalidad de los autores, que sostienen, con razón, que no es posible admitir estos distingos; que esa culpa extraordinariamente ligera, si es culpa, es porque la persona ha podido prever las consecuencias, y en ese caso hay responsabilidad; y en el caso contrario, lo que ocurrirá en realidad será que no habrá culpa. Pero hacen notar todos los autores, ó la mayor parte de los autores que no es posible permitir á quien vive en sociedad, desenvolver sus actividades causando daño á otros, y, protegiéndose con el escudo de la culpa extremadamente ligera que le asegura la impunidad. Entre que sufra el mal el que no ha hecho nada y que sufra el mal el que

(1) Pothier, N.º 113; Toullier XI, 119; Aubry y Rau, N.º 446; Giorgo V, 149; Chironi, 1.º N.º 44. Ya hemos visto más arriba que propiamente esta no es una diferencia entre la culpa contractual y la extracontractual. Véase Introducción.

lo ha ejecutado, mediando culpa levísima de su parte, es más lógico, más natural y más justo, que lo sufra el último y no el primero; y, sobre todo, admitir en esta materia una excepción á favor de la culpa extremadamente ligera, es abrir una puerta de escape por la que intentarían excepcionarse todos aquellos á quienes se acusara por haber cometido un hecho ilícito, y siempre es más digna de protección la persona que ha sido perjudicada sin que mediara absolutamente ningún hecho de su parte, que la persona que con actos imprudentes ha causado el daño.

De manera que, como resumen, podemos decir que la culpabilidad existe aún en esos casos de culpa extremadamente ligera; no sufre excepción el principio de que nadie puede ofender el derecho ajeno con sus actos, siempre que haya podido prever ó que haya sido posible la previsión de las consecuencias de estos actos. Si esa previsión no ha sido posible, no hay culpa, si ha sido posible hay culpa, y su autor debe responder indemnizando los perjuicios.

Larombière ha establecido como regla general que no hay posición, ni profesión, ni situación, ni función pública ó privada, por elevada que sea, que se encuentre excluída ó eximida de la responsabilidad, y este principio ha sido aceptado como regla general, tanto por la doctrina como por la jurisprudencia. Sin embargo, se ha propuesto una excepción en favor de los casos de impericia en el ejercicio de ciertas profesiones.

El caso es interesante, porque se trata de determinar si los médicos, los abogados, los escribanos, los farmacéuticos en el ejercicio de sus respectivas profesiones, están obligados á prestar la culpa levísima,—si el error del médico, si el error del abogado si el error del escribano, si el error del farmacéutico dan lugar á una acción de indemnización.

Muchos autores tratan de separar de la doctrina de la culpa los casos que se llaman de impericia ó de ignorancia en el ejercicio de un arte ó profesión, y otros

autores, como Giorgi, han tratado de hacer un capítulo especial dentro de la doctrina de la culpa para los casos de errores profesionales. El hecho es, que tanto en la doctrina como la jurisprudencia, — y esto conviene sentarlo antes de entrar á estudiar en detalle las razones que se invocan para ello — se señala una tendencia á establecer como regla general, — la irresponsabilidad de los médicos, de los abogados, de los escribanos, de los farmacéuticos y de todos los que ejercen una profesión liberal salvo los casos de culpa grave, y fundan esta irresponsabilidad en la diferencia que hay entre los errores profesionales y los actos verdaderamente culpables.

Respecto del médico, se dice que no es posible que los tribunales se conviertan en academias de ciencia para determinar si el médico, empleando un procedimiento de curación distinto del que empleó, ha podido evitar la muerte ó una enfermedad de larga duración; respecto del abogado, se dice que los tribunales no pueden convertirse en asesores técnicos ó asesores jurídicos de los abogados para determinar cuál es la marcha que han debido tomar al iniciar un juicio, sobre todo porque una cosa es la relación que hacen las partes antes de iniciado el juicio y otra la que puede resultar del expediente, — y así respecto de todos los demás casos. El resultado es que, por medio de la figura del error profesional, se intenta separar ó evitar que pesen sobre las profesiones liberales las mismas responsabilidades y, sobre todo, las consecuencias de las responsabilidades que pesan sobre las demás profesiones.

La jurisprudencia, siguiendo en esto á la doctrina, ha sufrido la influencia de la tesis de la irresponsabilidad, y sólo admite la responsabilidad del médico en el caso de culpa grave, como por ejemplo cuando ordene por distracción, por ignorancia, que se tomen venemos en dósis suficientes para causar la muerte ó para causar un gran desorden; y, respecto de los abogados sólo admite la responsabilidad en casos tan graves como sería el siguiente:

el olvidarse de aconsejar al cliente la inscripción de una hipoteca en el registro respectivo ó la inscripción de una venta; en una palabra: sólo en casos de culpabilidad que podríamos decir grave, inexcusable, evidente, es que se admite la responsabilidad de los que ejercen las profesiones liberales. De manera que se necesita gravedad en la culpa, se necesita que la culpa sea evidente, para que se llegue á la responsabilidad de los médicos, de los abogados y de los demás que ejercen profesiones liberales.

Giorgi dice que no puede comprenderse en la culpa, el error profesional, esto es, aquel error que proviene de la incertidumbre, y de la imperfección del arte. «En verdad, si *humanun errore est*, no hay campo en que se vea mejor la aplicación de esta verdad dolorosa, como en el ejercicio de ciertas profesiones, las cuales ofrecen por su naturaleza tema continuo de controversias y de dudas. La dificultad de palpar los elementos de hecho que deben fundar el juicio del experto; la variedad de los sistemas y de las escuelas; las aplicaciones de circunstancias inesperadas, frecuentísimas donde hay pluralidad de causas, hacen excusables aquellos errores que no dependen de una incapacidad evidente,—ó de un olvido de obligaciones y preceptos indiscutibles. Por esto, si bien las instituciones de Justiniano comprenden entre las culpas las impericias de los médicos, la doctrina y la jurisprudencia sienten siempre la dificultad de aplicar el precepto romano y rarísimos son los ejemplos de médico ó cirujanos condenados por impericia. Para este resultado se exige un error evidentísimo é imperdonable como suministrar venenos que deben causar la muerte,—ó descuidar el ligamento de una arteria en el curso de una operación.—Y lo mismo puede decirse del abogado. Se ha preguntado si puede considerarse en culpa al abogado que después de haber iniciado un juicio lo abandona porque después de mejores estudios lo considera injusto. Es fácil responder que no, porque al declarar lealmente que no puede defender una

causa injusta cumple con un deber y obedece á una regla santísima escrita en la L. 14, art. 1.º, cód. de Justiniano.» [1]

Indudablemente que es necesario explicar el porque de esta situación privilegiada, que, por lo mismo que sería una situación completamente irregular, arbitraria é inadmisible.

Desde luego, puede afirmarse categóricamente que la ley no distingue, y que el criterio legal para la culpa extracontratual debe ser siempre el mismo, y que, si se reunen los elementos constitutivos de la culpa extracontratual, esa culpa debe pesar y debe caer lo mismo sobre un médico, que sobre un abogado y que sobre un escribano: no hay razón para que existan diferencias ni hay razón para acordar privilegios.

Sin embargo, si se estudia un poco más á fondo la cuestión se descubre que la razón de que la imputación de la culpa no pueda hacerse á los que ejercen profesiones liberales con la misma gravedad con que se hace á los que ejercen otras profesiones, se encuentra en la naturaleza misma de la culpa. Por regla general, en el ejercicio de las profesiones liberales no corresponde aplicar el criterio de la culpa extracontractual, de la culpa aquiliana, porque media un contrato. Entre el abogado y su cliente, lo mismo que entre el médico y su enfermo, media un contrato de arrendamiento de obras, y es claro que el contrato es necesario interpretarlo de acuerdo con la voluntad de las partes; y no hay duda que la parte que concurre á pedir los servicios profesionales de un médico ó de un abogado debe conocer y debe aceptar las condiciones personales de ese médico ó de ese abogado. De manera que la capacidad de ese médico ó de ese abogado entra como elemento constitutivo, puede decirse, del contrato tácitamente aceptado por las dos partes, principalmente por la parte que solicita el servicio, y entonces, claro está que deben regir para estos casos los

(1) Giorgi, V, N.º 155.

principios de la culpa contractual. Pero, respecto de los casos en que rigieran los principios de la culpa aquiliana, de la culpa extracontractual, no hay ɹazón ninguna para hacer una excepción en favor de los errores profesionales. Se dice que un médico puede no tener capacidad para apreciar los conocimientos de su ciencia, que un médico puede haber estudiado y puede no conocer adelantos que últimamente se han realizado en las clínicas de los hospitales; pero, esto no serviría como excusa de irresponsabilidad, porque tanto el médico como el abo gado están obligados á colocarse á la misma altura y al mismo nivel de sus demás colegas, porque el principio que debe regir respecto de ellos es el principio de la diligencia del buen padre de familia, que en este caso se traduce en la diligencia de las personas diligentes que ejercen el mismo oficio ó profesión. Claro está, que un médico que se encuentra en campaña, que un abogado que se encuentra en la imposibilidad de consultar los libros que le sirven de guía en las doctrinas de jurisprudencia, que un farmacéutico que carece de medios en lugares apartados para preparar los medicamentos en la forma aconsejada por los últimos adelantos de la ciencia, por más diligente que sea, si se encuentra lejos de todo centro donde pueda ponerse al día en las investigaciones científicas, no lo podrá hacer; y en este caso no habrá responsabilidad, no porque se trate de errores profesionales, sino porque una persona de su oficio igualmente diligente, una persona diligente, que ejerciera el mismo oficio, no hubiera hecho las cosas de distinta manera.

De suerte que estos casos de irresponsabilidad se fundarían en la falta de medios, es decir, en que no sería posible imputar falta de diligencia. Distinto criterio habría que aplicar á aquellos que encontrándose en los centros de cultura, de población, no se colocaran á la altura que se colocan los que ejercen el mismo oficio ó profesión con la diligencia necesaria.

De manera que el criterio abstracto del buen padre de

familia, aquí podemos decir que se convierte en el criterio abstracto del buen médico, del buen abogado, del buen profesional, del profesional que obra con diligencia. El tipo de comparación debe encontrarse investigando la diligencia que racionalmente deben desarrollar los hombres que se encuentren en el estado y circunstancias del que se quiere absolver ó condenar.

De manera que conviene rechazar las doctrinas que han llegado á hacer una categoría especial de la culpa por impericia y las doctrinas que han querido crear una excepción en favor de los errores profesionales que se cometen en el ejercicio de las profesiones liberales. En el ejercicio de las profesiones liberales no hay razón para admitir ciertas gradaciones de la culpa: está el vínculo contratual que, por regla general, casi por regla universal, existe en estos casos; pero, reunidos los elementos exigidos por la ley para la existencia de la culpa aquiliana, debe aplicarse el criterio exactamente en la misma forma.

Es cierto que tratando de los errores profesionales hay que atender á las circunstancias en que se producen. Giorgi, en los párrafos más arriba traducidos, exige una culpa grave.—Error.—Debió exigir que se determinase el criterio de la culpa, el indicio para medirla, y entonces hubiera encontrado que en las profesiones liberales se debe responder de la culpa levísima. ¿Cuándo existe esta culpa? Hay que establecerlo teniendo en cuenta lo que habría hecho un buen profesional, la faliblidad humana, las circunstancias imprevistas, etc. No es, pues, alterando la diligencia exigible como se explica la tendencia de la doctrina y de la jurisprudencia.—No.—Es precisando la diligencia exigible á estos profesionales, determinando para cada caso cuál es el tipo del buen padre de familia.

Para terminar, diremos que el criterio sobre el cual debe medirse la culpa en la culpa aquiliana, es el criterio de la culpa *in abstracto*. Ustedes saben que en el derecho romano se requería la diligencia del buen padre de familia *in concreto* é *in abstracto*: *in concreto*, que con-

siste en aplicar á los negocios ajenos el mismo cuidado que se aplica á los propios, mientras que cuando se exige la diligencia *in abstracto* no basta ser muy diligente con lo propio, sino que es necesario tener con la ajeno más diligencia, es decir, la diligencia de un buen padre de familia.

En la culpa *in concreto* puede excepcionarse el acusado demostrando que en sus propios negocios usa la misma previsión: en la culpa *in abstracto* no puede justificarse en esa forma: debe demostrar que ha usado la diligencia de un buen padre de familia.

Ahora bien: en la culpa extracontratual, en la culpa aquiliana, para apreciar la culpabilidad; ¿Es necesario tomar como base el criterio de la culpa leve *in abstracto* ó el criterio de la culpa leve *in concreto?* Plantear la cuestión equivale á resolverla. Una persona puede tener el derecho de ser negligente ó de ser imprudente con lo propio, pero nadie tiene el derecho de ser imprudente ó de ser negligente cuando puede causar un perjuicio á los demás. De manera que el criterio de la culpa extracontratual ó aquiliana tiene que ser siempre el criterio de la culpa *in abstracto:* debe usarse la diligencia que usaría una persona prudente, sin que baste que se use la diligencia que usa la persona que ha cometido la falta en sus propios negocios ó en sus propios asuntos.[1]

---

(1) Los errores profesionales han dado origen á una jurisprudencia que no podemos estudiar ni detallar.—Pero, hay un tema de investigación interesantísimo sobre todo en materia de nuevos tratamientos, y sobre los experimentos sobre métodos de curación cuyos resultados se desea conocer. ¿Tiene la ciencia el derecho de experimentación?—Esta cuestión ha sido alegremente planteada por Sorde en esta conversación: «Eucuentran que la medicina se orienta hoy en día en una forma que representa nna exageración de nuestros derechos sobre los enfermos ante todo (habla un médico de Hospital) estamos aquí para cuidarlos como cuidamos, fuera de aquí á los que nos pagan.—Puesto que sc les cuida gratuitamente es justo que ellos sirvan por lo menos para nuestros estudios.—Justamente mucho nos sirven!—Desde luego si no se pudiera emprender nada nuevo,—ensayar procedimientos no usados—habría que renunciar al progreso. Cuando Pasteur inyectó por primera vez su virus realizó una experiencia, mas peligrosa que las que nosotros hacemos todos los días.

Pasteur operaba sobre un enfermo destinado á morir y á sufrir atrozmente!—Pero es diferente lo que ocurre con la mayoria de los enfermos de los hospitales. Es sin consultarlos; es sin pensar curar sus males, sin creer en amortiguar sus sufrimientos—que los convertimos en sujetos de experiencias y de enseñanza, en perros de laboratorio!

Nosotros tenemos ese derecho pués procedemos en nombre de la ciencia.

(Un tercero)—Y bien!—Sería mejor proceder en nombre de la humanidad!

No tenemos espacio para ocuparnos de estas cuestiones.—Pueden estudiarse en la obra de André Rendu,—La responsabilité Civile des medecins et la jurisprudençe moderne—París—1909—Rousseau Ed.

CAPÍTULO XVII

LAS PRESUNCIONES DE CULPA.—RESPONSABILIDAD POR EL HECHO AJENO

Hasta hoy nos hemos ocupado de estudiar la responsabilidad que puede recaer sobre una persona por hechos ú omisiones en que ella misma ha incurrido. Tenemos que ocuparnos ahora de la responsabilidad indirecta, de la que tiene su origen en un hecho ilícito ajeno. Vamos á ver enseguida que se ha sostenido que no hay diferencia fundamental entre una y otra responsabilidad y que, en definitiva, ambas exigen siempre el elemento subjetivo «culpa propia»—elemento que en la responsabilidad llamada indirecta se presume por la ley,— la cual supone que en los casos que vamos á estudiar ha mediado una culpa *in vigilando* ó *una culpa in eligendo,* — ó ambas á la vez.

En el derecho romano, esta institución de la responsabilidad por el hecho ajeno tuvo algunas manifestaciones. Es cierto, que se trataba de casos de excepción,— tan de excepción que sólo podríamos citar dos de ellos determinados en el edicto del pretor. Se declaraba al padre de familia responsable de los daños causados por las cosas arrojadas desde las ventanas de su casa; se declaraba al capitán de un buque ó al dueño de una posada responsable de los daños y hurtos de sus dependientes. También se declaraba responsable al *pater familias* de los daños causados por el hijo ó por el esclavo sin que mediara culpa de aquel. Este, el *pater familias* podía descontar su responsabilidad entregando al hijo ó al esclavo (noxal deditio). Pronto desapareció la acción noxal para el hijo, pero, subsistió para el esclavo.

Esta institución de responsabilizar á una persona por hechos no ejecutados por ella, se ha desarrollado y ten-

dremos que estudiarla con alguna detención. Pero conviene desde ahora señalar como su carácter fundamental el que, á diferencia de algunas de las otras disposiciones que hemos estudiado, tiene un carácter exclusivamente civil. *La responsabilidad por el hecho ajeno es siempre de orden civil, jamás es de carácter criminal.* De manera que al responsabilizar á un padre ó á un tutor por las consecuencias civiles de un delito cometido por el hijo ó por el pupilo, la responsabilidad de que se trata es exclusivamente civil, y en ningún caso podrá proyectarse sobre el que ha constituido el delito, la responsabilidad de orden penal que debe recaer sobre los autores y cómplices de estos hechos.

Establecido este principio, vamos á entrar á estudiar cuando una persona responde por el hecho ajeno, y á este respecto en la legislación universal se presentan, puede decirse, dos grandes sistemas. El primer sistema es el sistema seguido por el Código Francés y por el Código Italiano, que sigue al Código Francés, y por algunos otros Códigos que toman como modelo el Código Francés; y el segundo sistema es el sistema seguido por nuestro Código, por el Código de Chile, por el Código Federal Suizo de las obligaciones, y, finalmente, hace pocos años, por el Código Civil Alemán.

El primer sistema establece una diferencia en la responsabilidad por el hecho ajeno entre los menores y los empleados, y puede resumirse todo el sistema en este principio: una persena responde por el hecho ilícito de los menores que están bajo su guarda y de sus empleados. La ley presume la culpabilidad de la persona que tiene bajo su guarda menores, pero admite prueba en contrario, para demostrar que no ha existido culpabilidad do parte del padre, del tutor ó del guardador. La ley presume también la responsabilidad del jefe de familia ó del patrón, ó de una empresa, por el hecho culpable de sus empleados; pero esta presunción, á diferencia de la presunción anterior, es una presunción *juris et de jure*, y

por consiguiente, no admite prueba en contrario Este es el sistema seguido por la legislación francesa y el seguido por el Código italiano.

El segundo sistema es el seguido por nuestro Código, por el Chileno, por el Alemán y por el Suizo: la ley establece también que se responde del hecho ilícito ajeno; la ley presume la culpabilidad, pero la presunción de la ley en este segundo sistema es siempre una presunción simple, una presunción que admite prueba en contrario. De suerte, que el padre, como el tutor,. como el guardador ó como el patrón ó empresa que tiene un empleado bajo su dependencia, puede exonerarse de la responsabilidad, demostrando que no ha habido culpabilidad de su parte, que ha empleado la diligencia de un buen padre de familia para evitar un daño. Como ustedes comprenden, hay un punto en que los dos sistemas coinciden, tanto el sistema del Código Francés como el sistema de nuestro Código, y este punto es el relativo á la responsabilidad por el daño, por el hecho ilícito de los menores. En este caso, los dos sistemas presumen la culpabilidad del padre, del tutor ó del que tiene bajo su guarda los menores; pero esta presunción es una presunción simple que admite prueba en contrario: las personas á quienes la ley declara responsables, pueden exonerarse de esta carga, demostrando que han empleado toda la diligencia de un buen padre de familia para evitar el daño.

Ahora bién: cabe preguntar ¿cual es la causa de esta responsabilidad por el hecho de los menores? ¿Por qué se responsabiliza á una persona por el hecho de otra persona? ¿Por qué el padre ha de responder de la culpa de sus hijos? ¿Por qué el tutor ha de responder del hecho ilícito de su pupilo? ¿Por qué el maestro ha de responder del hecho ilícito de su discípulo? Si la culpa reconoce como fundamento el principio de imputabilidad que hemos estudiado en las clases anteriores, no es posible atribuir á una persona responsabilidad por el hecho ilícito de otra persona, que ha podido ejecutarlo sin su co-

nocimiento y más aún, contra órdenes expresas de su parte.

Si, á primera vista, pudiera parecer que la expresión responsabilidad por la culpa ajena es efectivamente una responsabilidad por culpa de otro, examinando un poco más á fondo la cuestión se descubre que no hay tal responsabilidad por hecho de otro; que en realidad, el padre, como el tutor, como el maestro, responde por un hecho propio. El padre, como el tutor, como el maestro que tiene menores bajo su guarda, debe ejercer sobre ellos la vigilancia necesaria para que estos menores no cometan delito. La guarda de los menores no ha sido establecida en interés exclusivo de los mismos: ha sido establecida también en interés social y atendiendo á razones de orden público. De suerte, que una persona que tiene bajo su vigilancia varios menores, no puede descuidarlos; y claro está, que si estos menores cometen un delito por falta de vigilancia de la persona que los tiene bajo su guarda, esta persona que ha omitido la diligencia debida en la vigilancia, esta persona que ha sido negligente en el cumplimiento de sus deberes — que no son deberes solamente para con los menores, sino que también son deberes para con la sociedad — debe responder de los daños injustamente causados á terceros.

De suerte que nuestro código, como el Código francés — y en esto la legislación universal coincide — al responsabilizar por el hecho ilícito de los menores sometidos á la patria potestad, á la tutela ó á la guarda de una persona, lo que en realidad establece es la denominada culpa *in vigilando*, — culpa por falta de vigilancia. No se responde, por consiguiente, por el hecho ajeno, sino que se responde por el hecho propio, por la falta de vigilancia.

El sistema seguido por el Código francés establece respecto del hecho ilícito de los empleados (comprendiendo en la palabra *empleados*, sirvientes, domésticos, obreros, etc.), el principio de la presunción de culpa del que utiliza sus

servicios, presunción de derecho que no admite prueba en contrario. Este sistema del código francés ha sido suma mente discutido: su origen se descubre en la obra de Pothier, donde se habla de la responsabilidad que debe tener el patrón por el hecho de los sirvientes. Pothier se refería, al establecer su principio, única y exclusivamente á los sirvientes,—no se refería á todos los empleados,—y sostenía que una persona, al elegir los sirvientes, debe tener cuidado de no elegir personas de malas costumbres, personas imprudentes ó personas que puedan causar perjuicios á los demás. De suerte, que los hechos ilícitos causados por los sirvientes, deben imputarse al patrón, ya sea porque el patrón ha cometido una falta al elegirlos mal *(culpa in eligendo)* ó ya sea porque el patrón ha omitido la debida vigilancia en los actos ejecutados por ellos *(culpa in vigilando).*

El código francés, al establecer en un único artículo, como el nuestro, la responsabilidad por el hecho ajeno, llevó muy adelante las enseñanzas de Pothier y estableció que se responde por el hecho ilícito de los menores; pero por un inciso especial agregó que el padre, el tutor, el maestro ó el guardador del menor, tiene el derecho de exonerarse de la responsabilidad probando que no ha omitido la vigilancia debida; y respecto de la responsabilidad que pesa sobre el que arrienda ú ocupa ó se vale del servicio ajeno, en una palabra, del arrendador de servicios, estableció pura y simplemente el principio de la responsabilidad, pero no agregó, como en el caso de los menores, que la responsabilidad establecida en la ley pudiera ser descartada mediante la prueba de la falta de culpa del patrón.

Como se ve, esta disposición, cuya severidad ha sido vivamente criticada por Planiol, ha tenido necesariamente que ser aplicada con todo rigor por los tribunales franceses, sobre todo, porque su sentido se encuentra perfectamente aclarado en los trabajos del Código francés. En Fenet se encuentran las razones que impulsaron á establecer este

principio: nadie tiene el derecho de tener bajo su dependencia ni de utilizar los servicios de personas de malas costumbres, de personas imprudentes ó de personas que puedan causar daño ó perjuicio á los demás. Planiol critica con toda severidad esta disposición, que califica de inícua pero reconoce que tal es el sistema del Código francés; lo mismo ocurre con Giorgi y lo mismo ocurre con la generalidad de los autores franceses. Planiol hace un agregado completamente justo respecto de los daños que pueden causar los empleados de grandes empresas é industrias teniendo en cuenta «la idea de empresa», pero agrega Planiol, que sobre esta materia lo que correspondería sería una legislación especial estableciendo para ello la presunción de culpabilidad, un nuevo «riesgo», — si se quiere, análogo al aceptado en materia de accidentes del trabajo, un principio nuevo de responsabilidad colectiva. Pero, esta sería una reforma de legislación. El interprete debe reconocer que no hay ninguna razón como dice Planiol en la actualidad, en que las personas tienen una independencia absoluta y en que puede á cada uno imputarse su parte de responsalidad, para obligarse á otra persona á responder por el hecho ajeno sin ninguna razón y sin ningún motivo.

Como decía, casi todos los autores están de acuerdo sobre este principio. Sin embargo, el principio del Código francés es tan severo, que no han faltado grandes maestros en la ciencia del derecho que hayan tratado de encontrar una explicación ó de desviar en alguna forma la aplicación del rigor de estos principios, y entre esos autores se encuentra Chironi, que ha ideado á este respecto la teoría de la representación. La teoría de la representación consiste en lo siguiente: cuando la ley establece la responsabilidad por el hecho de los menores, establece una responsabilidad por el hecho ajeno; pero cuando la ley establece la responsabilidad por el hecho de los empleados, no establece una responsabilidad por el hecho ajeno sino que establece una responsabilidad por

el hecho propio, porque el empleado, dentro de su empleo, es un representante del que lo emplea; y aplica, entonces, Chironi la teoría de la culpa en general: el que utiliza los servicios de otro, dá á esta persona, respecto de los servicios, una cierta representación, y debe responder de los actos de esta persona. Es la doctrina que asimila, entonces, la culpa del empleado á la culpa propia, extendiendo el concepto de la representación. Sin embargo, esta doctrina no ha prosperado; Giorgi la critica, y con razón, sosteniendo que no es la doctrina de la ley.

Esta representación *sui generis* inventada por Chironi para interpretar el principio establecido por el Código francés y por el Código italiano, es rechazada por la mayoría de los autores italianos, y, como se comprende, tiende á extender el concepto de la representación para eludir la aplicación seca y brutal del principio de que se responde por el hecho de otro. Chironi dice: nó, se responde por el hecho propio; si ese empleado obra con culpa, probada la culpa se responde por el hecho propio, como se respondería por un hecho realmente propio; y de esta manera se evita la dificultad de la doctrina en la responsabilidad por un hecho ajeno sin culpa imputable á una persona.

Nuestro código ha establecido un sistema distinto del código francés y del código italiano, sistema que, como acabamos de ver hace un momento, siguen otras legislaciones. El sistema de nuestro código es el sistema de la presunción de la culpabilidad: tanto en el caso de los menores como en el caso de los empleados ó de los obreros, nuestros código supone la existencia de la culpabilidad del patrón, y la culpa será la culpa *in vigilando* ó la culpa *in eligendo* ó ambas; en los casos de los empleados pueden ser ambas: puede haber una mala elección y además, agravando la mala elección, una mala vigilancia.

Además, el código presume esa culpabilidad, pero esta

presunción no es una presunción absoluta, admite prueba en contrario. Es lo que establece el artículo 1298 del Código Civil, que dice así: «Hay obligación de reparar, no sólo el daño que se causa por hecho propio, sino también el causado por el hecho de las personas que uno tiene bajo su dependencia ó por las cosas de que uno se sirve ó están á su cuidado.

«Así, el padre, y á falta de éste la madre, son responsables del hecho de los hijos que están bajo su potestad y viven en su compañía.

«Los tutores y curadores lo son de la conducta de las personas que viven bajo su autoridad y cuidado.

«Lo son igualmente, los directores de colegios y los maestros artesanos respecto al daño causado por sus alumnos ó aprendices, durante el tiempo que están bajo su vigilancia.

«Y lo son, por último, los dueños ó directores de un establecimiento ó empresa, respecto del daño causado por sus domésticos en el servicio de los ramos en que los tuviesen empleados». Hasta aquí está el principio de la obligación de reparar el daño causado por el hecho ilícito de otra persona; y en el inciso final se establece que esta presunción de la ley, esta responsabilidad que la ley presume, puede exonerarse mediando prueba en contrario, y este inciso dice así: «La responsabilidad de que se trata en los casos de este artículo cesará cuando las personas en ellos mencionadas prueben que emplearon toda la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño». De manera, pues, que este inciso establece, tanto respecto de los menores como respecto de los empleados, que el principio de que la responsabilidad cesa mediante la prueba de haber existido de parte de la persona toda la diligencia de un buen padre de familia, es decir, tendrá que probar que no ha habido culpa *in vigilando*, y en el caso de los empleados que no ha habido ni culpa *in vigilando* ni culpa *in eligendo.*

El Código Alemán ha seguido los mismos principios de nuestro código, estableciendo en el artículo 831 que « El que encarga á otro de una operación está obligado á reparar el daño que este otro, por un hecho contrario al derecho, cause á un tercero en la ejecución de la operación. Este deber de reparación no existe más, ó deja de existir, si el patrón del negocio, sea del punto de vista de la elección de la persona propuesta, sea en la medida en que debe suministrar los aparatos ó los utensilios ó dirigir la ejecución de la operación del punto de vista de lo que él tenía que ver y de la dirección que le incumbía, ha aportado todo el cuidado exigido en las relaciones de uso ó de costumbre ó si el daño, aún en el caso de que este cuidado haya sido llevado, hubiese debido producirse por necesidad. La misma responsabilidad incumbe á aquel que se encarga por contrato de hacer algo para el patrón en alguno de los asuntos mencionados », y el artículo 832 dice: « El que en virtud de la ley está obligado á ejercer vigilancia sobre una persona que en razón de su menor edad ó de su estado intelectual ó físico tiene necesidad de ser vigilada, está obligado á reparar el daño que esa persona, por un hecho contrario al derecho, cause á un tercero. Este deber de reparación no existe ó deja de existir si aquel que estaba encargado ha cumplido con su deber de vigilancia ó si el daño, aún suponiendo esta vigilancia ejercida como debía serlo, hubiera debido producirse fatalmente. La misma responsabilidad incumbe á quien se le encarga por contrato de ejercer dicha vigilancia. »

Las disposiciones del Código alemán son exactamente las mismas disposiciones de nuestro código. Como ustedes habrán visto, el inciso 1.º de nuestro artículo 1298 comprende no sólo á los menores sino que comprende todas las personas que están bajo la dependencia de otras; de manera que los casos previstos en el Código alemán respecto á los incapaces, está comprendido también en el artículo 1298 de nuestro código, y luego indica por vía

de ejemplo el caso de los dueños ó directores de un establecimiento ó empresa, y además, el Código alemán tiene puede decirse, sobre nuestro código, la ventaja de la precisión: en vez de establecer el caso de los artesanos que tienen aprendices ó el caso de los directores de colegio como en nuestro código (y en esto, el Código francés también hace lo mismo), establece jurídicamente la responponsabilidad que pesa sobre la persona que se encarga por contrato de la vigilancia de otra persona. El director de un colegio que se le encarga un menor, está obligado á vigilar al menor durante la permanencia de ese menor en el colegio; y, por otra parte, los principios del Código alemán, separando el caso de la responsabilidad de los que están sometidos por razón de su menor edad ó de su incapacidad á la vigilancia de otro, han seguido un sistema más jurídico, señalando sus disposiciones con la precisión y con la seguridad que son el ideal de la ciencia jurídica. Pero, fuera de estas ventajas del Código alemán, las disposiciones de nuestro código son exactamente las mismas; de manera que podemos entrar á estudiar cuales son los caracteres generales de la responsabilidad por el hecho ajeno dentro de los principios de las leyes nacionales.

Desde luego, es necesario, como primer elemento, que, por un hecho ilícito, el menor ó el empleado ó la persona sometida á la vigilancia ó á la dependencia de otra, haya causado un daño á un tercero; de suerte que es necesario que el menor por imprudencia, por dolo, por simple travesura, ó por la condición de su edad haya causado un mal á un tercero; que el empleado ú obrero causen un daño á otro por imprudencia, por negligencia ó con dolo. Este es el primer elemento de la responsabilidad por hecho ajeno, es decir, que una persona comprendida dentro de aquellas que dan lugar á la responsabilidad de otra, haya incurrido en culpa ó haya cometido un delito ó cuasi delito: cometido el delito ó cuasi delito por la persona que obliga á otra como responsable, el perjudicado tiene que

probar la existencia de este delito ó cuasi delito, salvo el caso en que el que causa el perjuicio no sea capaz de cuasi delito: en este caso probará sólo el daño realizado en tal forma que si fuera obra de un mayor constituiría un hecho ilícito. Cuando un menor de diez años rompe los vidrios de una casa: se prueba que efectivamente ha sido el menor quien ha roto los vidrios; pero si una persona alega que un obrero con su imprudencia le ha causado un perjuicio, debe probar el perjuicio, *debe probar la imprudencia del obrero* y debe probar que ha existido culpa de parte del obrero, porque este es capaz de culpa. Este es el primer elemento de la responsabilidad por culpa ajena.

El segundo elemento es el siguiente: al responder por el hecho ajeno, se responde, en realidad, por el hecho propio, porque se responde de la falta de vigilancia. El padre ó el tutor ó el dueño de un establecimiento industrial ó el dueño de una empresa industrial, es responsable por hecho propio, por su falta de vigilancia. Nadie tiene el derecho de tener personas bajo su dependencia y no vigilarlas debidamente para que no causen daño á otras. Si este daño se produce por falta de vigilancia, debe ser responsable la persona que ha omitido la diligencia debida en dicha vigilancia: y en el caso de los empleados ó dependientes, no sólo responde de la culpa *in vigilando* sino que también responde en las mismas condiciones de la culpa *in eligendo*, porque nadie tiene el derecho de elegir mal sus dependientes, sus empleados, y de causar por su mala elección una perturbación y un perjuicio á otras personas.

El tercer elemento de la responsabilidad es el elemento presunción de culpabilidad en la elección ó en la vigilancia de suerte que el padre, como el tutor, como el que emplea los servicios de otro, se presume responsable del hecho ilícito de la persona que tiene bajo su vigilancia ó bajo su dependencia. De manera, que nuestro código en el artículo 1298, con una regla de carácter general, ha

establecido la presunción de culpabilidad para todos estos casos, la presunción de culpabilidad *in vigilando* ó de culpabilidad *in eligendo*. De suerte que si una persona prueba el delito ó cuasi delito de un menor ó de un empleado ó de un incapaz, no tiene que probar, para dirigir la acción de responsabilidad contra el que tiene esa persona bajo su dependencia, que ha existido de parte de esta persona culpa *in vigilando* ó *in eligendo:* la ley presume la culpa.

Y, como cuarto y último elemento, la ley establece que la presunción de responsabilidad establecida contra los que tienen personas bajo su dependencia, por el hecho ilícito de estas personas, cesa mediante la prueba de haber obrado con toda la diligencia de un buen padre de familia. Este último elemento presenta la siguiente cuestión: la persona á quien la ley presume culpable *in vigilando* ó *in eligendo,* responde de la culpa grave, de la culpa leve, de la culpa levísima? La solución, en mi concepto, es la solución que hemos dado al estudiar el carácter general de los cuasi delitos: la persona responde de la culpa levísima; de manera que deberá probar (como ustedes comprenden, es una prueba difícil) no haber omitido la más mínima vigilancia, haber procedido con toda la diligencia de un buen padre de familia, tanto en el momento en que se ha ejecutado el acto como en todos los momentos que ha estado bajo su dependencia. De suerte que la prueba debe hacerse dentro del criterio general que establecimos: en materia de cuasi delito se responde siempre de la culpa levísima, y el responsable de culpa *in vigilando* ó de culpa *in eligendo* responde igualmente de culpa levísima.

El Código Federal Suizo de las Obligaciones ha sido modificado después de la sanción del nuevo Código Civil, pero, fundamentalmente se mantiene al mismo sistema de la presunción simple de culpa adoptada por nuestro Código y por el alemán. Sin embargo, hay una diferencia de método. El Código Civil Suizo ha legislado especialmente todo lo relativo á «la autoridad doméstica» la cual implica necesariamente derechos y deberes. Y entre

estos últimos se encuentra la disposición del artículo 333 que dice así: « El jefe de familia es responsable del daño causado por los menores é interdictos ó las personas atacadas de enfermedades mentales,— ó débiles de espíritu colocados bajo su autoridad, — *á menos que el justifique haberlos vigilado de la manera acostumbrada y con la atención ordenada por las circunstancias. Está obligado á cuidar que las personas de la casa atacados de enfermedades mentales ó débiles de espíritu no* no se expongan ni expongan á los demás á peligros ó á sufrir daños. En caso de necesidad se dirigirá á las autoridades competentes para provocar las medidas necesarias ».

En el derecho de las obligaciones no aparece pues ninguna disposición relativa á la responsabilidad de los padres por los hechos de sus hijos menores,— pero,— aparece un artículo relativo á la responsabilidad de los patrones en general, por los hechos ilícitos de los empleados y obreros que de ellos dependen. Ese artículo está redactado en estos términos: « El patrón es responsable por el daño causado por sus comisionados, empleados de escritorio y obreros en el cumplimiento de su trabajo, — *si el no prueba que ha tomado todos los cuidados ordenados por las circunstancias para evitar un daño de ese género ó que su diligencia no pudo impedir que el daño se consumase* » (1).

Como se vé el Código Suizo como el nuestro adapta el sistema de la presunción de culpa, pero no, de la presunción *juris et de jure*, sino de la presunción simple que admite prueba en contrario.

---

(1) Código Federal de las Obligaciones.— 1.° de Enero de 1912. artículo 52.

CAPÍTULO XVIII

Las presunciones de culpa. — Responsabilidad por el hecho ajeno. — Padres, tutores, madres, curadores, etc.

El primer caso de responsabilidad por hecho de otro que presenta el artículo 1298 del Código Civil, es el del « padre y á falta de este de la madre que responden de hecho de los hijos que están bajo su potestad y viven en su compañía. » Se enseña generalmente, que esta responsabilidad descansa sobre un doble motivo que se desprende de la naturaleza de la potestad paterna. La autoridad paterna, que encierra el poder de ordenar y de hacerse obedecer, implica igualmente deberes. Los padres tienen la obligación de educar á sus hijos no solamente asegurándoles la vida material por los alimentos, los vestidos, etc., sino también dándoles educación, y por consecuencia, vigilando sus acciones, sus costumbres y sus inclinaciones. El deber de guarda, que forma parte del deber de educación, les obliga á inculcarles principios de moral, á prohibirles hacer daño á los demás ;los obliga igualmente á impedir, y aún á prever, todo acto perjudicial; y si algún daño se produce es porque los padres han faltado á su deber abandonando la vigilancia que de ellos puede exigirse. Son luego, responsables porque han cometido una falta, ó por lo menos una negligencia en el cumplimiento de la misión que ellos tienen la obligación estricta de llenar,—y de la cual no se pueden excusar. Hay casi siempre culpa del padre en la mala conducta de los hijos. Por lo tanto, no es necesario buscar á su respecto la existencia de una imprudencia personal en el momento mismo en que se ha cometido el acto perjudicial. Por el solo hecho de haberlo autorizado ó por no haberlo impedido, los padres deben responder del

mal causado por la imprudencia de sus hijos, aunque los hechos considerados en sí mismos, — y el permiso de ejecutarlos puedan estar al abrigo de todo reproche ».

Como acaba de verse, la responsabilidad de los padres por los hechos de sus hijos menores, se funda no sólo en el perjuicio causado, sino en que la autoridad y vigilancia están establecidas por razones de orden público, y, por consiguiente, la responsabilidad de los que no ejercen debidamente su autoridad ó vigilancia puede calificarse de responsabilidad *por hecho propio*, en que se incurre por faltar al cumplimiento de la función social que les ha sido confiada.

Es por esta razón que Chironi dice que es severa la responsabilidad del padre, — que es responsabilidad por culpa propia, en lo que difiere de la que corresponde por hechos del representante, en la cual éste autor incluye á los obreros y dependientes en general. « En el hecho del representante, dice, es necesario que existan respecto á él todos los elementos (objetivos y subjetivos) de la injuria, – para que después en razón de la representación este juicio se transporte sin más al representado, como si fuera suyo, considerando suya propia la obra del representante; aquí es otra la relación que domina entre el representante y el agente. El cual no obra por otro, sino que ejecuta un hecho suyo que se conaxiona con él al tercero jurídicamente aun siendo hecho ajeno en cuanto por la condición jurídica respecto al agente que debía vigilar, se reputa cometido el hecho por la falta de vigilancia debida. *Debida:* he aquí el punto fundamental; la razón de orden público, porque es de interés general y no solamente particular que la relación de autoridad entre quien vigila y quien está sujeto á la vigilancia, esté constituída por la ley y se desenvuelva en la realidad de la vida. El interés general es operativo en estos casos, no solamente porque el cuidado de las personas incapaces está instituido por ser de razón pública, sino por el hecho de que la sujección está también impuesta y la autoridad

concedida así mismo, á fin de impedir que sujetos cometan injustamente ofensas. No es únicamente, pues, autoridad que se da, vigilancia que se ejerce, para que los cometidos cumplan exactamente sus deberes; es vigilancia debida para que la persona sujeta, á causa de su condición, no cause daño á sí ó á otros. Es, en suma, una *custodia* que se impone». [1]

Estos fundamentos nos servirán para resolver una cuestión planteada hace ya muchos años por notables tratadistas.

Es sabido que un menor incapaz de proceder con discernimiento, — que un menor de diez años, — no puede ser condenado personalmente á la reparación del daño causado porque no es capaz de culpa. ¿La incapacidad para incurrir en cuasi delito no debe exonerar al padre ó madre de toda responsabilidad? ¿El daño causado por el menor no debe ser asimilado á un caso fortuito ó una fuerza mayor de la que nadie debe responder?

Toullier dice: «Para excusarse de responsabilidad el padre ó madre sólo tienen que probar que su hijo era de muy baja edad para poder obrar con discernimiento. La ley no lo obliga á responder de los actos de un hijo impuber y sin discernimiento.» [2]

Pero, la opinión de la mayoría de los tratadistas franceses es contraria á las conclusiones de Toullier, y se fundan en que la ley en el artículo 1384 del Código Francés declara á los padres responsables de los hechos de sus hijos menores sin hacer distinción entre los que obran con discernimiento ó sin él. En segundo lugar, agregan, en vez de poderse invocar como una causa de excusa la reducida edad del menor, — podría alegarse como agravante porque el deber de vigilancia es más estricto y se impone más rigurosamente cuanto más pequeño é incapaz sea el menor.

(1) Chironi, II, § 290.
(2) Tonllier, núm. 270.

Nuestro Código Civil, en su artículo 1298, ha establecido que el padre y á falta de éste la madre, son responsables del hecho de los hijos que están bajo su potestad y vivan en su compañía. Pero. en el artículo 1294 ha establecido que no son capaces de delito ó cuasi delito los menores de diez años ni los dementes; pero serán responsables del daño causado por ellos las personas á cuyo cargo estén *si pudiera imputárseles negligencia.* »

Desde luego, es evidente que nuestro legislador no ha querido aceptar la doctrina de Toullier, que declaraba en tales casos irresponsable al padre ó al curador.

Pero, puede preguntarse si la ley no habrá distinguido el caso del menor adulto, que obra con discernimiento, — del caso del menor incapaz de culpa, — estableciendo para el primero la presunción de culpa respecto del padre, — y exigiendo para el segundo que se pruebe por la víctima que ha mediado negligencia de parte del padre.

A primera vista, pudiera parecer que el Código Civil al declarar á los menores de diez años incapaces de delito y cuasi delito, — agregando que serán responsables sus padres *cuando pueda imputárseles negligencia,* — ha querido que la víctima del hecho *pruebe la negligencia* del padre. Y entonces, tendríamos en la ley dos sistemas distintos respecto de la responsabilidad de los menores: uno para los menores de diez años incapaces de cuasi delito; otro para los mayores de diez años y menores de veintiuno. El que dirija una acción contra el padre en el primer caso tendrá que probar que hubo negligencia de su parte en la vigilancia del menor (artículo 1294); el que dirije una acción en el segundo caso tendrá que probar el acto culpable del menor, imprudencia, dolo ó negligencia, — y se presumiría la culpa *in vigilando* del padre (artículo 1298). En dos palabras: dentro del sistema del Código se presumiría la culpa del padre respecto del daño causado por el menor adulto; no se presumiría esa culpa en el caso del menor de diez años.

Si á primera vista puede este sistema parecer el que

mejor se ajusta á la letra de la ley, un examen atento del mismo nos demuestra que no hay razones ni de orden legal, ni de carácter doctrinario para aceptarlo.

Desde luego, el artículo 1298 establece que al padre se presume culpable de los hechos de sus hijos menores que se encuentra bajo su potestad, y viven en su compañía. La ley no ha distinguido y comprende todos los hijos menores sin entrar en distingos sobre su edad. Por consiguiente, no hay porque fundándose en las palabras del artículo 1294 pretender que respecto de los menores de diez años hay que probar la negligencia de los padres. Este artículo dice que los padres son responsables si puede imputárseles negligencia. Y bien: lo mismo dice el artículo 1298, — pues, después de establecer que el padre se presume culpable agrega en el inciso final que su responsabilidad cesará si prueba que ha empleado toda la diligencia de un buen padre de familia para evitar el daño, — es decir, — si prueba que no procedió con negligencia.

Y, tampoco, hay razones de orden doctrinario para aceptar este sistema, porque la ley ha establecido respecto de los padres la obligación de la vigilancia, — como una función social,—lo que les impone la obligación de ser tanto más diligentes cuanto más peligrosos pueden ser los menores.—Por los mismos incapaces, y por las demás, personas que viven en sociedad, los padres tienen una mayor obligación respecto de los menores de diez años que respecto de los que ya pueden darse cuenta de los actos que ejecutan. No había razón ninguna para presumir á un padre culpable por omisión en la debida vigilancia de un menor de diez y ocho años, y no suponerlo culpable, tratándose de uno de nueve.

El Código Civil, ha establecido en el artículo 1298, una presunción de culpa, — que invierte los principios que rigen la obligación de la prueba. De acuerdo con los principios generales el que funda la responsabilidad del padre en su falta de vigilancia tendría que probar que el

padre efectivamente ha incurrido en esta falta. [1] El artículo 1298 ha establecido una presunción simple en contra del padre, por los hechos de sus hijos menores, fuera cual fuere su edad, presunción que rige el último inciso del mismo artículo y que el padre puede destruir probando que empleó toda la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño.

Además, y si hubiera dudas sobre esta interpretación,-- conviene recordar que el artículo 1394 dice que no son capaces de delito ni cuasi delito los dementes, pero que sus curadores serán responsables si puede imputárseles negligencia. — El artícnlo 1298 dice que los curadores se presumen culpables de la conducta de las personas sometidas á su guarda,—y esta presunción cesará también, si prueban que emplearon todos la diligencia de su buen padre de familia para prevenir el daño. — El caso de los dementes es exactamente igual al de los menores de diez años. El artículo 1294 establece que los padres, tutores y curadores son responsables si puede imputárseles negligencia. Y el artículo 1298, invierte el peso de la prueba,— presume que esa negligencia ha existido, y autoriza á los padres, tutores ó curadores á descargarse de su responsabilidad, probando que emplearon toda la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño.

Entre los autores franceses se ha discutido si el hijo emancipado que ejecuta un acto ilícito compromete la responsabilidad de su padre. — Nuestro Código Civil ha resuelto la cuestión estableciendo que son responsables los padres de los hechos de los hijos que están bajo su potestad.

Ahora bien: el inciso 4.º del artículo 258 dice que la patria potestad se acaba por la emancipación que los padres otorguen á sus hijos mayores de dieciocho años. — De suerte que el hijo emancipado no está bajo la potestad de su padre y, por consiguiente, no puede

(1) Código Civil, artículo 1541.

imputarse á éste último responsabilidad por los actos ilícitos que aquél cometa.

El Código comprende también en esta disposición á los hijos naturales sometidos á la patria potesdad con arreglo á la ley.

No comprende, por el contrario, — á los hijos adoptivos. La adopción no hace cesar la patria potestad ni la tutela aunque el padre ó el guardador del adoptado hayan otorgado y firmado la respectiva escritura. ¿Quién responderá del hecho ilícito del adoptado menor de edad? No hay en la ley ninguna disposición que establezca la presunción de culpa del adoptante—y, tampoco, podrían aplicarse las disposiciones sobre responsabilidad de los padres verdaderos ó de los tutores, si el adoptado viviera con el adoptante porque la ley exije que los hijos vivan en compañía de los padres ó bajo la autoridad y cuidado de los tutores para que pueda invocarse la presunción legal de culpa.

Pero, esto no significa que el adoptante que tiene el menor á su cuidado pueda ser demandado si ha omitido la diligencia debida en la vigilancia de un menor. La persona que toma bajo su guardia un menor, está obligada á vigilarlo, — y compromete su responsabilidad si no cumple con este deber, — que además de ser un deber estricto para con el menor, tiene el carácter de una función social y debe reglamentarse como tal. No podrá invocarse contra el adoptante ninguna presunción legal, — no habrá «inversión de la prueba»—pero, no hay duda de que la responsabilidad podrá hacerse efectiva cuando concurran los elementos necesarios para constituir un cuasi delito.

El Código, ha exigido expresamente para que proceda la presunción de culpa de los padres que los menores vivan en su compañía. De suerte que si el hijo se encuentra en un departamento de campaña y el padre en Montevideo, — si el hijo no vive en compañía de su padre, — no procederá la presunción de culpa establecida por la ley.

Pero, no hay que olvidar que este principio de la ley debe ser interpretado sin olvidar los deberes que tienen los padres para con sus hijos, — y el carácter de función social que tiene la patria potestad. (1)

El hecho de la habitación del hijo fuera de la casa del padre, debe tener una causa legítima. Los padres están obligados, por la ley y por la naturaleza, á educar á sus hijos, y no pueden sustraerse á esta obligación cuando se les antoje. Serán culpables si dejaran á sus hijos en el abandono, — yendo y viniendo, — y, residiendo donde les pareciera de su gusto. Esta libertad y esta vagancia constituye una imprudencia y una culpa, que presentará con circunstancias agravantes la conducta negligente del padre! Pero, la ley sólo autoriza la presunción de culpa en los casos en que los hijos viven en compañía de los padres. Cuando no vivan en su compañía las personas perjudicadas, podrán dirigir su acción contra los padres,—y demostrarán á la vez que el hecho ilícito del menor, la negligencia y culpa de los padres que no los han vigilado debidamente ó que han descuidado su educación. No podrán invocar en su favor la presunción de culpa — pero podrán probar que existió ésta de parte de los padres. Y en tal caso, podrá dirigirse contra éstos una acción de responsabilidad.

Cuando el hijo no vive en compañía de sus padres por haberse confiado su vigilancia á un maestro artesano ó patrón — donde se encuentra como « interno », es decir, sometido á la vigilancia de una persona que no es el padre — ó como « externo » pero sometido á la misma vigilancia — el padre no puede ser considerado *presunto culpable*. Ha cumplido con su deber de educar al hijo y de habilitarlo en la mejor forma posible para la lucha por la vida,— y el cumplir con su deber no puede fundar una presunción de culpabilidad en su perjuicio.

---

(1) Este carácter de función social que de la patria potestad ha sido confirmado en la legislación nacional por la ley de Febrero de 1911, que creó el Consejo de Protección de Menores.

Pero, si pudiera imputarse culpa ó negligencia al padre en la educación — corrección del menor — éste podría ser siempre responsable, con arreglo á los principios generales. No podrá presumirse la existencia de una culpa de su parte,—*pero, la persona perjudicada* podrá probar que esta culpa había existido. Lo mismo puede decirse de los menores colocados en una escuela donde se encuenran sometidos á la vigilancia del maestro.

Pero,—en estos dos casos si bien cesa la presunción de culpa respecto del padre,—aparece la presunción de culpa respecto de las personas que tenían el aprendiz ó al colegial bajo su cuidado y vigilancia. Pero *éstos se presumen responsables solamente de los daños que causen los menores durante el tiempo que estén bajo su vigilancia.* Si han tomado á su cargo trasportar al menor y entregarlo en casa de sus padres, la presunción legal subsiste hasta que esta entrega se verifica; en el caso contrario, cesa la presunción de responsabilidad, desde el momento en que los menores dejan de estar bajo su vigilancia,—pero, aparece la presunción en contra de los padres que desde ese momento toman á su cargo la misión de vigilarlos.

Puede suceder que un menor interno en un día de paseo cometa un acto ilícito. Si no estaba bajo la vigilancia del maestro ó director, el padre se considerará responsable de un hecho ilícito.

No se puede admitir la presunción de la culpabilidad del padre cuando el hijo arrienda sus servicios y se encuentra sometido á la vigilancia y dependencia de otro. Se ha decidido que el padre no puede ser responsable de las sustracciones hechas por el hijo en el ejercicio de su empleo, aun cuando ocultara, sin conocimiento del padre — en la casa de éste los objetos robados. [1] Y esta decisión ha sido confirmada en el caso de que el hijo duerma en casa de su padre, por el Tribunal del Sena. [2] Lo mismo debe decidirse respecto de las escuelas.

(1) Pandectes françaises, cit. § 968.

(2) Tribunal del Sena, 11 Octubre de 1903.

El Código Civil ha establecido también que responden de la conducta de las personas que viven bajo su *autori dad* y *cuidado.* El curador de un demente asilado en un manicomio, — ó en un sanatorio no será responsable de los actos que pudiera ejecutar un loco en perjuicio de otras personas. Los principios á aplicarse serán los mismos que hemos expuesto en el caso de los padres.

Podemos resumir brevemente los elementos que deben presentarse para que proceda la aplicación de las disposiciones que sobre responsabilidad indirecta ha establecido el artículo 1298 en lo que respecta á los padres tutores y curadores.

Responsabilidad de los padres. — 1.er elemento — Es indispensable que el menor haya ejecutado un acto ilícito. Un padre no puede ser denunciado por haber ejecutado un hijo suyo un acto lícito, ó un acto necesario impuesto por las exigencias de la legítima defensa. Si el menor no fuera por razón de su edad, capaz de delito ó cuasi delito, — (menor de diez años) es *siempre necesario que el hecho ejecutado por el menor, sea de tal naturaleza y se haya ejecutado en tales circunstancias, que permitan asegurar que si hubiera sido ejecutado por una persona capaz de culpa, correspondería calificarlo como delito ó cuasi delito.* Así, si un menor de diez años atacado injustamente por un mayor, y reuniéndose los extremos necesarios para calificar su acción como un caso de legítima defensa, hiere ó mata á un mayor, este hecho no compromete la responsabilidad de su padre. Si un menor guiando un carro choca con un carruaje, — produciéndose el choque por culpa exclusiva del conductor del carruaje, — tampoco se compromete la responsabilidad de su padre. En este último caso, habría una presunción no legal, pero, si razonable en contra dei padre que confía un carro á un menor de diez años. Pero, — si el padre pudiera probar que el choque se produjo única y exclusivamente por culpa ó dolo del cochero, tampoco podría hablarse de responsabilidad del padre.

2.º elemento—Es necesario además que el menor esté sometido á la potestad del padre. Si el padre ha perdido la patria potestad no puede presumirse culpable del hecho de su hijo.

3.er elemento—Finalmente es necesario que el menor viva en compañía de sus padres.

Responsabilidad de los tutores y curadores.—1.er elemento—Es necesario que la persona sometida á tutela ó curatela haya ejecutado un acto ilícito. Si no fuera capaz de delito ó cuasi delito,—será necesario que el acto ejecutado sea de tal naturaleza que ejecutado por una persona capaz, mereciera ser calificado como delito ó cuasi delito.

2.º elemento—Es necesario que la tutela ó curatela haya sido discernida y que el incapaz se encuentre sometido á la autoridad del tutor ó curador.

3.er elemento—Es necesario que el menor ó el incapaz se encuentren al *cuidado* del tutor ó curador. Si estuvieran al cuidado de algún establecimiento nacional ó particular la responsabilidad no sería del tutor ó curador,—sino de quien hubiera descuidado su vigilancia y cuidado.

Como acaba de verse, los elementos que exije la ley para que proceda la presunción de culpabilidad, son los mismos en el caso de los menores sometidos á la patria potestad que en el caso de los incapaces sometidos á tutela ó curatela. El Código Civil alemán ha reconocido en una sola disposición una y otra situación, en estos términos: «El que en virtud de la ley está obligado á ejercer vigilancia sobre una persona que por razón de su menor edad ó de su estado intelectual ó físico, tenga necesidad de ser vigilida, está obligado á reparar el daño que esa persona *por un hecho contrario al derecho* cause á un tercero. Ese deber de reparación cesa de existir si el encargado de la vigilancia ha cumplido con sus obligaciones, ó si el daño, siendo la vigilancia como debía serlo, hubiera debido producirse también» (1).

---

(1) Artículo 832.

El Código Alemán con las palabras *hecho contrario al derecho ha querido expresar lo que nosotros hemos* llamado primer elemento para que proceda la presunción legal de culpabilidad.

El artículo citado del Código Alemán tiene un inciso 2.º que dice que «la misma responsabilidad corresponde al que se encarga por contrato de ejercer la vigilancia». — En esta disposición se comprende el caso de los colegiales y aprendices, — pero tiene un alcance más general que la de nuestro código.

En efecto, dentro de nuestra ley cuando un curador interna al incapaz sometido á vigilancia en un sanatorio, — excluye la aplicación de la presunción del artículo 1298. — El incapaz no está sometido á su *cuidado* como lo exije la ley para que se le presuma culpable. — Tampoco puede presumirse la culpa del director ó dueño del sanatorio porque falta una expresa disposición que la establezca. Dentro del Código Alemán pesa la misma presunción sobre todos aquellos que por contrato se encarguen de la vigilancia de una persona. — De suerte que dentro de nuestra ley el que fuera perjudicado por un demente custodiado en una casa de salud, debiera iniciar una acción de responsabilidad contra el director ó dueño del establecimiento y probar que hubo culpa de su parte, que omitió la vigilancia debida, que fué negligente. Hay, pues, una gran diferencia entre la ley alemana y la nuestra.

Respecto de los maestros artesanos y directores de colegios puede repetirse que su responsabilidad está fundada sobre la obligación de vigilancia que han tomado sobre sí. — Esta presunción rige lo mismo cuando el daño ha sido causado á otro alumno ó aprendiz que cuando ha sido sufrido por un extraño.

«Un maestro artesano es todo aquel que ejerce un oficio considerado como un arte mecánico, por oposición á los obreros que son aquellos que ejecutan un trabajo cualquiera. Tomando en cuenta la palabra aprendiz que emplea el mismo artículo 1298, debe entenderse por maestro artesano el que enseña un arte mecánico».

Se ha discutido y se discute si en la obligación de vigilancia que la ley impone á los directores de colegios y maestros artesanos, supone que los discípulos ó aprendices sean menores de edad y que habiten en el colegio ó con el maestro artesano.

Respecto de la primera exigencia, la de que sean menores de edad, las opiniones de los autores están divididas. Claro está que no hay discusión cuando se trata de un menor de edad; la discusión se presenta cuando el discípulo ó aprendiz que ha causado el daño es mayor de edad. Durantón [1], Larombiere [2], Laurent [3], Huc [4], entienden que los directores de colegios y los maestros artesanos son siempre responsables de los actos ilícitos de los alumnos y aprendices sea cual fuese su edad. La ley no hace sobre este particular ninguna distinción. Este silencio estanto más significativo si nos recuerda que estas personas tienen siempre la facultad de expulsar ó despedir al alumno ó aprendiz mayor que se sustrae á su vigilancia ó se muestra rebelde á las instrucciones que recibe.

Demolombe [5] y Sourdat [6] restringen la responsabilidad de los casos en que los alumnos ó aprendices sean me nores. El artículo 1384 (1298 nuestro), dicen, ha sobreentendido necesariamente la condición de menor edad. « La obligación de vigilancia que se concibe respecto de los menores, no se comprende respecto de los mayores. La ley ha legislado para los casos generales; ahora bien: es conforme á la naturaleza de las cosas que los alumnos ó aprendices sean menores; — muy raramente se observa que sean mayores y el legislador no puede haber pensado en este caso anormal ».

Estos argumentos no convencen. La obligación de vigi-

(1) Durantin, 13, núm. 72.
(2) Larombiere. art. 1384, núm. 17.
(3) Laurent, XX, número 566.
(4) Huc, VIII, núm. 441.
(5) Demolombe, núm. 607.
(6) Sourdat II, 877.

lancia se explica, se comprende y se aplica respecto de los mayores en los casos que prevee el inciso 5.º del mismo artículo 1298 para las empresas y patrones que emplean obreros; y tampoco es exacto decir que la ley legisla para los casos en que los aprendices y alumnos sean menores, — porque la ley no ha establecido en ninguna parte semejante cosa.

Chironi hace algunas consideraciones muy acertadas, — y recuerda que el carácter común de las tres figuras de responsabilidad de que nos ocupamos, se encuentra en la presunción de la culpa, en la vigilancia debida de la persona sujeta al poder de la persona responsable, y por lo tanto en la *potestad*, ó bajo la autoridad del que la ejecuta. « Ahora bien: tal potestad, tal autoridad es de naturaleza distinta en las tres hipótesis, porque en los padres y en el tutor por las relaciones que median entre ellos y los hijos ó pupilos, depende de la menor edad y cesa al cesar ésta; mientras que en la hipótesis de los preceptores y artesanos no tiene causa en la menor edad del discípulo ó aprendiz, sino únicamente en la dependencia en que estas personas están respecto á ellos, por el hecho de la instrucción que se les da. No vale, pues, el argumento contrario deducido de ser, por lo general de menor edad los discípulos y los aprendices; aunque verdadera, tal situación de hecho no puede ser invocada á fin de poner un límite no existente en la ley, ni comentado por el mismo motivo que le da fundamento ». [1]

En cuanto á la exigencia de que los alumnos y aprendices vivan en compañía de las personas á las cuales puede imputarse responsabilidad, conviene recordar que la ley no la ha establecido. Por el contrario, la ley establece « que *responderán durante el tiempo que están bajo su vigilancia* ». [2]

Esto resuelve la cuestión que más arriba se planteaba,

(1) Chironi, II, § 328.
(2) Código Civil, 1293.

conjuntamente con la que hemos resuelto, aceptando el justo criterio del ilustre tratadista italiano.

«La duración de la responsabilidad es, pues, variable y depende del tiempo que los alumnos y aprendices permanecen bajo la guarda de los maestros y artesanos. Pero, durante este tiempo, la responsabilidad, pesa enteramente sobre ellos, es decir, para los preceptores por razón de los hechos ejecutados por los alumnos en las horas de clase, de recreo ó de paseo, y para los artesanos por razón de los hechos de los aprendices ejecutados en el taller ó fuera de él. Es por esto que un interno en una casa de educación pública ó privada que duerme en el liceo ó en el colegio, compromete la responsabilidad del establecimiento de una manera continua, lo mismo que el aprendiz que vive con el patrón. Al contrario, si se trata de un medio pupilo ó de un aprendiz,—que no se encuentra al cuidado de aquellas personas más que una parte del día,—la responsabilidad del preceptor ó del artesano está limitada á la duración de la presencia en la escuela ó en el taller [1].»

Pero, sí el director del colegio tuviera á su cargo el transporte del alumno hasta la casa paterna su responsabilidad sólo cesaría en el momento en que entregara á éste en la casa paterna, y empezará al recibirse de él para conducirlo á la escuela.

---

(1) Sourdat, II, 879; Laurent, 2.º, 561; Huc, III, 441; Demolombe IV, 808; Pandectes françaises, 1355.

CAPÍTULO XIX

LAS PRESUNCIONES DE CULPA. — RESPONSABILIDAD INDIRECTA. — PADRES, TUTORES, CURADORES, ETC. — CUANDO CESA ESTA RESPONSABILIDAD.

Las presunciones de culpa de que nos hemos ocupado en el capítulo anterior, pueden ser destruídas cuando las personas declaradas responsables «prueben que emplearon toda la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño» (1).

Sourdat justifica en estos términos la admisión de la prueba en contrario: «La vigilancia de los padres, dice, no puede ser de tal modo exacta que el hijo no puede escapársele un solo instante. Todas las obligaciones tienen límites en las condiciones de la naturaleza humana. La maldad, y la doblez de un hijo pueden también destruir las mejores combinaciones. Para que el padre sea responsable es necesario que se le pueda imputar una culpa — y si existe la presunción en contra suya, es necesario admitir la prueba en contrario... Los padres no elijen sus hijos y no siempre pueden modificar su carácter por la educación, de manera de colocar á los terceros al abrigo de tanto peligro. En fin, su vigilancia es muy difícil puesto que ella debe extenderse á todas las acciones de los hijos y no solamente á aquellos que dicen relación á tal ó cual función».

¿Como producirán los padres esta prueba? — Planiol, dice que los padres podrán probar lo mismo que los tutores, directores de colegios y maestros artesanos, que no hubo culpa de su parte y que no pudieron impedir el daño. — No puede exigirse una prueba plena de una imposibilidad absoluta que equivaldría para el padre y ma-

(1) Código Civil, artículo 1298, inciso final.

dre á la supresión del derecho que la ley les acuerda de descargar su responsabilidad. Ya que la razón de la excusa proviene, se ha dicho, de la imposibilidad en que ellos se encuentra á consecuencia del temperamento, del carácter y de la naturaleza de su hijo, — de vencer las malas inclinaciones y los instintos perniciosos de éste, — ya que la razón de la excusa proviene de la posibilidad de que medien otras causas cuya acción no ha podido evitar el padre, — sería injusto declararlos víctimas de su desgracia. «Debe bastar con que los padres hagan todo lo que es humanamente posible para prevenir el delito, de acuerdo con su posición, y con que prueben que no han sido negligentes ni en el ejercicio de su autoridad, ni en la vigilancia»... Habrá que tener en cuenta la educación dada al hijo, el carácter y el temperamento de éste, el medio social, así, como los hábitos y costumbres de los padres...

Será más fácil admitir la falta de responsabilidad del padre si él fuera muy viejo, paralítico ó ciego ó atacado de cualquier otra enfermedad que impidiera el ejercicio de la vigilancia, ó hiciera casi nula su autoridad moral, ó si el daño causado hubiera tenido lugar en una explosión de esfervescencia popular, en circunstancias en que el poder del padre hubiera sido muy débil para contener un hijo que era ya un hombre hecho. Pero, en general, los padres no podrían invocar la imposibilidad física é inmediata de impedir el hecho perjudicial si pudiera imputárseles alguna culpa. Esta culpa la mayor parte de los casos se deberá á negligencia en la educación, ó al haber sido débiles en el mantenimiento de la disciplina doméstica, ó al ofrecimiento de funestos ejemplos ó al descuido de la dirección moral ó al abandonado del hijo á sus inclinaciones viciosas por una vigilancia muy poco activa á una gran negligencia en el momento de reprimirlo. Se ha decidido que la responsabilidad del padre sólo cesa cuando el hecho perjudicial no puede ser atribuído á falta de vigilancia de su parte, ni á una negligencia en el cum-

plimiento de sus deberes de educación moral. Los defectos de carácter del hijo. su temperamento violento, imponen al padre una mayor vigilancia y pueden ser tomados en consideración para hacer atenuar la responsabilidad de éste, siempre que demuestre que ha tomado las medidas necesarias, posibles, para combatir las inclinaciones culpables de su hijo acusado de robo... La prueba de la irresponsabilidad de los padres puede resultar de un conjunto de circunstancias que acrediten que el delito cometido por el hijo, lejos de la presencia del padre, no tiene su origen en ninguna negligencia imputable á este último.

«Por ejemplo, si un padre, no tuviera otros recursos para educar su numerosa familia, que su trabajo, y se encontrara retenido fuera de su casa por las necesidades de su profesión,—y si en estas circunstancias él hubiera tomado para asegurar la buena educación de sus hijos todas las precauciones necesarias, y hubiera vigilado continuamente la conducta de éstos, en cuanto se lo permitían sus medios, ordenándoles asistir al colegio, y, tomando las medidas convenientes para que su conducta fuera correcta, si un padre acreditara todos estos extremos, no podría ser declarado responsable, siempre que además de lo que antecede su conducta fuera de una honestidad irreprochable. Se invoca á menudo como excusa la ausencia.... Esta circunstancia, podrá, sin duda, ejercer una cierta influencia sobre la decisión á tomarse,—y—según los casos, podrá hacer desaparecer la responsabilidad de los padres cuando estos puedan demostrar, no solamente que no estaban presentes en el momento del delito, sino, que su ausencia era legítima y que no habían descuidado las medidas indicadas para que su hijo no cometiera actos que pudieran causar perjuicio á terceros. Es evidente, que habrá que juzgar con más severidad la ausencia para un viaje de recreo que la motivada por un viaje necesario. Y, nunca habrá que olvidar la educación dada al hijo, la buena disciplina doméstica, la constante dirección en las

vías del bien y de la honestidad, los esfuerzos hechos para combatir las malas inclinaciones y en general la activa vigilancia,—circunstancias que reuniéndose puedan justificar que los padres han procedido con la diligencia debida y que no han incurrido en responsabilidad.» (1)

La responsabilidad de los directores de colegios,—y maestros artesanos, cesa también cuando demuestren que emplearon toda la diligencia exigible á un buen padre de familia para prevenir el daño. El director de un colegio no será responsable cuando los reglamentos establezcan una severa disciplina, cuando la vigilancia sea ejercida por muchos maestros, y cuando el accidente se ha producido con una rapidez que debía necesariamente escapar á la vista más penetrante. «Se ha decidido que un directer de un colegio no puede ser declarado responsable por el hecho de que un alumno en el patio del colegio haya arrojado al aire un pedazo de arcilla, y haya lastimado en un ojo á un compañero, porque este hecho se realizó, mediando la circunstancia de que en el momento en que se produjo, tres maestros vigilaban á los alumnos y de estar prohibido y castigado por los reglamentos el hecho de arrojar piedras aún sin propósitos de dirigirlos contra otra persona, y porque se demostró que las profesores no pudieron evitar el hecho ocurrido.»

Planiol lamenta el excesivo rigor de la jurisprudencia al examinar las formas de descargo de responsabilidad, y recuerda que Mr. Leblanc, Director de la Escuela de Fontenay-sous bois, se volvió loco á raíz de una condenación injusta pronunciada contra él, por haber sido en 1891 muerto en su escuela un alumno á consecuencia de un puntapié en el vientre que le aplicó un compañero. (2)

Los maestros artesanos se encuentran en idéntica situación que los Directores de Colegios, y unos y otros, pueden descargar su responsabilidad, demostrando que el hecho

(1) Pandectes françaises, núm. 984 y siguientes.
(2) Planiol, II, núm. 910.

se debe á una culpa imputable á los padres del menor. Así por ejemplo: si el padre hubiera abandonado la educación de su hijo hasta el punto de permitir que adquiriera hábitos viciosos, si él le hubiera dado malos ejemplos, si él no hubiera hecho nada para reprimir la conducta de su hijo, cuyos desórdenes y desbices conocía, en este caso, —á él solamente podrá imputarse lo ocurrido. [1]

---

(1) Pandectes françaises, núm. 1366.

CAPÍTULO XX

LAS PRESUNCIONES DE CULPA.—LA RESPONSABILIDAD INDIRECTA.—LAS PERSONAS QUE SE ENCUENTRAN BAJO LA DEPENDENCIA DE OTRA EN VIRTUD DE UN CONTRATO.

El Código Civil ha establecido que una persona responde por el hecho ilícito de otra,—que se encuentra bajo la dependencia de la primera, y que, especialmente, los dueños ó directores de un establecimiento ó empresa, responden del daño causado por sus domésticos en el servicio de los ramos en que los tuviesen empleados. Esta responsabilidad cesa siempre que la persona, que utiliza los servicios ajenos, pruebe que empleó toda la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño. (1)

Nuestro Código ha seguido, pues, para todos los casos de responsabilidad por los hechos ilícitos de una persona que se encuentra bajo la dependencia de otra en virtud de un arrendamiento de obras,—el mismo sistema de presunción simple que admite prueba en contrario, adoptado para los padres, tutores, curadores, directores de colegios y maestros artesanos. Por el contrario, dentro del Código Francés ya hemos visto que la presunción de culpa que pesa sobre los patrones y empresas es absoluta, y no se les admite que intenten probar que emplearon toda la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño causado por el hecho ilícito de sus subordinados. Hemos visto también que el sistema de nuestro Código ha sido seguido por el Código Alemán, por el Código Federal Suizo de las Obligaciones, (2) y por el Código Chi-

(1) Código Civil, art. 1298.

(2) «El patrono (employeur) es responsable—dice el Cód. Federal Suizo de las Oblig.—del daño causado por sus comitentes, empleados de escritorio y obreros en el cumplimiento de su trabajo, si él no prueba que ha tomado todas las precauciones ordenadas por las circunstancias para evitar un daño de ese género, ó que su deligencia no habrá podido impedir que el daño se consumase, (art. 55, inc. 1).

leno, [1] y además por los siguientes Códigos que cita Sechi: Código Civil Sajón, [2] Código Civil Prusiano, [3] Código Civil Austriaco, [4] Código Civil de Bolivia [5] y Código Civil de Guatemala. [6] El sistema [7] que presume al patrón ó empresa responsable de los hechos ilícitos de sus subordinados, sin admitir pruebas en contrario, ha sido seguido por el Código Civil Italiano, [8] por el Código Civil Argentino, [9] por el Código Civil del Japón [10] y por el Código Civil de Luisiana. [11]

Con razón ha podido decir un reputado jurisconsulto italiano, que merece aprobación la presunción de culpa que la ley hace recaer sobre ciertas personas, — porque « frente á estas la presunción surge espontánea, y, se puede decir, que surge como indispensable no sólo para facilitar, sino para hacer posibles muchos juicios, que si la carga de la prueba pesara por entero sobre el perjudicado no podrían tener éxito con grave perjuicio para la justicia y para la sociedad. Pero, si la razón exige una presunción de culpa, exige también que esa presunción no sea absoluta, — que no sea *juris et de jure*, que no sea invencible, — sino que por el contrario sea *juris tantun*, esto es, suceptible de ser destruída por la prueba en contrario. Está bien que se presuma la culpa, pero es contrario á todo principio de razón y de derecho que no se admita, que aquella persona que en razón de esta presunción de culpa es llamada á pagar una cantidad por un hecho ajeno, pueda probar que tal presunción es erró-

(1) Artículo 2320.
(2) Artículo 778 y 779.
(3) Artículo 60.
(4) Artículo 1314.
(5) Artículo 1345.
(6) Artículo 2278.
(7) Sechi cita entre los Códigos que riguen el sistema que admite prueba en contrario lo mismo cuando se trata de patronos ó empresas por hechos de los industriales que cuando se trata de padres, tutores, etc., al Código Civil del Uruguay.
(8) Artículo 1153,
(9) Artículo 393.
(10) Artículo 2296.

nea,—y que no existe culpa de su parte. Y, es precisamente en este punto, agrega, que en nuestra opinión el Código Italiano merece censura. Mientras que respecto de los padres, tutores, preceptores y artesanos admite la exoneración de responsabilidad cuando se pruebe que ha sido imposible impedir el hecho por el cual se quiere responsabilizar, — se hace luego una excepción respecto de los patrones y comitentes para los cuales no se admite semejante prueba estableciendo á su respecto una presunción absoluta *juris et de jure.* No hay duda sobre que esta es la interpretación que hay que dar al artículo del Código Civil Italiano (1), — y sobre este punto todas las opiniones coinciden. Hemos dicho que la disposición del Código Italiano merece censura: veamos ahora si tenemos razón ó no. Ante todo: ¿Cuál es el fundamento de la responsabilidad indirecta? Hay en el mundo personas que necesariamente están sometidas á otra persona por vínculos de parentesco, de custodia ó de servicio. Ahora bien, como es natural á las funciones voluntarias ó necesarias de éstas se agregan deberes que cumplir; y de estos deberes anexos á las funciones que esas personas deben desempeñar, es de donde nace la responsabilidad indirecta. Es justo que estas personas elijan atentamente, cuando es posible hacerlo, — y que vigilen más atentamente aún, — á los que dependen de ellas á fin de que estos últimos no causen daño á nadie; y no es menos justo que el Poder Legislativo constituyendo una garantía tan fuerte como necesaria para la sociedad, sancione en la ley como deber jurídico la obligación moral de elección cuidadosa, — y de cuidadosa vigilancia.

«El fundamento de la responsabilidad indirecta se encuentra, pues, en la omisión por parte del responsable de aquellos deberes de elección y de vigilancia que la moral y el derecho han declarado de su cargo. Y tan

(1) No hay duda tampoco de que el sistema de nuestro Código es absolutamente opuesto al del Código Italiano.

es así, que esa responsabilidad que se llama de hecho ilícito no propio, es, en realidad una verdadera y propia responsabilidad del hecho propio *por culpa in eligendo o culpa in vigilando.*

« Pero es justo conservar á esta responsabilidad el nombre de indirecta porque por ella se responde propiamente de la culpa de otro; se responde es cierto en cuanto puede imputarse al declarado responsable alguna culpa; pero, el agente autor del daño, es una persona diversa de la que se presume responsable por falta de diligencia en la elección ó en la vigilancia. Como dice Riccí, se responde del hecho de otro en cuanto se está obligado á vigilar las personas que de uno dependen, — y porque su acto ilícito, pudiendo atribuirse á falta de vigilancia constituye una culta que basta para fundar una acción de responsabilidad.

« Como lo hemos dicho más arriba,— y lo repetimos ahora para continuar la crítica que se hace al sistema del Código Francés, — el fundamento jurídico de la responsabilidad indirecta se encuentra en la culpa propia sea *in eligendo, sea in vigilando.*

« Pero, si es la culpa propia la que sirve de fundamento á esta responsabilidad indirecta, lógicamente hay que llegar á la conclusión de que allí donde falte esta culpa, no puede hablarse de responsabilidad. Y sobre esta premisa, se funda este razonamiento por los críticos del sistema seguido por el Código Francés: si faltando la culpa propia no puede existir responsabilidad, es evidente la injusticia de la disposición que no admite prueba en contrario, contra la presunción de culpa de los patronos y empresas por el hecho ilícito de sus subalternos; esta presunción *juris et de jure, prohibe* probar la no existencia de la culpa propia, precisamente de aquella culpa que es fundamento lógico y necesario de la responsabilidad indirecta. Tal disposición, se agrega — atenta del modo más claro contra los principios reguladores de la responsabilidad indirecta — y la disposición de la ley ita-

liana parece más injusta y cruel si se pregunta por qué se ha declarado la presunción de culpa *juris et de jure respecto* de los patronos y comitentes, y no respecto de los padres, tutores, curadores, preceptores y artesanos. Ya que no hay ninguna razón, esta severidad de la ley á su respecto, parece que hubiera sido menos odiosa, si se hubiera establecido contra los padres por los hechos ilícitos de sus hijos; por que la autoridad como elemento de que aquellos tienen sobre éstos y el respecto natural que los une podrían ser razones, si no suficientes para convencer, bastantes para obligar á pensar sobre la oportunidad de semejante disposición. Además, es evidente que de un patrono ó comitente no se puede pretender aquella vigilancia que se puede exigir de un padre. Aquello es para librarse de un gran peso que hace uso de domésticos y de comisionados, y es claro, que no descargaría ningún peso si tuviera que vigilarlos continua y atentamente.

« No persuade la razón que algunos autores invocan para sostener la disposición de las leyes francesa é italiana. Se dice que mientras para los padres y tutores la presunción de culpa está fundada sobre la obligación de la vigilancia, para los patronos y comitentes se funda sobre la obligación de cuidadosa elección. Estos tienen, se agrega, otra obligación, que es la de elegir personas honestas y aptas para el oficio á que se quieren destinar, y de aquí, que si el obrero ó el sirviente por malicia, impericia ó negligencia en el desempeño de sus funciones causa un daño ó otro el patrono y el comitente han incurrido en culpa, por cuanto es á ellos á quienes puede imputarse la elección de la persona deshonesta ó inepta para el oficio á que fué destinada; tal es el motivo, por el cual los patronos y comitentes se presumen culpables de los daños causados por sus sirvientes ó comisionados, y no puede admitirse que prueben no ser culpables por no haber podido impedir el hecho que causó el daño. Al contrario la culpa de los padres, tutores, etc., consistiendo en la presunta falta de vigilancia puede excluirse

todas las veces que se demuestre que no había razón para vigilar y que no se ha podido vigilar; al contrario la culpa del patrono y del comitente no consistiendo en la falta de vigilancia sino en la mala elección verificada — poca importa que se demuestre que no se pudo impedir el daño — porque la culpa es anterior al hecho que causó el daño — y consiste en haber elegido para desempeñar un cierto oficio personas que la experiencia ha demostrado incapaces para desempeñarlo — ó deshonestas.

« Este razonamiento pecaba de dos defectos. Es ante todo inexacto afirmar que la culpa de los patrones sea siempre culpa *in eligendo* y jamás *culpa in vigilando*, — y que sea por esta causa que la ley prohiba que se pruebe que no han pedido impedir el hecho ilícito. Para que fuera exacta esta afirmación será necesario que todos los actos ilícitos de los sirvientes y obreros pudiesen atribuirse á falta de cuidado á falta de cuidado en su elección; — y esto es inexacto. Es cierto que en la mayoría de los casos el hecho ilícito provendrá de una elección no acertada, — pero, — es cierto también que en muchos casos provendrá de la falta de vigilancia, y en estos casos la prueba de que no ha habido omisión en la vigilancia debería ser acordada.

« Pero, aún admitiendo que fuera exacto que los hechos ilícitos de los dependientes son siempre consecuencia de una mala elección, los patronos y los comitentes se presumirán culpables por haber omitido una cuidadosa elección, — porque se presume que si ellos hubiesen elegido bien sus dependientes, no hubieran ocurrido los hechos ilícitos de que son llamados á responder. Admitamos que sea así. Pero, ¿es ésta, acaso, una buena razón para negar á los patronos y comitentes la facultad de probar que ellos no han podido impedir el hecho ocurrido? Nos parece que no; — y es que el razonamiento de Rucci peca, por haber dado á la frase « no haber podido impedir el daño » un significado muy material y muy restringido. Aparte de la cuestión de la vigilancia el pa-

trono ó el comitente podrán siempre demostrar « no haber podido impedir el hecho ilícito, *relativamente á su presunta culpa in eligendo, probando que su elección fué* en cuanto era humanamente posible, cuidadosa, que la persona elegida para el desempeño de ciertas funciones era la más indicada para tal oficio que por largo tiempo había desempeñado bien. En otros términos, aunque se quisiera aceptar el extremo en que se coloca Ricci, se podrá impedir á los patronos y comitentes exonerarse de su responsabilidad por la simple demostración de que no incurrieron en culpa *in vigilando*, pero se les debería siempre admitir que se exoneraran de responsabilidad demostrando que no incurrieron en *culpa in eligendo*. Y esto es evidente. Haciendo consistir como lo desea Ricci la culpa en haber elegido para un oficio á una persona que la experiencia ha demostrado deshonesta ó incapaz, de nada valdría la demostración de no haber podido impedir el hecho [1] cuando con esta frase se quisiese impedir la responsabilidad material de impedir el hecho porque no habrá razón ó medio de vigilar: pero, si con esas palabras se comprende la capacidad general de impedir un hecho de cualquier modo, y por lo tanto, aún no tomando á su servicio la persona que ha cometido el hecho, entonces tal prueba debería servir perfectamente para el caso de los patronos y comitentes, y debería ser admitida. Y de todos modos si se quisiesen usar palabras más precisas, ya que la responsabilidad de los patronos se funda sobre el poco cuidado puesto en la elección, — debe admitirse á estos la prueba de que la elección no pudo ser mejor y que se procedió al verificarla con la mayor prudencia y diligencia.

« Pongamos un ejemplo: A tiene coche y caballo y necesita un cochero. Llega un hombre de edad, hábil, práctico, que ha estado al servicio de diversos propietarios

(1) Ricci, núm. 96.

(1) Nuestro Código dice « prevenir el daño », expresión que comprende tanto la obligación de elegir bien como la de vigilar cuidadosamente.

de caballos, sin haber dado nunca motivos ó queja ninguna, y sin vicios de ninguna clase: en una palabra su elección ha sido acertadísima, y ha sido verificada con la diligencia de un buen padre de familia. Pues bien: un día ese cochero se embriaga accidentalmente, y conduciendo el coche en estado de ebriedad causa heridas á B. ¿Deberá A responder del daño causado por su cochero? Según Ricci la culpa de A consiste en la elección, por haber utilizado los servicios de un cochero que la experiencia ha demostrado no capaz de desempeñar bien su oficio. Ahora bien, según esta teoría que excluye absolutamente la culpa *in vigilando*, no se comprende que A no pueda probar que no pudo impedir el hecho, por ejemplo, porque se lo impidió físicamente una enfermedad. A pesar de esto siempre subsistiría la culpa *in eligendo*. Pero ¿por qué no se le permite probar á A que no ha podido impedir el hecho, abonando su afirmación con la prueba de que tomó á su servicio un hombre, que todos juzgaban competente y perfectamente adecuado á su puesto, — y con la prueba de que el hecho se debe á una embriaguez accidental de un hombre que jamás se ha embriagado? En otras palabras, cabe preguntar: ¿Si la culpa consiste en la elección por qué no se le admite la prueba de que no incurrió en culpa al verificar esta elección? Ciertamente que los patronos y comitentes deben ser obligados no solamente á vigilar, sino también á elegir con atención sus dependientes, — y por lo tanto no basta con no incurrir en culpa *in vigilando*; pero es extraño é injusto que se les prive del derecho de probar gue no incurrieron tampoco en culpa en la elección y la equidad se rebela contra semejante principio... En nuestra opinión, la ley había cumplido su misión de tutelar todos los derechos, incluyendo entre las causas de responsabilidad indirecta, los patronos y comitentes en el mismo plano de los padres, tutores, preceptores y artesanos, — y presumiendo respecto de todos ya sea una culpa en la vigilancia ó una culpa en la vigilancia y en

la elección. Pero el agravar la situación de los primeros estableciendo una presunción *juris et de jure* constituye un exceso de rigor contrario á todo principio de derecho y de equidad,—y sólo puede ser fuente de injusticias.

« Otros autores, considerando verdaderamente inadmisible la prohibición de la prueba liberatoria de la presunción de culpa en la elección y en la vigilancia, han primado otra teoría para dar fundamento á tal responsabilidad y esta teoría es la llamada de la « representación ». La obligación de los patronos y comitentes, dice á este propósito Borsari, comentando el artículo 1153 del Código Italiano, se funda en otra causa: del deber de garantir respecto de los terceros los hechos de *nuestros representantes,* los cuales no sólo sirven para nuestra comodidad sino que también están destinados á operar en la vida con relación con otras personas relativamente á las cosas que les han sido encomendadas. La ley no permite que esas personas que llevan nuestra confianza y la trasmiten á los otros puedan hacer daño á los terceros sin comprometer al mismo tiempo nuestra responsabilidad. Se puede reconocer el carácter de un mandato en esa dependencia, pero de un mandato especial y *sui generis* ya que no participa tal obligación de la naturaleza é índole propia del mandato. Pero, *tratándose de una manera de representación personal* que no dejaría de tener sus peligros sino se hiciese sentir en cierto modo á los que aprovechan de esos dependientes un cierto freno,—la ley ha restablecido esta garantía que sale de la órbita de las reglas contractuales ordinarias.

« Y esta teoría de la representación, continúa Sechi; ha sido defendida, aclarada y ampliada por Chironi, quien enseña que en dos casos puede presentarse la responsabilidad por el hecho propio, observando que la existencia de este hecho propio, puede manifestarse bajo dos diversos aspectos, á saber: *a)* si el hecho ilícito ha sido cometido materialmente por la persona responsable; *b)* cuando entre la persona responsable y el autor material

del cuasi delito existe un vínculo de representación para todos los actos ejecutados por el representante en esta calidad y en el ejercicio de sus funciones, — los actos del representante deben ser considerados como cumplidos por el representado. Y esta segunda hipótesis es para el ilustre autor, la de los patronos y comitentes, — justificando la prohibición á su respecto de la admisión de la prueba tendiente á excluir la responsabilidad de impedir el hecho, con la observación de que en la hipótesis de la responsabilidad por hecho propio, si el cuasi delito es cometido por un representante de la persona responsable, la existencia del cuasi delito (concurso de las condiciones necesarias para constituirlo) se examina respecto de la persona del agente, — y *una vez establecida, el representante responde siempre y en todo caso, debiéndose considerar como hecho* suyo á causa de que por la representación por él consentida todo acto de representante se reputa cometido por el representado;— y de aquí que no se le conceda ningún recurso ni prueba tendiente á demostrar, sea la diligencia adoptada en la elección, sea el no haber podido impedir el cuasi delito. Veremos, en seguida, si esta teoría es aceptable; por el momento observamos, que de todos modos, sentada esta teoría la cuestión de la responsabilidad se presenta muy clara en materia de culpa contractual,— ya que la persona con la cual el representante contrata sabe que se obliga, ó que obliga en su favor, no el representante por sí, sino el representado; en materia de culpa extracontractual surge de inmediato la duda de si se puede decir otro tanto. Luego la duda de si en los actos ilícitos se puede afirmar la representación, ó si se debe establecer que el representante obra como tal sólo cuando su acto es conforme al fin de la representación, — y que cuando comete actos ilícitos se obliga personalmente, y no puede el representado sufrir detrimento á causa de esos actos. Queriendo admitir que A concede á B su representación para el cumplimiento de un determinado negocio, nos parece que

el último podrá obligar á A en cuando cumple el cometido que le fué encargado; pero, si ultrapasa los límites del mandato, ó ejecuta actos ilícitos debe responder solo. El mandante no autoriza al mandatario á ejecutar actos ilícitos en el cumplimiento del mandato; en consecuencia, el acto ilícito ejecutado por el mandatario es acto que excede de los límites de los poderes que pueden atribuirse, — y faltando por esto para el cuasi delito,— la representación, cesa la responsabilidad del mandante.

«No persuade la objeción de Chironi el cual afirma que en la hipótesis arriba planteada no se puede hablar de *exceso* en el mandato, — y sostiene que si el mandatario no excede la esfera de sus atribuciones, y no excediéndola comete un cuasi delito en la ejecución de su encargo, mal podrá defenderse el mandante diciendo que él no ha querido el hecho ilícito. El mandatario obraba válidamente como tal, — y por lo tanto en la relación de representación obliga al mandante y compromete su responsabilidad, aunque este último pueda denegar una acción de reversión luego contra el mandatario. En nuestra opinión, prosigue Sechi, exceso lo hubo. Está bien que el mandatario no haya excedido los límites impuestos respecto de lo que debía hacer, — pero, — no se puede en nuestra opinión — que él habrá excedido en el modo de ejecución los límites establecidos, — respecto á los medios empleados, respecto á la manera de proceder. Y en prueba de ello: A, da á B la comisión de recoger los resíduos de su establo, — y con ocasión de este trabajo, B entra en palabras con un inquilino, — y lo mata.— Según Chironi, B no había excedido el mandato; pero, — aunque se quisiese admitir esto, no podrá negarse que lo habrá excedido en la forma de ejecución. Nos parece que no, — y por consecuencia no se puede sobre la base del mandato deducir al A responsable de tal hecho.

«Aceptada la teoría de la responsabilidad indirecta ó por hecho de otro fundado sobre la presunción de culpa *in eligendo*, el decir que el comitente no ha dado comi-

sión para acto ilícito no podría de ningún modo servir para eliminar la responsabilidad, del comitente. Es verdad que la responsabilidad, según la enseñanza unánime de la doctrina y la letra de la ley, — no tiene lugar si el daño fué hecho por el agente fuera del ejercicio de sus funciones, y la consideración que el comitente no ha sido mandato para cometer actos ilícitos no basta para que se concluya que falta la soberanía de comitente á comisionado, — y á excluír por lo tanto la responsabilidad del primero. Esta consideración es perfectamente inútil, por que la ley no requiere esto, — sino solamente que el daño sea cometido por los sirvientes y dependientes en el ejercicio de las funciones. La ley ha establecido esta responsabilidad en cuanto ha temido que los sirvientes y dependientes pudieran en el ejercicio de sus funciones hacer daño á los demás, — y ha querido impedir ésto, declarando la responsabilidad de tales hechos de cargo, de los patrones y comitentes, — sin la culpa *in eligendo* de los cuales ha creído que tales hechos no habían ocurrido, — pero, — independientemente de toda idea de mandato para hacer mal por parte de los patronos mismos.

«Además la teoría de la representación está en pugna, con el texto de la ley, con el espíritu de las disposiciones, y es incompatible con los principios penales de derecho. El artículo 1153 del Código Italiano tomado del artículo 1384 del Código Napoleón trata de la responsabilidad del hecho no propio, — y se funda únicamente sobre la culpa propia del responsable constituída por la vigilancia defectuosa ó por la mala elección. De esta culpa solamente se habla en los motivos de Código Napoleón mientras que en ninguna parte se habla de representación. Y á propósito Treilhard en la exposición de motivos, dice que la responsabilidad de los padres, preceptores, patronos, es una garantía, muchas veces la única para reparar los males. Aquellos á quienes incumbe deben imputarse á sí mismos, algunos la debilidad, — otros la mala elección, — *todos su negligencia.* Beitrand de Greui-

lle justificando la prohibición de la *prueba* contraria á los patronos y comitentes observa ¿no es el servicio de que se aprovecha el patrón que ha producido el mal que es condenado á reparar? ¿No debe reprobarse á sí mismo, estar acordada su confianza á hombres malos, imprudentes, ineptos? ¿Sería justo que los terceros fueran víctimas de esta indebida confianza que es la verdadera causa y la verdadera fuente del daño que sufren?... Y el mismo Pothier en su tratado sobre las obligaciones hablando de la responsabilidad de los patronos y comitentes dice que esta disposición fué establecida para obligar á éstos á ser atentos y á servirse solamente de buenos dependientes. Como se vé según los compiladores, producciones é intérpretes del Código Napoleón, no es la representación la que justifica la responsabilidad de los patronos y comitentes, sino la presunción de culpa *in eligendo*... El artículo 1153 del Código Italiano dice que cada uno es responsable no sólo por el daño que ocasiona por hecho propio sino por el que... de donde se desprende claramente que el daño de que se ocupa no es propiamente el del hecho personal... No se comprende como puede decirse que tal responsabilidad sea por hecho propio y justificada con la teoría de la representación.

« Por lo demás, en el campo puramente científico como lo hace notar Giorgi, la teoría de la representación no ha hecho prosélitos; ni la doctrina, ni la jurisprudencia, ni los recientes Códigos de pueblos doctos y civilizados le han acogido. Fué presentada en Alemania en el XVII congreso de jurisconsultos. Se puede, pues, afirmar concluye Sechi, que la doctrina de la representación,—como fundamento de la responsabilidad de los patronos y comitentes,—debe ser completamente rechazada... No hay ninguna buena razón tampoco para establecer respecto de los patronos comitentes una presunción de culpa absoluta, prohibiéndoles la producción de toda prueba contraria tendientes á libertarlos del peso de tal responsabilidad. El fundamento de su responsabilidad indirecta,—si no es idén-

tico—es análogo al de la responsabilidad indirecta de los padres, tutores, etc.; es lógico y justo que aquéllos sean tratados en la misma forma que éstos. La disposición de la ley italiana que establece á su respecto una presunción absoluta, es una injusticia,—injustificada é injustificable—y auguramos que pronto desaparecerá del Código. *Hoe est in votis*».

Así termina Sechi á quien hemos querido seguir en su estudio del sistema adoptado por los Códigos Italiano y Francés, como el mejor medio de fundar la doctrina de nuestra ley positiva.

Nuestro Código Civil ha establecido en el artículo 1298 que hay obligación de reparar no sólo el daño que se causa por *hecho propio,* sino también el causado *por el hecho de las personas que uno* tiene bajo su dependencia,—y especialmente que son responsables los dueños ó directores de un establecimiento ó empresa, del daño causado por sus domésticos en el servicio de los ramos en que los tuviesen empleados.

Pero, nuestro Código, á renglón seguido, en el mismo artículo 1298, dice que: «la responsabilidad de que se trata en los casos de este artículo, cesará cuando las personas en ellos mencionados prueben que emplearon toda la diligencia de un buen padre de familia para PREVENIR EL DAÑO».

No hay duda, pues, que pesa sobre los patrones ó empresas,—y en general sobre toda persona que tiene á otros bajo su *dependencia* por razón de un contrato, una presunción simple de que ha incurrido en culpa, sea al elegir en persona, sea al vigilarla. Pero esta presunción legal—como toda presunción simple, cesa en virtud del último inciso del artículo citado cuando los patronos ó empresas prueben que emplearon toda la diligencia de un buen padre de familia para *prevenir* el daño. Nuestro Código dice: *para prevenir el daño*—y no usa las mismas palabras que el Código Francés—emplea al referirse á los padres, tutores, maestros y artesanos cuando dice que la

responsabilidad de éstos tiene lugar *á menos que prueben que no pudieron impedir el daño.* La palabra impedir parece que se aplica mejor á la culpa *in vigilando* que á la culpa *in eligendo; en cambio,* las palabras para *prevenir el daño* que emplea nuestro Código, comprenden tanto la culpa *in eligendo* como la culpa *in vigilando* — porque un daño no se previene solamente eligiendo ó vigilando bien — sino haciendo una y otra cosa.

La doctrina de nuestro Código es, pues, la de una presunción simple de culpa á diferencia de las del Código Francés. Lógicamente y de conformidad con los principios de la culpa aquiliana, esta doctrina es indudablemente preferible á la seguida por el Código Francés. Sin embargo, cabe respecto de este punto — como respecto de toda la doctrina de la responsabilidad civil — la investigación científica tendiente á señalar los rumbos de una futura reforma legislativa que se presiente y que ampliará, sin destruir, los principios del Código Civil. (1)

---

(1) Véanse supra, capítulos VIII y siguientes.

CAPÍTULO XXI

LAS PRESUNCIONES DE CULPA. — LA RESPONSABILIDAD INDIRECTA. — LAS PERSONAS QUE SE ENCUENTRAN BAJO LA DEPENDENCIA DE OTRA EN VIRTUD DE UN CONTRATO. — ELEMENTOS DE ESTA RESPONSABILIDAD.

Para que proceda una acción de responsabilidad contra los patronos ó empresas, ó, en general, contra una persona por el hecho de otra que se encuentra bajo su dependencia, es indispensable que se reunan los siguientes elementos: 1.º Que exista una persona sometida á la dependencia de otra; 2.º Que la persona sometida á la dependencia de otra haya causado un daño dentro de las relaciones de la dependencia en que se encuentra, ó si se quiere, en el ejercicio de las funciones que le han sido confiadas; 3.º Que el daño haya sido causado por el dolo culpa ó negligencia de su parte, es decir, que constituya un delito ó un cuasi delito; y 4.º Que la persona que tiene otra bajo su dependencia renuncie á probar, ó no pueda probar, que empleó toda la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño.

1.er ELEMENTO. — *Una persona sometida á la* DEPENDENCIA DE OTRA EN VIRTUD DE UN CONTRATO. — La necesidad de este elemento se demuestra con las siguientes interrogaciones: ¿á quién puede atribuirse la calidad de patrón ó empresa? ¿á quién puede atribuirse la calidad de dependiente? La ley supone la existencia de una persona que da órdenes é instrucciones, y de otra persona que recibe esas órdenes é instrucciones y las cumple: he ahí la DEPENDENCIA; he ahí, uno de los elementos esenciales de este género de responsabilidad.

Pero no siempre que una persona está sometida á la *dependencia* de otra podrán aplicarse los principios que expondremos á continuación. Un menor *depende* de su

padre, — y un *loco depende* de su curador. No se trata de toda clase de *dependencias* sino de aquellas que tienen su origen en un contrato, de aquellas en que el dependiente ha sido libre y voluntariamente elegido, y se encuentra sometido á una persona que tiene la facultad y el poder de darle órdenes é instrucciones respecto de ciertas actividades. Nuestro Código Civil, ha puntualizado la necesidad de esta relación de dependencia respecto de los patronos ó empresas, á las que declara responsables del daño causado por sus domésticos en los servicios de los ramos en que estuviesen empleados. Es necesario, pues, que el daño sea causado dentro de las relaciones de subordinación que crea el contrato de arrendamiento de obras. En el Código Francés se ha empleado la palabra *preposé* y se declara á los patronos responsables de los hechos de sus *preposés*. Esto da lugar á que se discuta cual es el verdadero alcance jurídico de esta palabra. — Dentro de nuestra ley estas discusiones no tendrán razón de ser: es necesario que una persona dependa de otra, que esté subordinada á otra persona para que pueda comprometer la responsabilidad de esta última. Toda persona que sea empleada por otra para la realización de trabajos ó para un trabajo determinado, cualquiera que sea su duración y precio, tendrá dentro de nuestra ley la calidad de dependiente, si se encuentra como la palabra lo indica en relación de dependencia para con la persona que solicita sus servicios, si se encuentra subordinado á esta persona, de la cual recibe órdenes é instrucciones.

Los términos generales del inciso 1.º del artículo 1298 tiene una acepción muy extensa. Comprenden dentro de su amplitud el caso previsto por el inciso 5.º del mismo inciso — pero — comprenden algo más. Este último inciso se ocupa de los domésticos, — mientras que el primero, comprende á todos los que sin ser domésticos son empleados, — con salario ó sin él. «La condición se caracteriza y se define esencialmente por su dependencia, su subordinación, su sumisión y su obediencia necesarias para

la dirección, la vigilancia y la reglamentación de las funciones que le han sido encomendadas».

Se ha decidido que el locatario de un molino es responsable del incendio causado por la imprudencia de los obreros de la usina —aunque esos obreros empleados antes por el propietario del molino hubieran sido puestos á disposición del locatario. Este último al encargarse de su vigilancia y pago, sería el único responsable, puesto, que también había aceptado la elección hecha por su antecesor.

Puede ocurrir que una persona que se encuentra bajo la dependencia de otra, preste por su cuenta sus servicios á un tercero sin conocimiento de su patrono; — en este caso — obra bajo la dependencia del tercero — y es este último y no el patrono el que debe responder. Puede suceder también que el patrono ó empresa pongan á uno de sus subordinados á disposición de un tercero. En este caso la relación de dependencia en los primeros no cesa y corresponde la aplicación de los principios de la presunción de culpa.

Lo mismo puede decirse en el caso en que el patrono ó empresa arriende el uso ó el servicio de su cosa, poniendo á disposición del arrendatario los hombres que deben hacerla funcionar ó que deben defender de sus peligros. En tal caso, el arrendador será responsable de los actos de su subordinedo, aun cuando el acto imprudente ejecutado por éste último lo haya sido en virtud de una orden directa del arrendatario. Quedaría siempre que procediera con arreglo á los principios generales al arrendador el derecho de exigir del arrendatario el reembolso de las indemnizaciones pagadas por su imprudencia.

Hay que tener presente que la ley establece como fundamento de la responsabilidad la relación de dependencia en que se encuentra una persona respecto de otra. Puede ocurrir que esta relación de dependencia no vaya acompañada del pago de un salario. Por ejemplo, un guarda barrera, puede recibir su sueldo de dos compañías de

transportes, — y depender á cuanto á nombramiento, destitución y cumplimiento de órdenes de una de ellas. Si se produce un accidente por culpa de ese guardabarrera ¿responderán por mitad ambas compañías ó responderá solamente aquella de la cual dependiera el guardabarrera? Nos parece que la última solución es la que debe adoptarse con arreglo á los principios. El salario es un detalle que no tiene importancia para apreciar la culpa *in eligendo* ó *in vigilando*, lo esencial es la dependencia,— y la dependencia se caracteriza y se manifiesta por las instrucciones recibidas.

Podrá suceder que una compañía ó empresa arrendara los servicios de un automóvil nombrando chauffeur y manteniendo á éste su dependencia, — aunque corriendo el sueldo de cuenta de arrendatario. — El chauffeur sería *dependiente* del *garage*, y el hecho de pagar su sueldo no significaría que la responsabilidad de arrendador quede sustituida por la del arrendatario.

Un establecimiento puede también no pagar sueldo á algunos de sus dependientes, --que disfrutarán de las propinas y regalos de la clientela. Este hecho no haría cesar la responsabilidad de los patronos que serían siempre las superiores que tendrían bajo su *dependencia* á los empleados que no cobraban sueldo.

La jurisprudencia francesa ha decidido también que no hay *dependencia* cuando una persona ha sido utilizada por otra sin mediar *elección* de parte de la primera, que se ha visto forzada á aceptar los servicios de la segunda. Cuando los buques navegan en un río bajo la dirección de un práctico, — los propietarios de los buques no responderán de las culpas de los prácticos, cuando ellos fueron obligados á confiarle la dirección de los buques sea por su calidad de asegurados, — sea por los usos de la navegación [1]. — En este caso falta la relación de dependencia entre los dueños del buque y el práctico.

(1) Lyon, 7 de Julio de 1886, «Revue internationale de Droit maritime», 1886-1887, pág. 533.

Otra cosa sería si el práctico hubiese sido designado por los agentes del buque ó por el capitán.—Se responde igualmente del hecho de los dependientes que del hecho de los subdependientes que puedan nombrar los primeros en el ejercicio de sus funciones.

Cuando desaparecen las relaciones de autoridad y de dependencia,—no puede hablarse de responsabilidad indirecta. Es, luego, evidente que cuando se ha encargado un trabajo á un obrero de una profesión determinada los daños causados por el trabajo no serán de cargo del que encargó la obra,—siempre que este último no tuviera al obrero bajo su dirección y vigilancia. Si el propietario hubiera dado órdenes al obrero sobre la ejecución del trabajo,—é instrucciones que demuestren que uno estaba bajo la dependencia de otro habrá responsabilidad.

Larombiere se ha manifestado contrario á estas instrucciones en estos términos: ¿Han de detenerse con semejantes principios? Si el comitente puede declinar toda responsabilidad con el pretexto de que un dependiente ejerce una profesión especial á la cual el patrono es completamente extraño por sus conocimientos y sus hábitos, ¿porque no ha de declinarlo también el patrono en los daños de sus criados? Desde luego desaparecería la responsabilidad en la mayor parte de los casos,—y esta exoneración de responsabilidad aprovecharía sobre todo á los que más fácilmente se encuentran en condiciones de sufrir sus consecuencias; porque la excusa fundada en la ignorancia, en la ineptitud, en la incapacidad, aparece habitualmente entre los que se encuentran colocados en buenas condiciones de fortuna. El temor de un excesivo rigor conduce así á una flagrante iniquidad.» [1]

Estas consideraciones no son exactas. Sería injusto declarar una exoneración de responsabilidad por la incapacidad de los niños para ocuparse de ciertos pequeños de-

(1) Larombiere, núm. 10.

talles, pero, sería igualmente injusto sostener en todos los casos la responsabilidad de los ricos, porque se encuentran en condiciones de soportar las consecuencias de una sentencia que los condene á reparar el daño. Larombiere reconoce que esta responsabilidad es la consecuencia de una presunción de culpa en la elección ó en la vigilancia de las personas que se emplean.

Cuando se habla de vigilancia se reconoce el derecho de dar instrucciones y órdenes, sin los cuales la vigilancia sería ilusoria. Y es precisamente esta distinción la que se hace para saber si hay ó no hay responsabilidad [1].

Cuando una compañía celebra un convenio con un contratista, — no es responsable de los perjuicios que puede causar este último ó sus dependientes, siempre que el papel de la compañía se limitara á vigilar el exacto cumplimiento de lo convenido.

Ni el salario, ni la duración de las funciones ejercen influencia sobre la calidad de dependiente: esta se determina por las relaciones de subordinación y no por consideraciones extrañas á ella.

2.º ELEMENTO. — *Que la persona sometida á la dependencia de otra haya causado el daño en el ejercicio de las funciones que le han sido confiadas, ó mejor dicho, dentro de las relaciones de dependencia en que se halla.* — Este segundo elemento es consecuencia del anterior, — y fácilmente se comprende la razón en que se funda. Los empleados, obreros y sirvientes dependen de sus patronos mientras ejercen sus funciones ó desempeñan sus obligaciones; pero, fuera de sus servicios ellos conservan su libertad individual y su independencia y escapan á la vigilancia y dirección de sus patronos de los cuales no tienen porque recibir ni órdenes ni instrucciones. No se puede presumir que el patrono ó empresa hayan dado á sus subordinados la orden ó el mandato de cometer delitos fuera de las funciones que ellos desempeñan.

(1) Sourdat, II, núm. 890.

Sin embargo, en la práctica pueden presentarse dificultades cuando se trata de determinar donde empieza y donde concluye « el ejercicio de sus funciones. » Nuestro Código ha establecido en general que se responde por « el daño causado por las personas que uno tiene bajo su dependencia, » y luego, especialmente en lo relativo á los dueños ó directores de un establecimiento ó empresa dice que « responden del daño causado por sus domésticos *en el servicio de los ramos en que los tuvieren empleados* ».

Giorgi, — dice que no basta que mientras una persona está al servicio de otra se cometa un hecho ilícito para qne quede comprometida la responsabilidad de la última. « La sola coincidencia de tiempo no basta: se requiere un nexo lógico de necesaria ocasión entre el ejercicio de las funciones y el mal causado; nexo para el cual el ejercicio de estas funciones, ó ha hecho posible la realización de un mal que de otra manera no se habría producido, ó ha contribuído notablemente á su consumación. Por consiguiente si un sirviente injuria á Tizio; y si en un acceso de ira hiere á éste con armas no suministradas por el patrón, no se podrían hacer recaer sobre este último las responsabilidades de los hechos ilícitos... Sentada la regla no hay porque agregar mayores dilucidaciones teóricas. Verdad es que, por este punto, en la aplicación práctica se tropieza con no pocas dificultades... Un patron ordena á su sirviente que lo acompañe á cazar, — llevándole una escopeta cargada. En la ejecución de este encargue, el sirviente imprudente deja escapar un tiro que mata una persona que está próxima. ¿Fué el patrono responsable civilmente de esta muerte? Sí, — sin duda, — porque la ocasión próxima de la desgracia fué propiamente una función ejercida por el sirviente. » [1]

Este ejemplo, sirve para demostrarnos que no es posible entender estrictamente las palabras « en el ejercicio

(1) Giorgi, V, núms. 330 y 331.

de sus funciones». El sirviente en el ejemplo presentado por Giorgi no «ejercía sus funciones» al hacer disparar la escopeta. Pero, se encontraba en el ejercicio de las mismas, y fué por cumplir una orden de su patrono que se encontró en circunstancias de ser imprudente y de matar á otro hombre. Por esto nos parecería preferible en vez de decir que el daño se cause en el ejercicio de sus funciones, — decir, que es necesario que el daño se cause dentro de las relaciones de dependencia en que se funda la responsabilidad.

Aubry y Rau entienden que los patronos y comitentes comprometen su responsabilidad no solamente por los actos ilícitos de sus subordinados, ejecutados en el ejercicio de sus funciones — sino también los ejecutados con ocasión de ese ejercicio; y además se comprometa también esa responsabilidad por el daño que resulta de un abuso de esas funciones.

Laurent [1] Baudry Lacantinerie [2] siguen la opinión de Aubry y Rau y entienden que la expresión en «el ejercicio de sus funciones» es demasiado estrecha — y que debe comprenderse cualquier daño causado en ocasión de ese ejercicio. Mourlon ha sostenido que el patrono ó comitente sólo es responsable cuando su dependiente ejerce un dolo imprudencia ó negligencia en funciones que le ha confiado.

Pero, es indudable, que tan erróneo y equivocado será interpretar más estrictamente los términos «en el ejercicio de sus funciones» — como interpretar demasiado extensamente la expresión «en el ejercicio de las funciones ó con *ocasión* de este ejercicio». En efecto dando á esta interpretación una amplitud exagerada, llegaríamos á la consecuencia de que comprometería la responsabilidad de patrón el chauffeur que durante un viaje detiene su coche — y sin oir á nadie se precipita con un cuchillo

(1) Laurent, 20, § 583.
(2) Boudry Lacantinerie, Oblig. 4.º, § 2914.

sobre un enemigo y lo mata. Poco importa que el hecho haya ocurrido en ocasión de una excursión. Distinta sería la solución si ese chaffeur, con dolo, se hubiera valido del propio automóvil para matar á un enemigo pasando por encima de él. Se presumiría la culpa del patrón por haber elegido para el cargo de chaffuer una persona que ha cometido un delito con la cosa que le entregó su patrón—sin perjuicio, claro está, de las pruebas de descargo de la presunción de responsabilidad.

Nos parece, pues, que como expresión sustitutiva la que expresa mejor el alcance del precepto legal, y precisa este segundo elemento más claramente es la siguiente: *el daño ha debido ser causado* dentro de las relaciones de dependencia.

Respecto á los obreros y directores de empresas ó establecimientos, nuestro Código los declara responsables del daño causado por sus domésticos en el *servicio* de los ramos en que los tuviesen empleados [1]. Por consiguiente, si en los casos de dependencia en general debe la persona que tiene á otra bajo su dependencia responder de los daños causados por esta última dentro de las relaciones de la dependencia — en el caso de los domésticos al servicio de los dueños de empresas ó establecimientos, la ley exige que el hecho ilícito haya sido cometido EN EL SERVICIO; no basta, pues, que sea con *ocasión del servicio*—como sería el caso del doméstico que lleva una arma cargada á su patrón—es necesario que sea en el servicio mismo. Marcadé entendía en este sentido la disposición del Código Francés — y, ocupándose de ella — dice, que hay que observar que se trata solamente del daño « que los domésticos ó dependientes han causado en el ejercicio mismo de sus funciones, haciendo aquello en que ellos estaban empleados » —y siendo Mercadé un consejero habitual de nuestro código — pueden explicarse las palabras de nuestra ley *daño causado en el servicio de los ramos en que estuvieran empleados* [2].

(1) Artículo 1298.
(2) Artículo 1298, núms. § 5 cap.

Pero, esto es para un caso especial, relativo á los dueños ó directores de establecimientos ó empresas; para los demás casos de dependencia — rige el criterio más amplio y general que hemos expuesto más arriba.

¿A quien corresponde la prueba de que el hecho ha sido ejecutado en el ejercicio de sus funciones? ¿La prueba de que el dependiente es el autor del daño, basta para presumir que éste ha sido ejecutado en el ejercicio de sus funciones?

La jurisprudencia ha hesitado. Se recuerda una resolución de la Corte de Casación de París, el 30 de Agosto de 1860, que parece establecer que el dependiente que comete un hecho ilícito debe presumirse que ha obrado en el ejercicio de sus funciones. Pero algunos autores indican que el texto de la ley no autoriza semejante presunción, — y que, — por el contrario de su redacción parece desprenderse que el que se pretende lesionado, debe probar la relación de dependencia y además la relación del acto ilícito con las funciones de doméstico ó empleado [1]. Los que es indudable es que la prueba de la segunda circunstancia debe ser generalmente fácil, cuando se ha demostrado que el autor del delito ó cuasi delito es un sirviente ó dependiente.

Toullier cree que la persona que tiene otra bajo su dependencia debe responder de los hechos de esta última cuando tiene á su alcance el poder de impedir el daño y no lo hace, — aún en el caso en que el dependiente obra fuera de la relaciones de dependencia [2].

Los autores rechazan con razón esta doctrina. Y se fundan en que la responsabilidad por el ajeno hecho es una excepción al principio de la «personalidad» de la culpa, de la imputabilidad, — y como presunción sólo puede existir cuando un texto positivo de la ley lo consagra. Su carácter excepcional impide que se extienda á casos no pre-

(1) Sourdart, núms. 904 y 918.
(2) Toullier, núm. 287.

vistos expresamente. Además en este caso la imputación que se hace al patrono es la de no haber usado de su autoridad para impedir que su subordinado cometiera el el hecho delictuoso. Pero, el patrón no puede imponer su voluntad fuera de los límites de las relaciones de dependencia, — puesto que su subordinado, —no es un esclavo, sino una persona que ha establecido en un contrato las condiciones y los límites de su dependencia. Y cuando falta la situación de dependencia no puede hablarse de la responsabilidad del patrón [1].

3.er ELEMENTO. — *Es necesario que el dependiente haya cometido un hecho ilícito, un delito ó un cuasi delito.* —Este elemento es indispensable, absolutamente indispensable. También lo son los anteriores, pero respecto de este elemento puede decirse que es el fundamento principal de la responsabilidad. En este elemento se funda la necesidad de reparar el daño causado, en este elemento se funda propiamente la responsabilidad. Los demás sólo sirven para fundar la presunción de culpa del patrón ó empresa en la forma que acabamos de verlo y que veremos más adelante.

Es cierto que el artículo 1298 dice que hay obligación de reparar no sólo el daño que se causa por hecho propio sino también el causado por el hecho de las personas que uno tiene bajo su dependencia, — y que no dice expresamente que el hecho de estos últimos debe ser ilícito, es decir, que deba constituir un delito ó cuasi delito. Pero, también es cierto que este artículo equipara el hecho ajeno al hecho propio, — y que no se concibe que pueda haber una diversidad de criterios cuando la ley los coloca en las mismas condiciones. Del hecho propio sólo se responde cuando reunen los extremos del artículo 1293, — que expusimos en lecciones anteriores, — y del hecho ajeno sólo se responde también cuando el hecho del subalterno reune esos mismos extremos.

(1) Aubry Rau, 4.º, núm. 447; Sourdart, núm. 924.

En consecuencia los hechos ejecutados por el dependiente, — que no presenten los caracteres de un delito ó cuasi delito, — los actos que sólo fueron, por ejemplo, — el ejercicio de un derecho del patrono, — ó del mismo dependiente como la legítima defensa, — no podrían fundar en favor de un tercero una acción de responsabilidad ni contra el dependiente, ni contra su superior. Esta conclusión ha sido confirmada por la jurisprudencia francesa. Se ha decidido que *cualesquiera que sean las exigencias del interés general,* el juez no puede declarar la responsabilidad del patrono, — sino cuando se ha probado previamente la culpa, de imprudencia ó la negligencia de un dependiente [1].

4.º ELEMENTO.—*Los patronos ó empresas pueden exonerarse de la presunción de culpa que pesa sobre ellos en razón del hecho ilícito de sus dependientes probando que emplearon toda la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño.*

Este elemento separa fundamentalmente en esta materia la legislación nacional de los Códigos Francés é Italiano. Nuestro Código Civil, como el proyecto de García Goyena [2] — y como los Códigos de Chile, de Alemania y de Suiza, — ha establecido una presunción simple de responsabilidad que cesa mediante la prueba de que las personas declaradas responsables emplearon la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño.

Y como el daño se puede prevenir *eligiendo* bien los dependientes, — y *vigilando* severamente sus actos de conducta, — resulta que los patronos ó empresas podrán exonerarse de toda responsabilidad por el hecho ilícito de sus subalternos probando que emplaeron toda la diligencia exigible á un buen padre de familia, tanto en la elección de sus subalternos como en la vigilancia que ejercen sobre los mismos.

---

(1) Pandectes française, núm. 1183.
(2) Artículo 901.

« Es una cuestión de hecho, — dice Rossell, — comentando la disposición concordante del Código Federal Suizo de las Obligaciones (año 1912) — la de saber si el patrono ha producido la prueba liberativa de su responsabilidad. La culpa *in eligendo desempeñará* un gran papel en esta materia, — porque *si no se puede exigir á un patrono que esté constantemente al lado de sus obreros se le puede responsabilizar de que los haya elegido á la ligera, — y que tampoco los haya exactamente vigilado;* podríamos presentar consideraciones *análogas respecto de la culpa in instruendo.* » (1)

Los patronos ó empresas, — pueden pues, exonerarse de toda responsabilidad por el hecho ilícito de sus subalternos, — que emplearon toda la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño, — diligencia que deberá demostrarse en la elección del subalterno, — en su instrucción y en su vigilancia.

Respecto de la elección debe exigirse que no se haya hecho ligeramente, como dice Rossell, — que se haya informado sobre las condiciones y antecedentes de la persona que toma bajo su dependencia. Y la elección comprende no solamente las condiciones físicas de aptitud, sino también las condiciones profesionales y las condiciones de orden moral. En ciertas profesiones, los *chauffeurs,* — por ejemplo, — las autoridades expiden certificados de competencia. Estos certificados bastan para probar que se ha elegido á un profesional cuyas condiciones buenas y de aptitud física para el cargo no pueden discutirse, — y demuestra que sobre este particular hubo la diligencia exigible á un buen padre de familia. Pero, esa persona provista de un certificado de aptitud puede tener defectos de orden moral, puede tener, por ejemplo, el hábito de la ebriedad, y falta á los deberes de un buen padre de familia quien no se informa debidamente sobre los antecedentes de la persona que toma bajo su dependencia.

---

(1) Rossell y Wentha, «Droit Civil Suisse», tomo 3.º, pág 92.

Respecto de la *instrucción* del dependiente debe exigirse que ella sea completa. Cuando media un certificado de aptitud esta *instrucción* se presume, — pero, — debe siempre vigilarse por el patrono. Una persona provista de un certificado que acredite su competencia profesional puede haber perdido sus aptitudes para el cargo. Además, la competencia profesional asegura que en el desempeño del cargo no se incurrirá en omisiones, — pero, — el patrono está también obligado á completar esta competencia instruyendo á su dependiente de los peligros pueden correr otras personas ó los intereses de los mismos, y de la forma de prevenirlos.

Y, finalmente, respecto de la vigilancia debe exigirse que ella esté debidamente reglamentada, — y que se hayan tomado todas las providencias eficaces para hacerla positivamente efectiva. Aquí puede repetirse lo que los autores franceses enseñan sobre la prueba que debe admitirse á los padres para descargar su responsabilidad por el hecho de sus hijos menores. No puede exigirse la prueba de una vigilancia absoluta, — momento á momento, — [1] que equivaldría prácticamente á declarar absoluta una presunción que es *simple*. Debe exigirse la prueba de la vigilancia que ejercería un buen padre de familia, — es decir, — un hombre diligentísimo. Nada más.

El Código Civil Alemán en su artículo 831 establece que la persona que encarga á otra una operación, está obligada á la reparación del daño que la segunda, por un hecho contrario al derecho — ha causado á un tercero en la ejecución de la operación — y que esta responsabilidad cesa — si el patrono, prueba que — sea del punto de vista de la elección, sea en la medida en que debe suministrar aparatos ó utensillos — ó dirigir la ejecución de la operación, en cuanto debía suministrarlos y en cuanto debía *dirigirlos* — « *ha procedido con el cuidado exigido por el uso* » — y además este mismo Código autoriza al patrón, para exo-

(1) Pandectes françaises, núm. 990.

nerarse de toda responsabilidad *probando que aun cuando hubiera puesto* la *actividad* y *cuidado exigibles* se hubiera producido igualmente el daño.

Esta última parte atenúa aún más la presunción de culpabilidad establecida por la ley.

Estas consideraciones pueden servir para apreciar el alcance de la presunción simple [1] establecido en el artículo 1298 del Código Civil.

---

(1) Código Civil, artículos 1577 y 1578.

CAPÍTULO XXII

LAS PRESUNCIONES DE CULPA.—RESPONSABILIDAD INDIRECTA.—RESPONSABILIDAD POR EL HECHO DE OTRO.—LOS DIRECTORES DE ESTABLECIMIENTOS.—CASOS ESPECIALES.

Las disposiciones legales que establecen los casos de responsabilidad indirecta, son la excepción. Esto implica que solamente pueden aplicarse en las circunstancias especialmente previstas por la ley.

El artículo 1298 dice que serán responsables *los dueños ó directores* de un establecimiento ó empresa — conviene hacer notar que la palabra *directores* no es seguramente la que en más propiedad podía expresar el concepto jurídico que encierra esta disposición legal. La ley ha querido seguramente referirse á los directores de las personas jurídicas—porque emplea las palabras *dueños ó directores.* Pero — en realidad — los directores de las personas jurídicas serán responsables del hecho de sus subalternos—pero—las personas jurídicas mismas son las responsables del hecho de sus *directores.*

No nos ocuparemos de ciertas responsabilidades—como la de los posaderos— capitanes, funcionarios, Estado—que se rigen por reglas especiales,

Pero como principio general dejemos establecido el siguiente: que las disposiciones que declaran á una persona responsable por el hecho de otra, estando fundadas sobre una presunción legal de culpa—deben por esto mismo ser interpretados restrictivamente — porque las presunciones legales siendo de derecho estricto no pueden extenderse de un caso á otro [1].

Así, por ejemplo, —el marido no es responsable por esta sola calidad del hecho ilícito de su mujer. Pero de acuerdo con el artículo 1298, — podría comprometerse su responsabilidad si la mujer fuera su dependiente [2].

---

(1) Baudry Lacantinierie, Oblig. 4.º, núm. 2738.
(2) Baudry Lacantinerie, Oblig. 4.º, núm. 2738.

CAPÍTULO XXIII

LAS PRESUNCIONES DE CULPA. — RESPONSABILIDAD POR EL HECHO DE OTRO. — LA ACCIÓN DE REVERSIÓN

El Código Civil en su artículo 1300, dice que las personas obligadas á la reparación del daño causado por los que de ellos dependan tienen derecho á ser indemnizados sobre los bienes de éstos, — si los hubiese, — y si el que causó el daño lo hizo, sin orden ni conocimiento de la persona á quien debía obediencia, — y era capaz de delito ó cuasi delito según el artículo 1294.

Resulta, pues, que siempre que no se trate de menores de diez años ó de dementes, — las personas declaradas responsables, — cuando no tuvieron conocimiento del hecho ilícito que se ejecutaría, caso que podríamos llamar de consentimiento tácito, y cuando no lo ordenaron, — caso de mandato expreso, — tienen el derecho de ser indemnizados sobre las personas de sus dependientes ó subordinados.

La limitación que hace el artículo 1300, — á los capaces de delito y cuasi delito de acuerdo con el 1294, — no impediría que cuando se tratara de un menor de edad y mayor de diez se declarara improcedente la acción de reversión, — mediante la prueba de que ese menor no era capaz de culpa. Se sabe que la responsabilidad supone existencia de inteligencia y voluntad de parte del que ejecuta el acto ilícito. La ausencia de voluntad exonera de responsabilidad, y ninguna condenación puede producirse contra el que no tiene conciencia absoluta de sus actos; no existe en tal caso, ningún recurso en provecho de la persona condenada como civilmente responsable; ésta última debe sufrir irrevocablemente las consecuencias del daño causado por la persona de quien ella, responde» «Pero si el daño es igualmente imputable á su

autor es necesario examinar cual ha sido el rol de la persona civilmente responsable. ¿El perjuicio ha sido causado sin ninguna participación de ésta última? Su recurso le es acordado contra al autor del daño que, en realidad, ha cometido solo la falta. La responsabilidad civil no es más que una ventaja acordada á la persona lesionada, á la cual la ley dá dos deudores, pero, entre estos últimos, la garantía debe producir un efecto análogo á la fianza porque sería injusto que el culpable pudiera escapar á las consecuencias del delito por él cometido con el pretexto de que el tercero ha recibido satisfacción de la persona civilmente responsable la cual en realidad no ha cometido directamente ninguna culpa. El recurso de garantía pertenece, luego, á los padres responsables del hecho de sus hijos cuando estos últimos han obrado con dicernimiento. Al comitente responsable del hecho de su dependiente. A los preceptores y artesanos responsables de los hechos de sus discípulos y aprendices. Se ha expuesto hasta aquí que las personas declaradas legalmente responsables hayan permanecido extrañas al hecho que ha motivado su responsabilidad, pero, si la persona civilmente responsa ble ha cometido ella misma una culpa este hecho modifica necesariamente el recurso de reversión ó lo suprime completamente según las circunstancias. Esto se produce cuando el patrón ó comitente ha tomado parte en el delito ó cuando lo ha provocado ú ordenado. En estas hipótesis, la culpa que le es imputable, entraña contra él una parte de responsabilidad, y hasta la totalidad de la responsabilidad, y pertenene á los tribunales apreciar la proporción en la cual la condenación debe quedar de su cargo. Si se ha demostrado por ejemplo que el dependiente no ha sido más que un instrumento el patrón no tendrá ningún recurso. »

CAPÍTULO XXIV

LAS PRESUNCIONES DE CULPA. — RESPONSABILIDAD POR EL DAÑO CAUSADO POR LAS COSAS DE QUE UNO SE SIRVE Ó ESTÁN Á SU CUIDADO. — GENERALIDADES.

Después de analizadas las disposiciones de la ley, sobre la presunción de culpa que pesa en razón de los delitos y cuasi delitos cometidos por las personas que están bajo la dependencia de otra, corresponde entrar á estudiar otra de las presunciones de culpa que ha establecido nuestro Código, y que ha dado lugar á una gran diversidad de opiniones en la doctrina y en la jurisprudencia. Es la responsabilidad que nace del daño causado por las cosas de que una persona se sirve ó que están bajo la guarda de esa persona.

A este respecto, nuestro Código se ha mantenido fiel á los principios adoptados para todo este capítulo, que puede presentarse como un modelo de consecuencia legislativa,— y digo, consecuencia legislativa, en el sentido de consecuencia del legislador con un principio jurídico único, y que da á la Ley la armonía que se descubre en todas las disposiciones de este capítulo.

La responsabilidad por el daño causado por las cosas, ha dado lugar á que se hayan presentado en la doctrina y en la jurisprudencia numerosos sistemas, algunos de ellos, de carácter puramente doctrinario, y otros que han encontrado aplicación en las sentencias y resoluciones de los tribunales. El primero de los sistemas á que me refiero, es el que aplica, respecto de la responsabilidad del daño causado por las cosas, los mismos principios de la culpa aquiliana, los mismos principios que respecto de la responsabilidad por el hecho propio; y, este sistema sostiene que para que una persona sea responsable del daño causado por las cosas de que se sirve ó que están á su cui-

dado, es indispensable que se pruebe que ha mediado culpa de parte de esa persona. De manera, que los elementos objetivo y subjetivo, indispensables para la existencia del cuasi delito — y con mayor razón, del delito— cuando se trata de hechos personales, son los mismos que se exigen cuando se trata del daño causado por las cosas.

De manera, pués, que para responsabilizar á un patrón por el daño causado por la explosión de una caldera, será necesario probar, primero el hecho material de la explosión de la máquina y sus consecuencias, los daños y perjuicios que han sufrido los obreros; segundo, el obrero tendrá la obligación de probar que ha existido culpa de parte del patrón, es decir, ha habido de su parte del patrón una negligencia, ó una imprudencia; en una palabra, la responsabilidad por el daño causado por las cosas se rige, según este sistema, por los principios estrictos de la culpa aquiliana.

Este primer sistema ha sido reforzado al exponerlo por algunos autores, haciendo valer la disposición del artículo 1301, que dice que el dueño de un edificio es responsable del daño que ocasione su ruina ocasionada por haber omitido las necesarias reparaciones, ó por haber faltado de otra manera al cuidado de un buen padre de familia; y han dicho que esta disposición del artículo 1301 ó, mejor dicho, que la disposición análoga del Código Francés y del Código Italiano, aclara perfectamente el concepto legal de la responsabilidad por el daño causado por las cosas.

El principio general sobre el daño causado por las cosas,—dicen algunos comentadores franceses é italianos,— concuerda completamente con el que contiene el artículo 1293; y esa regla general establece que se responde del daño causado por las cosas que se tienen bajo su guarda.

Bien: las palabras « tener bajo su guarda y responsabilizar por la guarda de las cosas », suponen necesariamente que se trata de culpa; y el artículo 1301, que aplica á un caso particular esa regla general, dice que

el dueño de un edificio es responsable del daño causado cuando falta á la diligencia del buen padre de familia; luego, quien intente responsabilizar al dueño de un edificio por su ruina, tendrá qne probar que ha omitido las reparaciones necesarias, ó tendrá que probar que ha omitido la diligencia de un buen padre de familia.

De suerte que la responsabilidad por la ruina de un edificio — aplicación del principio general de la responsabilidad por el hecho de las cosas — supone de parte de quien intente la acción de responsabilidad contra el propietario, la prueba de que ha mediado culpa del propietario, por haber omitido reparaciones, ó por no haber empleado la diligencia de un buen padre de familia.

Como se ve, este sistema, que ajusta la responsabilidad por el daño causado por las cosas, estrictamente á los principios establecidos para la culpa aquiliana, traería, como consecuencia necesaria, del punto de vista práctico, la impunidad más absoluta respecto de los daños causados por las cosas.

Generalmente, en los grandes daños causados por las cosas, como ser: explosiones de calderas, la cosa no sólo causa un daño, sino que se destruye al causar el daño; y una vez destruída una caldera, una vez hecha pedazos una máquina, reducida á escombros una fábrica, es poco menos que imposible probar que el dueño omitió las reparaciones necesarias, y que no tuvo, en presencia del estado de la caldera ó del estado de las demás construcciones, la diligencia de un buen padre de familia para evitar el daño.

De manera, que aplicar el sistema de la culpa aquiliana, prácticamente, representa declarar la no responsabilidad por el hecho de las cosas; pero hay algo más: del punto de vista teórico resulta contradictorio y absurdo que, aplicando la ley una responsabilidad por el daño causado por las personas que están bajo la dependencia de otra persona, y estableciendo la ley respecto de todas ellas, como hemos visto, una presunción de culpa de

parte de quién tiene bajo la guarda á las personas ó de quién utilíza los servicios de esas personas, es absurdo que no se siga el mismo sistema, por lo menos, respecto de la responsabilidad que incumbe al dueño ó al que detenta una cosa, cuando esta cosa causa perjuicio á un tercero; sobre todo, resultaría más fácil probar que un tutor ó que un padre, ha omitido la diligencia de un buen padre de familia para impedir el daño causado por su pupilo ó por su hijo, que probar que un patrón ha omitido la diligencia de un buen padre de familia, y no ha hecho en una máquina las reparaciones necesarias, porque esa prueba, después que una máquina se ha hecho pedazos, es una prueba completamente imposible, y por que no habría razón, desde que se establece la presunción de responsabilidad por el hecho de las personas—que, al fin y al cabo, son independientes de las que utilizan sus servicios, por ejemplo, tratándose de obreros,—para no establecer la misma presunción respecto de las cosas.

Todas estas consideraciones dieron lugar á un movimiento contra la aplicación hecha por la jurisprudencia francesa, durante muchísimo tiempo, de los principios de la culpa aquiliana á la responsabilidad que nace del daño causado por las cosas; pero la doctrina francesa, debido á la imperfección del texto legal, presenta para resolver estas cuestiones, gran variedad; y, sobre todo, se presenta de un modo completamente contradictorio; y así encontramos un segundo sistema que trata de atenuar el rigor de los principios de la culpa aquiliana sobre delitos y cuasi delitos establecidos en el Código Francés, sosteniendo que en la mayor parte de los casos que se presentan por responsabilidad que nace del daño causado por las cosas, no se trata de una responsabilidad extracontratual, sino de una responsabilidad contratual; y el fin que persigue, al procurar esta interpretación, es conseguir la inversión de la prueba, es conseguir por un medio indirecto la presunción de culpa que nuestro Có-

digo ha establecido, adelantándose á la mayor parte de los Códigos de su época, en uno de sus artículos.

Dos jurisconsultos, uno belga y uno suizo, Sauzet y Saintelecte, han sostenido como lo hemos visto más arriba [1] que respecto de la responsabilidad que nace por el daño causado por las cosas, durante la ejecución del contrato de trabajo celebrado por los obreros con los patrones, no se rije por los principios de la culpa aquiliana, sino que se rige por los principios de la culpa contractual; y sostienen su tesis del siguiente modo: entre el obrero que arrienda sus servicios y el patrón que los utiliza, media un contrato que en nuestro Derecho se denomina de arrendamiento de obras; ese contrato tiene cláusulas expresas como ser el salario que paga el patrón, el número de horas de trabajo; pero, tiene también cláusulas tácitas, y entre las cláusulas sobreentendidas, que siempre existen en esos contratos, se halla la de que el patrón procurará que el obrero trabaje en condiciones de absoluta seguridad. Si estas condiciones de seguridad faltan en un momento dado, y se produce un accidente como se trata de responsabilidad contractual, hay que aplicar el principio de los artículos 1315 y siguientes del Código Civil. El patrón, dicen, no ha cumplido con su obligación de protejer al obrero y de asegurarle el trabajo en condiciones de seguridad; y, como no ha cumplido con esa obligación, existe en contra de él la presunción de falta que se establece para los casos de responsabilidad contratual; y entonces dicen, no corresponde al obrero probar que medió culpa del patrón: el obrero debe probar que el patrón no cumplió con la cláusula del contrato que aseguraba su seguridad personal; y es al patrón que no quiere pagar daños y perjuicios que corresponde probar, de acuerdo con el artículo 1317, que no ha habido culpa de su parte.

De suerte que el patrón tendría que hacer valer la

(1) Véase capítulos VIII y IX.

disposición del artículo 1317, que dice: «No se deben daños y perjuicios cuando el deudor no ha podido dar ó hacer la cosa á que estaba obligado ó ha hecho lo que le estaba prohibido, cediendo á fuerza ó por caso fortuito»; y de esta manera se establece por la vía de la responsabilidad contratual, la presunción de culpa que el Código Francés no ha establecido expresamente respecto de la responsabilidad extracontratual.

Esta doctrina, sostenida por los jurisconsultos que acabo de nombrar, respecto del contrato de trabajo, ha sido sostenida también por algunos autores, fundándose en el artículo 1778, que dice que «el arrendador responde de los vicios ó defectos graves de la cosa arrendada que impidieren el uso de ella, aunque él no los hubiese conocido ó hubiesen sobrevenido en el curso del arriendo y el arrendatario puede pedir la disminución del precio, etc.».

Bien: el artículo 1778 se dice debe aplicarse con mayor razón que al arrendamiento de cosas, al arrendamiento de servicios.

Otros también han tratado de aplicar los mismos principios respeeto de los riesgos que corren las personas en los transportes. Las empresas de transportes están sometidas á una responsabilidad especial, respecto de los riesgos de las cosas que transportan; y se ha dicho: «aunque la ley no lo establezca expresamente, no puede colocarse á las personas en peor situación que á las cosas; de suerte que la misma responsabilidad debe existir respecto de las personas»; y en esta forma, por medios indirectos, se ha procurado ir á la presunción de responsabilidad que no establecía expresamente el Código Francés. Pero todas estas doctrinas no hicieron nada más que preparar una doctrina más radical,

Algunos jurisconsultos sostienen que el Código Francés al establecer que se responde por el hecho de las cosas que una persona tiene bajo su guarda, ha establecido una presunción *juris et de jure* de responsabilidad, presunción que no admite prueba en contrario. Un hombre es res-

ponsable por que es propietario; la propiedad tiene sus ventajas y sus beneficios; pero también tiene sus riesgos,—este es el principio;—y uno de los riesgos de la propiedad es el daño que puede causar la cosa de que se es propietario.

Si una cosa causa un daño, se presume, necesariamente, la culpa del propietario, y éste debe indemnizar los perjuicios causados; pero esta doctrina, sostenida por algunos autores, valiéndose de las deficiencias de la disposición del Código Francés, no ha prosperado porque, sin texto especial de la ley, es imposible aplicar un principio tan grave, que no reconoce absolutamente ningún antecedente legislativo, que no se encuentra dentro de los principios del capítulo de delitos y cuasi delitos, que suponen siempre la culpa; y, sobre todo, porque se trata de una doctrina que revoluciona completamente el concepto de responsabilidad en una forma imprevista, no sólo para el legislador, sino para los mismos jurisconsultos.

Nuestro Código ha resuelto este punto acertadamente, colocando la responsabilidad por el daño causado por las cosas en una situación idéntica á las otras presunciones de culpabilidad establecidas por la ley; y nuestro Código ha estado acertado al proceder así, porque ha dado á todo este capítulo la unidad, la uniformidad de doctrina y la armonía de contexto que se echan de menos en muchas legislaciones. Nuevamente tenemos, pues, que felicitarnos de la claridad con que nuestro Código ha legislado esta materia.

Nuestra ley establece como principio general que una persona es responsable del daño causado por las cosas de que se sirve ó que están á su cuidado. Como se vé, no es solamente de la culpa *in vigilando* en el caso de guarda, como establece el Código Francés, sino también una culpa más extensa: se responde, en general, tanto del daño causado por las cosas que están al cuidado de una persona, como del daño causado por las cosas de que se sirve esa persona; y el Código, al establecer el princi-

pio, lo ha establecido como presunción de culpa: el dueño de una cosa, el arrendatario de una cosa, toda persona que se sirve de una cosa ó que tiene una cosa á su cuidado responde de los daños que esa cosa causa, y la ley presume su culpabilidad Este es el principio legal. De suerte, que los obreros víctimas de la explosión de una caldera, lo mismo que toda persona que invoca la responsabilidad por el hecho de las cosas, sólo tiene que probar que el daño se ha producido, y el dueño de la cosa ó el que usa de la cosa se presume culpable. No tendrá que probar, por lo tanto, el obrero, que ha habido culpa del patrón, que ha sido negligente en el cuidado de sus máquinas, que ha sido imprudente exigiendo de las máquinas mayor rendimiento, mayor presión, mayor fuerza de la que les es permitido dar por su capacidad, ni tiene que probar absolutamente nada: prueba únicamente el hecho del daño causado y que ese daño ha sido causado por la cosa; probado eso, se presume la culpabilidad del dueño ó del que usa de la cosa á riesgo propio. Pero la ley, siguiendo los mismos principios seguido para el caso de la responsabilidad de las personas, permite al .dueño de la cosa descargarse de esa responsabilidad, demostrando que ha empleado, que ha usado toda la diligencia de un buen padre de familia para evitar el daño.

Este principio de nuestra ley, conviene tenerlo muy presente y conviene no olvidar la tendencia del legislador, porque no siempre se ha aplicado el principio legal en esta forma, ó, mejor dicho, generalmente el principio legal se aplica en otra forma: se hace predominar el principio general de que al autor incumbe la prueba sobre la presunción de culpa establecida por la ley; sin embargo, la ley ha establecido una verdadera presunción de culpabilidad y la ha establecido expresamente.

De manera, que los elementos, digamos así, que constituyen la responsabilidad por el hecho de las cosas, serán los siguientes: primero, la violación del derecho causada por una cosa inanimada; segundo, presunción de

culpa respecto del dueño de esa cosa ó del que usa de esa cosa á su riesgo, — por ejemplo, el que tiene arrendada una fábrica y usa esa fábrica como arrendatario; y tercero, la facultad, para el dueño de la cosa ó para el que usa de la cosa á riesgo propio, de descargarse de su responsabilidad demostrando haber empleado la diligencia de un buen padre de familia.

De manera, pues, que nuestro Código, anticipándose al movimiento doctrinario que se produjo los últimos veinte años del siglo pasado, había establecido el sistema de presunción de culpa y, por consiguiente, el sistema de inversión de la prueba, que con tanto afán se han empeñado distinguidos jurisconsultos en proclamar como expresión de la verdadera justicia. Claro está, que tratándose de una novedad de nuestro Código, no es posible pretender que se aplique en esta materia la jurisprudencia contradictoria de los tribunales franceses é italianos, que vacila, que oscila entre las distintas doctrinas en boga y que permite invocar para cada caso particular sentencias y resoluciones completamente contradictorias. Nuestro Código ha seguido un sistema claro, propio, y es de acuerdo con sus reglas que deben juzgarse los casos particulares que se presenten.

Conviene también tener presente que quien invoque estas presunciones de culpabilidad debe invocarlas concretamente y separadamente, porque puede ocurrir que concurran varias presunciones de responsabilidad y deben invocarse estas presunciones de responsabilidad separadamente, porque de lo contrario, sería necesario aplicar el principio general que rige la culpa, y el actor tendría que probar su acción. Me refiero á lo siguiente: una máquina puede estallar por culpa del maquinista y puede estallar por defecto de la máquina, y el que entabla la acción de responsabilidad contra el patrón, debe precisar bien si entabla la acción de responsabilidad fundado en la presunción de culpa que pesa sobre el patrón en razón de la culpa del maquinista ó en razón de la presun-

ción de culpa que emana del daño causado por las cosas. En el primer caso el actor debe probar primero la culpabilidad del maquinista, y, probada la culpabilidad del maquinista, existe la presunción de culpa contra el patrón, el cual se presume culpable por no haber vigilado bien al maquinista ó por haberlo elegido mal — culpa *in vigilando* ó culpa *in eligendo*. Al contrario, debe precisarse bien si se imputa al patrón la responsabilidad por el daño causado por la máquina de que se servía; en este caso sólo tiene que probar el daño causado y el patrón tendrá que probar que empleó toda la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el mal, para mantener esa máquina en buen estado; en una palabra, el patrón respondería de cualquier culpa ligerísima que pudiera imputárselas en la elección ó en el manejo de la máquina.

CAPÍTULO XXV

LAS PRESUNCIONES DE CULPA. — RESPONSABILIDAD POR EL DAÑO CAUSADO POR LAS COSAS DE QUE UNO SE SIRVE Ó ESTÁN Á SU CUIDADO. — ELEMENTOS DE ESTA RESPONSABILIDAD.

Ya hemos visto, que hay diversidad de opiniones en lo relativo al concepto jurídico de la responsabilidad fundada en el daño causado por las cosas. En nuestro sistema pueden clasificarse las doctrinas más admitidas, — y entre las cuales debe colocarse en primer término la que sigue fielmente los principios generales de la culpa. Ha sido seguida durante muchos años por la jurisprudencia francesa. « La responsabilidad por los perjuicios causados por nuestras cosas se rige según esta opinión por los mismos principios que la responsabilidad del perjuicio causado por nosotros mismos. De aquí resultaría que el propietario de una cosa ó la persona que tuviera su guarda, sólo sería declarada responsable cuando su culpa fuera comprobada, — y la prueba de la culpa incumbiría siempre á la víctima del daño.» [1] — Ya hemos visto las dificultades probatorias que ofrecía este sistema á la víctima del daño, — dificultades que muchas veces serían positivamente insalvables.

El Código Civil alemán, rígidamente consecuente con los principios fundamentales de la culpa, no contiene ninguna disposición general relativa á la responsabilidad por el daño causado por las cosas, pero contiene algunos artículos relativos á los daños causados por los edificios ú otras construcciones levantadas sobre un fundo ó incorporadas al mismo. Pero, respecto de los daños causados por las cosas muebles, en general, — es necesario apre-

(1) Baudry Lacantinerie, 4, núm. 2966.

ciar los principios generales de la culpa. No hay ni presunción de culpa, ni menos, responsabilidad—riesgo. Hubo discusiones en la preparación de los proyectos, pues, mientras unos querían aplicar rígidamente la doctrina tradicional,— otros preferían la inversión de la prueba,—y otros defendían la aplicación lisa y llana del principio de causalidad. Esmein hace notar que « si en el artículo 1384 del Código Francés se ocupa de paso del daño causado por el hecho de las cosas de que se tiene la guarda es únicamente para anunciar la disposición del artículo 1385 [1]. Las expresiones de que se ha servido el artículo sólo pueden aplicarse á los actos de los animales. El daño causado por el *hecho* de las cosas es asimilado por la ley al causado por el *hecho* de las personas. »

Un segundo sistema sostiene que el propietario es el representante legal de las cosas que le pertenecon, y el daño que le es causado por un objeto que le pertenece, debe ser considerado como causado por el propietario mismo. Baudry Lacantinerie rechaza en absoluto este sistema porque la ley declara responsable no al propietario de la cosa sino al que la tiene bajo su guarda.

Un tercer sistema considera que la responsabilidad por el daño de las cosas debe ser un « caso de riesgo ». « El que para sus satisfacciones, ó para su provecho, introduce en la sociedad una cosa peligrosa hace correr á sus semejantes un cierto riesgo. Así una máquina á vapor puede estallar y lastimar á alguno sin que ninguna culpa ó imprudencia pueda imputarse al dueño de la maquinaria ó á quien la tenía bajo su guarda, y puede ocurrir que la causa de la explosión quede para siempre ignorada. ¿No es justo que ese riesgo sea de culpa de quien lo ha creado? [2]. Ya hemos visto algunas explicaciones de la doctrina del riesgo.

Y finalmente, el cuarto sistema, el expresamente con-

---

(1) El artículo 1385 del Código Francés dice así: «El propietario de un animal ó el que se sirve de él mientras que está á su servicio responden del daño, etc.»

(2) Baudry Lacantinerie, 4, núm. 2972.

sagrado por nuestro Código Civil, y que es también el que predomina dentro de la jurisprudencia francesa, que se funda como lo hace notar Baudry Lacantinerie « aunque la responsabilidad por el hecho de las cosas inanimadas tienen por fundamento una culpa de la persona declarada responsable; pero, como esta culpa se presume, aquel que reclama la reparación del perjuicio no tiene que probar la culpa. Semejante presunción se justifica fácilmente. La culpa existe casi siempre. Luego, es lógico presumirla. La víctima del daño se encuentra asi descargada de un fardo bajo cuyo peso sucumbiría casi siempre. Pero, esta presunción no es absoluta;—puede ser destruida por prueba en contrario porque la ley no lo prohibe. Pero, hay dificultad para saber en que debe consistir la prueba en contrario. Según unos, sería necesario probar directamente el hecho extraño que ha causado el daño, es decir: sea la imprudencia de la víctima, sea el caso fortuito ó la fuerza mayor. Según otros bastaría que aquel que ha conservado la cosa en su poder demostrara que no ha cometido ninguna culpa, de donde resultaría por vía de inducción indirectamente que el accidente se debe sea á un caso fortuito sea á una culpa de la víctima. Tal es el sistema que se designa á menudo con el nombre de *inversión de la prueba.*» [1]

Y, es este sistema, el que ha seguido nuestro Código Civil en forma expresa, que excluye toda duda en su artículo 1298. Se responde del daño causado por los casos de que *uno se sirve ó están á su cuidado.* Pero esta responsabilidad « cesa cuando la persona responsable pruebe que empleó toda la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño » [2].

Hemos visto en el capítulo anterior cuales son los elementos de esta responsabilidad por el daño causado por las cosas de que uno se sirve ó que están á su cuidado.

---

(1) Baudry Lacantinerie, 4, úm. 2971.
(2) Código Civil, art. 1298, inc. final.

Son los mismos elementos indispensables para que proceda una acción de responsabilidad fundada en los principios generales de la culpa, — y un elemento nuevo que introduce la ley en este caso especial: la inversión de la prueba ó si se prefiere la presunción legal simple del elemento subjetivo, de la presunción de culpa.

Para que proceda una acción de responsabilidad fun dada en un daño cometido por los casos es necesario:

1.º La violación de un derecho ajeno [1].

2.º El perjuicio [2].

3.º La culpa de la persona que se sirve de una cosa, — ó que la tiene á su cuidado [3].

4.º Nexo causal entre el *hecho* de la cosa y el daño [4].

5.º Presunción simple de culpa de la persona que se sirve de la cosa ó que la tiene á su cuidado, — presunción que puede ser destruida por pruebas en contrario [5].

La reunión de todos estos elementos es indispensable para que pueda prosperar una acción de responsabilidad fundados en el daño causado por las cosas. No insistiremos sobre los elementos, violación del derecho ajeno, — perjuicio sufrido y nexo causal, — porque los principios aplicables son los mismos que hemos estudiado al ocuparnos de la culpa por el hecho propio en general.

Nos interesa ahora estudiar el tercer elemento, es decir, la culpa de la persona que tiene á su cuidado una cosa ó que se sirve de ella.

Respecto del tercer elemento debemos empezar por señalar una circunstancia muy importante. Nuestra ley declara responsables á las personas que tienen á su cuidado una cosa, — ó que se sirven de ella, — sin atender á que sean ó no propietarios.

La responsabilidad que impone la ley, — no es una con-

---

(1) Vean capitulo X.
(2) Vean capítulo X.
(3) Vean capítulo X.
(4) Vean capítulo X.
(5) Cídigo cit., art. 15.

secuencia de la propiedad, — no es un « riesgo » — es una consecuencia del cuidado, — de la vigilancia, de la diligencia con que se deben usar, guardar y disfrutar las cosas que pueden causar algún daño á los demás. El criterio legal es, en principio, — el mismo que informa toda la doctrina de la culpa extra contractual: todo hombre tiene el deber de ser diligente, — á fin de no causar perjuicio á los demás. Y tan responsable puede ser el propietario de una cosa que olvida de su cuidado, como el arrendatario, — ó depositario de la misma que procede con idéntica negligencia. Por eso la ley emplea expresiones que comprenden á los que no son propietarios, pero que deben ser responsables por haber sido omisos y negligentes en sus deberes de cuidado y vigilancia.

La expresión legal comprende, — á los que se sirven de una cosa — y á los que la tienen á su cuidado. El Código Francés ha establecido simplemente que se responde del daño causado por las cosas que uno tiene bajo su guarda. (1) Nuestro Código ha dicho que debe repararse el perjuicio causado por las cosas de que *uno se sirve* ó *están á su cuidado.* Las palabras de nuestro Código son más amplias, — y comprenden indiscutiblemente casos á que no alcanzan los términos del Código Francés. Una persona, un patrón, puede servirse de una cosa, — pero, — no tenerla bajo *su guarda;* una caldera confiada á la custodia de un dependiente puede estallar. De acuerdo con el Código Francés sería solamente responsable del hecho la persona que tenía la cosa bajo su guarda; según la disposición de nuestra ley responde tanto la persona que lo tenía bajo su guarda ó cuidado, — como la persona que se *servía de ella.*

No hay que olvidar tampoco que para que proceda la responsabilidad de acuerdo con estas disposiciones, — y como consecuencia de un daño causado por las cosas, — el daño debe ser efecto de un defecto, de un vicio, de

(1) Código Francés, artícuto 1384.

un deterioro, — de una circunstancia que emana directamente de la cosa, y no del uso más ó menos diligente que hayan podido hacer las personas.

« Es necesario distinguir dice á este propósito Sourdat las cosas que pueden ser peligrosas por si mismas, es decir, sin la intervención de un hecho actual del hombre como una caldera á vapor que estalla, ciertas materias que hacen explosión apesar de todas las precauciones, un automóvil cuyo freno cese de funcionar ó accidentes cuya causa no puede amenudo ser prevista y queda muchas veces desconocida; es necesario distinguir esos instrumentos peligrosos por si mismos de aquellos que sólo lo son por la acción de aquel que se sirve de ellos sin que se pueda aislar á lo menos muy ordinariamente el hecho de la cosa y el hecho del hombre- En tales casos es al hombre y no á la cosa que el proceso debe ser iniciado de acuerdo con el artículo 1382 (1293 de nuestro Código). » (1)

Un hecho puede ser efecto de dos causas: de un vicio de la cosa y de una imprudencia de una persona. ¿Cual debe ser la solución? Habrá que aplicar las disposiciones relativas á la culpa común que hemos expuesto en lecciones anteriores (2). La jurisprudencia francesa presenta un caso reciente: una explosión de gas, puede ser efecto de dos causas sucesivas sin las cuales el accidente no se habrá producido: la imprudencia del empleado del gas que ha encendido un fósforo para investigar un escape de gas, — la acumulación de gas que se habrá producido en la parte superior de un cuarto por consecuencia de un agujero existente en la cañería, — la cual formaba parte de los aparatos arrendados por la compañía del gas y puesto bajo la guarda y vigilancia del locatario después que una prolija revisación demostró su buen estado, — es necesario reconocer que si la compañía del

(1) Sourdat, número 1484.
(2) Véase capítulo.

gas es plenamente responsable del hecho imprudente de su empleado, — no es lo mismo respecto de la segunda causa del accidente, — y corresponde al locatario una parte de responsabilidad por los deteriores de la canalización del gas que le había sido arrendada — y cuya guarda tenía dicho locatario » [1].

Nuestro Código Civil ha determinado cual es la prueba que debe producir el que tiene una cosa á su cuidado, — ó se sirve de ella, — para destruir la presunción de culpa que la ley hace pesar sobre dicha persona. Debe probar para librarse de toda responsabilidad que empleó toda la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño. Y esta prueba puede hacerse de dos maneras: directamente, probando que en la adquisición, preparación y conservación y cuidado de la cosa se empleó la diligencia de un buen padre de familia, — prueba difícil y complicada; ó, indirectamente, demostrando que el daño ha sido efecto de otras causas, de una culpa de la víctima ó de un caso fortuito ó de fuerza mayor.

De cualquier modo, el sistema de la inversión de la prueba ha colocado al que se sirve de una cosa, ó cuida de ella en una situación difícil desde el punto de vista probatorio. Tendrá que demostrar haber empleado la diligencia de un buen padre de familia para prevenir el daño. Y esta prueba es, como fácilmente se comprende, una prueba difícil.

---

(1) Pandectes françaises núm. 1547.

CAPÍTULO XXVI

LAS PRESUNCIONES DE CULPA. — EL DAÑO CAUSADO POR LOS ANIMALES

El Código Francés establece en su artículo 1385 que «el propietario de un animal ó el que se sirve del mismo, mientras que lo usa, es responsable del daño que el animal ha causado, sea que el animal se encuentre bajo su guarda, sea que se haya escapado ó alzado».

Nuestro Código ha dedicado dos artículos á determinar la responsabilidad que emana del daño causado por los animales,—y, distingue los animales domésticos, de los animales que denomina feroces. El artículo 1302 dice que el dueño de un animal es responsable del daño que éste cause aún después que se haya soltado ó extraviado, salvo que la soltura, extravío ó daño no pueda imputarse á culpa del dueño ó de sus dependientes encargados de la guarda ó servicio del animal. Lo que se dispone respecto del dueño es aplicable á toda persona que se sirva de un animal ajeno; salva su acción contra el dueño, si el daño provino de un vicio del animal que aquel debía conocer ó prevenir y de que no le dió conocimiento. Y el artículo 1303, dice que el dueño de un animal feroz de que no se reporta utilidad para la guarda ó servicio de un predio, será siempre imputable al que lo tenga, aunque no le hubiera sido posible evitar el daño y aunque el animal se hubiera soltado sin culpa de los que lo guardaban».

Dentro del Código Francés, se ha discutido si la presunción de culpa que pesa sobre el dueño del animal ó sobre quien se sirve del mismo, puede ser destruída por prueba en contrario. Marcadé ha sostenido que «el propietario ofrecería en vano probar que ha hecho todo lo que era posible para impedir el mal; porque de dos cosas una: ó no ha tomado todas las precauciones que la pru-

dencia ordenaba y entonces, ha incurrido en culpa, ó se trata de un animal de tal modo peligroso que todas las precauciones imaginables para impedir que causara daño son ineficaces y entonces incurre en culpa por el solo hecho de conservarlo».

Laurent, — dice, con razón, que los dilemas son excelentes en el dominio de la teoría, pero que los matices infinitos de la vida escapan á ellos, — y que no puede sentarse de un modo absoluto que siempre hay culpa de parte del propietario del animal. La doctrina de Laurent, — que es tan partidario de las conclusiones á golpe de tambor que en este caso critica justamente en Marcadé, — ha predominado, — y la juridisprudencia francesa entiende que la presunción que pesa en contra de las personas que tienen ó se sirven de animales es una presunción simple [1].

Nuestro Código al parecer inspirándose en los mismos motivos que indujeron á Marcadé á formular su dilema,— distingue los animales feroces de los que no lo son. Y respecto del daño causado por los primeros, establece una presunción absoluta de culpa en contra de las personas que los poseen. Nadie tiene el derecho de tener un animal peligroso, —y que constituye una amenaza y un peligro permanente para los demás, y el solo hecho de tenerlo constituye una imprudencia. Es, por consiguiente, justo que pese en contra suyo una presunción absoluta de culpa. En cambio respecto del daño causado por animales no feroces, — sería injusto apartarse del sistema seguido respecto de los daños causados por las cosas en general. Y nuestro código ha establecido para este caso una presunción simple que admite prueba en contrario.

Es necesario tener presente que la disposición del artículo 1302, — es decir, — la presunción de culpa del dueño, ó del que se sirve de animales no feroces, es aplicable solamente cuando el animal obra espontáneamente; si el

(1) Planiol, 2.º, núm. 920; Baudry Lacantinerie, 4.º, 2946.

animal estuviera sometido á alguna dirección la responsabilidad del daño sería de cargo de la persona que se sirve de él. Así, si un animal se desboca por acto espontáneo de su parte, hay una presunción de culpa en contra de su dueño ó del que se sirve de él, — presunción que admite prueba en contrario. Pero si ese animal se desboca por imprudencia ó impericia de su conductor, entonces la responsabilidad se regirá de acuerdo con los principios generales de la culpa.

Del daño causado por los animales responde el propietario, y en general, todo el que se sirva de ellos. Pero, el que se sirve de un animal ajeno, tiene acción contra el dueño si el daño fué causado por un vicio del animal que el propietario conocía, — debía conocer ó debía prevenir, — y de cuyo vicio no dió conocimiento á la persona que se servía del animal.

Pero, el dueño no está sujeto solamente á la acción de responsabilidad por el daño que causan sus animales. En ciertos casos la ley ha autorizado contra los avances de los animales el empleo de la fuerza, unas veces, como en los casos de legítima defensa, — á título de ejecutar un derecho, — y otras veces como el medio eficaz de evitar que se repitan los perjuicios. Del caso de legítima defensa, — ya nos hemos ocupado [1]; — y de los casos de empleo de la fuerza para evitar que se repitan los hechos perjudicales se ocupa el Código Rural en varias de sus disposiciones.

El Código Rural dice en su artículo 331 que hallándose por primera vez en terreno ajeno cerdos que causaren daño, se pide la indemnización por el Juez de Paz ó Teniente Alcalde. Y el artículo 333 del mismo Código dice que repitiéndose por segunda vez el daño, sea cual sea su importancia y el número de los cerdos, éstos podrán ser muertos por el damnificado, debiendo avisarlo á la autoridad judicial ó policial más inmediato.

(1) Véase capítulo XIV.

El mismo Código en su artículo 334 dice que: «quien halle palomas en su terreno durante la época de las siembras, tendrá el derecho de tirarles, respondiendo de todo mal ó daño que un tiro cause á las personas ó cosas ajenas».

Y, finalmente, el mismo Código autoriza á matar ó herir las aves (gallinas, pavos, patos, etc.) que pasen por segunda vez á causar perjuicios á terrenos ajenos después de haberse obtenido, ante el Juez de Paz ó Teniente Alcalde, una indemnización por la primera invasión. Pero, si se pueden matar estas aves no se pueden comer, ni apropiar. Deben entregarse muertas ó heridas á su dueño [1].

También existe en el Código Rural una disposición relativa á los daños causados por los perros en las estancias ó chacras que deben ser indemnizados por sus dueños. El Código Rural establece una presunción absoluta, pues dice, que el pago de la indemnización se hará previa la justificación del hecho por la autoridad más inmediata [2].

Nuestro Código ha establecido una presunción absoluta que no admite prueba en contrario respeto de los animales feroces. Aunque el animal feroz se escape sin culpa de los que lo guardaban, — y aunque hubiera sido imposible evitar el daño, — el dueño responde del perjuicio causado.

La ley no ha dado una definición general de los animales feroces, — se ha referido á los animales feroces de los que no se reporta utilidad para la guarda ó servicio de un predio. El Código Civil en su artículo 684 dice que se llaman animales fieras ó salvajes lo que viven naturalmente libres é independientes del hombre, ya sean terrestres, acuáticos ó volátiles.

No puede haber duda que el Código al hablar de ani-

(1) **Código Rural, artículo 340.**
(2) **Artículo 762.**

males feroces no ha podido referirse á los animales fieros, en general, tal como los define el artículo 684 del Código Civil. En efecto de acuerdo con este artículo una liebre es un animal fiero, — y un tigre encerrado en una jaula no es un animal fiero, — porque no vive naturalmente libre é independiente del hombre. Y no hay duda de que la liebre no es ni puede ser un animal feroz de acuerdo con el artículo 1303 del Código Civil, porque no pertenece á ninguna persona, (puede ser adquirido por ocupación) y porque nadie lo tiene bajo su cuidado; y es evidente que un tigre encerrado en una jaula es un animal feroz.

Dentro de los términos del artículo 1303 debe entenderse por animal feroz aquel que siendo por sus instintos peligroso para el hombre,— es conservado por alguien sin que su conservación represente utilidad para la guarda ó servicio de un predio. Un perro no puede ser un animal feroz;— un toro tampoco puede serlo. Pero, — lo es un león,—una víbora, y en general todo animal que siendo peligroso no sea útil para el servicio, ó cuidado de un establecimiento.

Las abejas no serían animales feroces, — y si causaran algún daño en el predio vecino, — la responsabilidad de su dueño se regirá por el artículo 1302 del Código Civil, ó si se quiere por los principios generales de los artículos 1293 y 1298.

La presunción de culpa del artículo 1302 del Código Civil admite prueba en contrario. Los autores franceses no están de acuerdo sobre la forma en que debe producirse esta prueba tendiente á disculpar la responsabilidad.

Según algunos basta que el propietario ó el que se sirve del animal prueben que no ha sido posible impedir el daño, y que no han incurrido en culpa, para que queden exonerados de responsabilidad [1]. Otros sostienen

(1) Planiol, p. 920.

que la única prueba que puede exonerar de responsabilidad al propietario del animal ó al que se sirve del mismo, es la prueba del caso fortuito, de la fuerza mayor ó de la culpa de la víctima (1).

Planiol, dice, que exijir la prueba rigurosa de la existencia de una causa no imputable al propietario del animal es interpretar la ley con poca exactitud. Y nuestro Código Civil en su artículo 1302 admite que el dueño pruebe que la soltura, extravío ó daño no pueden imputarse ni á culpa suya, ni á culpa de sus dependientes encargados de la guarda ó servicio del animal. Y claro está, que dentro de nuestra ley podría producirse la prueba del caso fortuito ó culpa de la víctima excluyentes de la culpa del dueño del animal. Pero, el Código ha reunido lógicamente los principios qne inspiran sus disposiciones al admitir sin limitación las pruebas de descargo de la responsabilidad.

Se discute entre los autores franceses si la presunción de culpa del artículo 1302, —subsiste cuando la víctima del animal es el sirviente ó el dependiente de su propietario, — que se lo ha comprado para que el dependiente lo cuide ó se sirva de él. Según algunos el artículo 1302 no podrá aplicarse á aquellos que por su profesión están encargados de la custodia del animal. Según otros el artículo 1302 ha establecido una presunción de culpa, que puede ser invocada no solamente por los terceros sino también por la persona á quien el propietario ha encargado conducir ó cuidar el animal. Los términos generales de la ley impiden distinguir entre los dependientes y los terceros. Y esta opinión es la más acertada.

Puede suceder que el dueño no se sirva directamente del animal, que haya arrendado en servicio, En este caso el presunto responsable será el que se sirve del animal. Pero, nuestra ley autoriza en su favor dos medios de descargo: el primero la general, la falta de culpa de su

(1) Aubry y Rau, 771; Hemolombe, 654.

parte; el segundo, el recurso contra el propietario cuando el daño provino de un vicio del animal que era conocido de su dueño, ó que debía ser conocido y previsto por éste [1].

---

1) Código Civil, artículo 1302, inciso 2.º

CAPÍTULO XXVII

RESPONSABILIDAD POR EL DAÑO QUE OCASIONA LA RUINA DE UN EDIFICIO

En cuanto al daño causado por la ruina de un edificio el Código Civil establece que su dueño es respousable de los perjuicios que cause su cosa, ocasionados por haber omitido las necesarias reparaciones ó por haber faltado de otra manera al cuidado de un buen padre de familia. Nuestro Código, al establecer este principio, se ha separado del Código Francés. El Código Francés establece que el dueño de un edificio es responsable de la ruina causada por haber omitido las reparaciones ó por haber faltado á la diligencia de un buen padre de familia, pero agrega que responde también del daño causado « por vicios de construcción del edificio ». Nuestro Código con razón ha separado los dos casos; el vicio de construcción de un edificio debe regirse por otro principio. No puede culparse al propietario del vicio de construcción de un edificio, cuando este edificio no ha sido construido por el propietario sino que ha sido construido por un arquitecto. En este caso de ruina de un edificio por vicio de construcción, quien responde y quien tiene toda la responsabilidad es el arquitecto; de otra manera, se obligaría á responder al propietario por un hecho ajeno, en el que no tiene intervención ni responsabilidad.

De suerte, que en esta materia, nuestro Código, teniendo en cuenta las críticas hechas á la legislación francesa, se ha separado una vez más del Código Francés y del Código Italiano y ha establecido que el dueño responde del daño causado por omitir las reparaciones necesarias ó por haber faltado á la diligencia de un buen padre de familia; pero, agrega que si es por vicio de construcción, el tercero damnificado sólo puede reclamar contra el ar-

quitecto que edificó la casa, con arreglo á lo dispuesto en tal parte, es decir, con arreglo á lo dispuesto en el capítulo relativo á arrendamiento de obras.

Llama la atención que mientras la disposición general sobre el daño causado por las cosas y la especial relativa al daño causado por los animales no feroces, comprenden tanto al propietario como á toda persona que se sirva de la cosa; en lo relativo á la ruina de los edificios se establece únicamente la responsabilidad del propietario, dentro del sistema del Código Francés, y la responsabilidad del propietario y del arquitecto, dentro de nuestro Código. Chironi hace notar que las objeciones sobre este particular no faltan. «Puede muy bien decirse que si la razón de la ley es la misma ya encontrada para justificar la responsabilidad del daño causado por los animales, no se entiende porque no se ha extendido á quien «se sirva» del edificio, restringiéndola al propietario; el argumento parecería avalorado por la locución que la ley emplea al designar en general los casos de responsabilidad por daño causado á otros.... ó por cosas que se tienen en custodia», pudiéndose de aquí argumentar la corrección al aplicar el criterio descrito al usufructuario ú arrendatario.

« Las objeciones valen, pero la ley tiene también su motivo que sirve para aclararlas y rechazarlas. Ante todo, restringida como está la responsabilidad á los dos casos de falta de reparación y de vicio de construcción, se debe argumentar justamente la responsabilidad del usufructuario y arrendatario, por tener uno de ellos, por la naturaleza de su crédito, derecho á que el arrendador le entregue la cosa en buen estado de reparación de toda especie y, salvo las reparaciones de alquiler, debiéndola entregar en tal estado que pueda rendir el disfrute pactado; y estando el otro obligado á las reparaciones ordinarias y también á las extraordinarias, si no se hubiesen ejecutado. Verdad que la dificultad continúa aún con relación al usufructuario. ¿Qué decir, en efecto, si se hubie-

ra pactado de otra manera que la establecida por la ley supletoriamente, y las reparaciones todas, sin distinción de tiempo ni calidad se impusieran al arrendatario y éste no las ejecutase? ¿Si, no habiendo practicado el usufructuario las reparaciones ordinarias, se viera obligado á realizar reparaciones extraordinarias y no lo hiciese?

« Por otra parte, ¿cómo admitir aquí el principio del «servicio» para declarar la responsabilidad que grava sobre el propietario, si la cosa rinde por entero ese servicio al usufructuario? Pero, de estas observaciones la primera cede cuando se piense que las obligaciones descritas forman las relaciones internas entre arrendador y arrendatario, entre usufructuario y nudo propietario, y que así el arrendador como el propietario, una vez efectuado el resarcimiento del daño causado por la ruina, podrán cobrar por vía de repetición del arrendatario y el usufructuario obligados á reparar; la segunda se explica también si se considera bien la CAUSA de esta responsabilidad especial, que evidentemente limita el criterio del SERVICIO. Tan es así, que si la responsabilidad se da por motivo de los casos de vicios notados, su existencia no puede referirse más que al propietario; cierto que si el arrendatario y el usufructuario estuvieran obligados directamente, tendría también (fuera de las reparaciones) la acción de repetición contra el propietario; era, por tanto, inútil establecer primero un giro de acciones dilatorias dispendioso [2]. Si ahora se preguntase por qué motivo no se pensó y no se hizo otro tanto también al ordenar la responsabilidad por el daño causado por los animales, pudiendo también suceder que el daño se derivara de «vicio» que el propietario conocía ó debía conocer y por tanto declarar á quien, ó con razon real ó personal, había obtenido su uso, es fácil responder (confirmando la teoría) que la condición de las cosas es tan excepcional, que queda bastante garantido con la acción de repetición quien tiene el uso del animal,

por lo cual está obligado por el daño que causa, debiendo también observarse que, respecto á los terceros, en cuyo favor se establece esta «garantía», tiene el USO efectivo del animal, quien ÚNICAMENTE tiene su gobierno directo.

«Por el contrario, en la *responsabilidad* por el daño causado por el edificio al arruinarse, la posición excepcional advertida en el caso de daño causado por los animales, y que hace responsable al propietario frente á quien los tenía en servicio, es verdaderamente la regla, por presumir la ley que no ha podido acaecer el daño sino por las dos causas que considera, las cuales, excediendo de lo que está bajo el gobierno de quien tiene el disfrute, concierne exclusivamente al propietario y á quien se le pueda igualar jurídicamente.

«Por ello no es suficiente la acción de repetición, la cual en cambio es bastante en los casos que tendrán aquí carácter de excepcionales, á saber: el daño deribado de culpa del arrendatario ó del usufructuario, ó del incumplimiento del pacto que les impusiera la obligación de reparar; el propietario tendría entonces la obligación de derecho al reembolso de lo que pagó por resarcimiento.

«Se puede también objetar (y sería este el argumento más fuerte) que acogiéndose á tal explicación, la responsabilidad del propietario se fundaría sobre la culpa, deribándose de no haber ejecutado las reparaciones necesarias para evitar que el edificio causara daño al arruinarse. Pero, la dificultad no tiene consistencia; *a)* por estar á cargo del propietaria el vicio de construcción, en lo cual puede muy bien no ser culpable; *b)* porque los dos casos establecidos por la ley determinan en sustancia que motivos de liberación puede aducir el propietario, á saber: el caso fortuito y la culpa del damnificado; *c)* porque establecida la culpa del propietario en su negligencia de vigilar y reparar, no se entendería por que la ley le ha negado el derecho de demostrar que no le fué imposible impedir el daño.

«No debe olvidarse, cuando esta razón de la ley se considere especialmente respecto al derecho francés, el cambio habido respecto del derecho anterior á la codificación, que consentía la acción contra el propietario, á fin de obligarle á ejecutar las reparacianes necesarias del edificio.

«En conclusión aún en este caso, el (servicio) dado por la cosa parece el verdadero y único fundamento de la responsabilidad por los daños de la ruina que el edificio ocasione, como eficazmente se ha demostrado respecto al precepto legislativo del hecho de la prueba denegada en contrario que, dada la razón de la *culpa*, se hubiera dedido admitir. Pero no basta que sea tal el precepto de la ley; el concepto en que se informa es justo, no sólo porque esté en ella encerrado como regla, sino por su virtud propia; si el «vitium» está en la cosa, debe estar á entero riesgo de quien ella se sirva, debiendo garantizar á terceros todo el daño que cause. Así que no es culpa ni presunción de culpa; *i)* la razón de la obligación no es la responsabilidad verdadera el título que la obligación tiene, sino *garantía* que la ley impone *en los dos únicos hechos idóneos para determinarla,* como son los que encierran el *vicio* que el efecto está en la *naturaleza* misma del edificio, en su ser material. Por esto, la garantía contra un defecto no es natural. En el objeto está impuesta al *derecho* sobre el objeto mismo, y, por tanto, al *propietario,* que es su titular; la idea del *servicio* está restringida de este modo, á diferencia de lo que acontece respecto á la *responsabilidad* establecida por los daños causados por los animales, cuya acción supeditada de manera directa y única á quien se vale de ellos por el uso que de los animales obtiene. Cuya consideración no se explica respecto al disfrute del edificio, de donde la responsabilidad «que por las dos causas previstas por la ley (y por la razón de la *garantía* no se puede extender á otras) grava exclusivamente al propietario, si otras personas se le pueden equiparar, se dirá á continuación;

entiéndase que estó no impide obrar contra el usufructuario si con arreglo á las reglas generales, existe y se prueba el concurso de injurias imputable á los mismos en el hecho de la ruina» [1].

El artículo 130, del Código Civil, dice que el propietario hará responsable de la ruina de su un edificio producida por haber imitido las necesasias reparaciones ó por haber faltado de otro modo á la diligencia de un buen padre de familia. Un propietario que ordena excavaciones en las proximidades del edificio, — un propietario que hace ejecutar trabajos peligrosos para la estabilidad del mismo, falta á los deberes de diligencia propios de un buen padre de famila,—y por consiguiente, está obligado á indemnizar los perjuicios que cause su culpable conducta.

Conviene hacer notar muy especialmente que mientras la ley presume la culpa respecto del daño causado por las cosas de que uno se sirve ó están á su cuidado, — y respecto del daño causado por los animales no salvajes,— no la presume en el artículo 1301.

El que inicie una acción de responsabilidad contra un propietario, debe fundarse en que ha omitido en la conservación ó de cualquier otro modo de diligencia exigible á un buen padre de familia, *y debe probar* que efectivamente el propietario ha reunido en la misma que se le imputa. No se ve la razón aceptable que ha podido tener el legislador para apartarse del sistema de la inversión de la prueba, seguido para los casos de daños causados por las cosas en general; pero, hoy es claro y se remite respecto de esta responsabilidad á los principios generales [2].

En el derecho romano el propietario contiguo á un edificio que amenazaba ruína, tenía el derecho de exigir al dueño de éste una caución por el daño eventual (*actio*

(1) Chironi, traducción indicada, págs. 382 y 383.
(2) Código Civil, artículo 1273.

danini inofecti) que podría causar la caída; Zacharie afirma, ó mejor dicho,—afirman sus traductores y anotadores,—Massé y Vergé, que la caución *damni infecti, no existe en el derecho francés.* Es mejor prevenir los males que repararlos después de producidos,—se ha dicho critecando al Código Francés,—á lo que Laurent contesta, que las medidas presentadas no son del dominio de los tribunales y que son del resorte de la policía. Si un vecino teme que un edificio se derrumbe, debe dirigirse á la administracción local: esta puede ordenar la reparación ó la demolición de los edificios que amenazan ruina.—Es verdad, agrega Laurent, suponiendo una objeción, que los particulares no tienen ningún medio para forzar á la administración á proceder. Pero, en el silencio de la ley, ellos no podrán exigir al juez que ordene medidas productivas [1].

Con estas palabras se señala y se lamenta un vacío de la ley, vacío que muestra legislación ha llenado con sus artículos 595 del Código Civil, y 1201 y siguientes del Código de Procedimiento Civil.

El primero de los artículos citados no es, propiamente hablando, el reconocimiento de una servidumbre legal[2], pero es la expresión del principio de justicia que prohibe causar daño á otro, y como la amenaza de un daño,—es un daño en si misma,—es justo y es equitativo que la ley tutele los derechos que se encuentren en peligro. El artículo 695 del Código Civil del que, «si un edificio ó pared amenaza ruina, podrá el propietario ser obligado á su demolición ó á ejecutar las obras necesarias para evitar que se arruine. Si no cumpliera el propietario, la autoridad podrá hacerlo demoler á costa de aquél. Lo mismo ocurrirá cuando algún árbol corpulento amenazase caerse». El Código de P. Civil ha destinado un capítulo á legislar sobre la denuncia de obra vieja ó ruinosa (artículos 1201 y siguientes).

(1) Laurent, 2.º, núm. 646.
(2) Guillot, comentario al Código Civil, tomo 3.º, pág. 375 y otras.

No nos corresponde estudiar estas materias que corresponden á otros cursos; — como tampoco debemos entrar á estudiar las responsabilidades de los arquitectos, materia esta última del programa de 4.º año de Derecho Civil [1].

---

(1) Veáse Guillot, tomo 3.º, pág. 359; Vázquez Acevedo, «Concordancia y anotación del Código de P. Civil», pág. 313.

CAPÍTULO XXVIII

DE LA REPARACIÓN DE LOS DAÑOS Y PERJUICIOS

El artículo 1297 del Código Civil establece que «el daño comprende no sólo el mal directamente causado sino también la privación de ganancia que fuere consecuencia inmedia del hecho ilícito».

El principio establecido por la ley es amplio, y es claro: el perjuicio debe ser integramente indemnizado [1].

Además, del artículo 1297 que establece el principio de reparación de los daños y perjuicios, nuestro Código en el artículo 1305 ha establecido á quienes alcanza solidariamente ó individualmente la responsabilidad por las causas estudiadas.

Nuestro Código, completando también en esta parte al Código Francés, ha establecido en el artículo 1297 que el daño comprende no sólo el mal directamente causado, sino también la privación de la ganancia que fuere consecuencia inmediata del hecho ilícito. De suerte, que en materia de delitos y de cuasi delitos se responde, para emplear los términos del Derecho Romano, del *damnum emergens* y del *lucrum cessans,* se responde, en una palabra, del perjuicio sufrido y del lucro cesante; pero *es necesario que este lucro sea consecuencia inmediata del hecho ilícito.*

Nuevamente tenemos que señalar la diferencia que existe entre la disposición del artículo 1297, relativa á la responsabilidad delictual, de la disposición de los artículos 1319 y 1320, que se refieren á la responsabilidad en los casos de culpa contratual; y al señalar esta diferencia de nuestra legislación, señalaremos también la diferencia que existe entre las disposiciones de nuestra ley y las disposiciones de la ley francesa y la ley italiana; sobre todo, en la primera que, como ustedes saben, ha

(1) Salvo los casos de culpa común, etc,

servido, sino de modelo, por lo menos de guía á todos ó casi todos los Códigos contemporáneos.

En materia de culpa contractual se responde también según los artículos 1319 y 1320, no sólo de los daños sufridos, de la pérdida que se ha sufrido — para emplear la terminología de la ley — sino también del lucro de que ha sido privado; pero esta disposición, que obliga á reparar en los casos de culpa contractual, no sólo el perjuicio sufrido, sino también el lucro cesante, encuentra en esta materia una restricción establecida en el artículo 1320 de nuestra ley, y esa restricción consiste en lo siguiente: « El deudor no responde sino de los daños y perjuicios que se han previsto ó podido prever al tiempo del contrato, cuando no ha provenido de dolo suyo la falta de cumplimiento de la obligación ». De suerte, que existiendo pura y simplemente culpa, no intención de falta, no intención dolosa, se responde únicamente de los daños y perjuicios que se han previsto ó que se han podido prever en el momento de la celebración del contrato. Esta es la disposición que rige en materia de culpa contractual, es decir, en los casos en que se exige á una parte el resarcimiento de los daños y perjuicios, por haber faltado al cumplimiento de una de las cláusulas de un contrato ó de todo el contrato.

Nos hemos referido al caso de dolo, y aún en este caso, dice la ley que si los daños y perjuicios no están fijados por la misma ley ó por una convención, « no deben comprender respecto de la pérdída sufrida por el acreedor y el lucro de que se le ha privado, sino lo que ha sido consecuencia inmediata y directa de la falta de cumplimiento ».

De suerte que en el caso de dolo, en el caso en que se falta con intención dolosa al cumplimiento de una obligación que tiene un carácter contractual, se responde de los daños no previstos ó que se pudieron prever en el momento del contrato, sino que se responde de cualquier daño, aún de los no previstos, con tal de que esos

daños sean consecuencia directa é inmediata de la falta de cumplimiento del contrato, y con tal que sean daños efectivos y no simples temores ó amenazas de que se produzcan.

Bien: esta disposición establecida en materia de culpa contractual únicamente para los casos de dolo, es la disposición que rige, como regla general, en materia delictual. Tanto mediando intención dolosa, como mediando pura y simplemente culpa, imprudencia ó negligencia, se responde no sólo del mal directamente causado, sino de la privación de ganancia que ha sido consecuencia inmediata de ese mal; poco importa que esas consecuencias pudieran preverse, ó que fueran previstas ó que no fueran previstas: esto, en materia de culpa extracontractual, no tiene absolutamente ninguna importancia; — la ley ha establecido expresamente un criterio distinto del criterio establecido para la culpa contractual.

En el caso de culpa contractual se aplica mayor rigor cuando media dolo; pues bien: esta disposición de más rigor, en materia de culpa contractual, es la regla general en materia de responsablilidad por delitos y cuasi delitos.

Esta disposición de nuestro Código — me refiero á la disposición del capítulo sobre delitos y cuasi delitos, no á las disposiciones sobre culpa contractual ó sobre daños y perjuicios que provienen de la falta de cumplimiento de una obligación, porque estas disposiciones son exactamente las mismas disposiciones del Código Francés, — esta disposición, digo, que rige las consecuencias de la respon sabilidad extracontratual, ha sido incorporada por nuestro legislador al Código, siguiendo la jurisprudencia francesa que quedó definitivamente establecida en una sentencia de la Corte de Casación del año 1826. La Corte de Casación en esa sentencia, á pesar de no existir en el Código Francés, en el capítulo de los delitos y cuasi delitos, una disposición que excluyera para los casos de imprudencia ó de negligencia el criterio de la previsión ó no previsión de los peligros posibles, resolvió que la disposición sobre

daños y perjuicios proveniente de la falta de cumplimiento de obligaciones que tienen su origen en un contrato, no era aplicable á los casos de delitos y cuasi delitos, en las cuales la reparación debía ser más amplia que en los casos de falta de cumplimiento de una obligación de origen convencional.

Claro está, que esta tendencia de la jurisprudencia francesa, aceptada unánimamente, puede decirse, por la doctrina, fué conocida por nuestro legislador, y en ella encuentra su origen la disposición del artículo 1297 que, como digo, no es nada más que la consagración por la ley de un principio aceptado por la doctrina y la jurisprudencia.

Conviene tener muy presente que la ley solo autoriza la reparación del daño causado y de la privación de ganancia que fuese *consecuencia directa* del hecho ilícito. Aquellos perjuicios inciertos, éventuales, — solamente probables ó verosímiles, — no entran en los términos del texto legal. Como dicen muy bien Baudry Lacantinerie Barde, una acción de daños y perjuicios no puede justificarse invocando la existencia de un simple peligro [1].

Si el hecho ilícito dice Chironi, con forma de delito ó cuasi delito engendra la responsabilidad que induce al resarcimiento, este requiere después, como término *el daño.* Y por daño se entiende la «disminución del patrimonio», que debe ser reintegrado por medio del resarcimiento.

«Por la relación que existe entre los términos del delito ó cuasi delito, dice Chironi, responsabilidad y resarcimiento, es clara la relación de efecto á causa, de donde el último término se une á los dos primeros; se dirá, por tanto, resarcible sólo, el daño que directa, inmediatamente, se deriva de la lesión respecto á que se declara la responsabilidad. Cuyo concepto, ya discutido al exponer los efectos de la culpa contractual, según el cual se debe entender como «daño resarcible» sólo el que es consecuencia «di-

(1) Baudry Lacantinerie-Barde, 4.°, núm. 2895.

recta é inmediata» del incumplimiento de la obligación, se debe también aplicar á la culpa no contractual, muchos dan la razón de esto observando que se debe por «analogía» aprobar su *extención* á la relación del que se trata. No parece este razonamiento bueno, porque las normas sobre la culpa contractual no se pueden aplicar sin más á la aquiliana, en la que no entra el «cumplimiento de una obligación preexistente».

«También, sin recurrir á interpretaciones extensivas no posibles, ó al menos no sostenibles fácilmente, es fácil demostrar que el principio contenido en la disposición sobre la culpa contractual se mantiene por la ley también en materia de delito ó cuasi delito.

«Está ante todo el razonamiento que se ha hecho; la responsabilidad, consecuencia directa de la injuria, significa obligación de resarcir el daño de la misma derivado, por donde en el resarcimiento se contiene toda disminución de patrimonio que en la injuria tenga su directa y verdadera causa; después está el concepto fundamental de la injuria y de la responsabilidad, en que se unifican como en única razón de existir las dos formas de la culpa contractual y de la extracontractual. El hecho ilícito es este origen común; es el hecho jurídico que determina la responsabilidad, y por ella el resarcimiento del daño; las circunstancias de la «obligación preexistente» y «fuera de una obligación preexistente» darán varios modos de ser á la «ilicitud», pero ésta, en su esencia, contiene siempre los elementos de *injuria* y de *responsabilidad*. Y, la relación entre ellos permanece siempre inalterable, como permanece la necesaria de causalidad que une al primero (injuria) la extención del segundo; ambos componen la noción única del hecho ilícito, en sus caracteres fundamentales y en sus consecuencias. A tal razonamiento, añaden valor los resultados obtenidos por los precedentes históricos de la ley.

«Para noción de los cuales es necesario recordar la doctrina ya expuesta sobre el «daño» contratual: la ley, se observó entonces, no acogió la teoría que distingue

daños circa rem y *daños extra rem*, y quiso que en la responsabilidad, determinada por culpa contractual se de todo «daño» que tenga su cierta y necesaria razón de ser en el incumplimiento de la obligación, poniendo después (modificando la teoría común) el criterio de lo *preveíble* en la distinción del daño causado con dolo del preducido por medio de la culpa. Este sistema en lo que desatiende la distinción recordada es la vuelta verdadera á la jurisprudencia clásica, que en la culpa aquiliana según las fuentes, comenzó por comprender en la estimación el valor de la cosa, y después, aplicando por interpretación el criterio recibido en materia de culpa contractual, la extendió á los daños considerados como consecuencia directa, necesaria, de la injuria cometida, lo que era modo de determinar mejor la noción de *pena*, aun conservándole la función de *reparar*, el perjuicio injustamente causado; y no se pensó en incluir como índice mesurador del resarcimiento debido el concepto de posibilidad de prever el daño, por no poder tener aplicación ninguna en materia de culpa no contractual. De aquí el resultado de que, para valorar la extensión de la responsabilidad, fuese necesario la relación de causa entre la «injuria» y el «daño», sin distinguir entre daño «circa rem» y daño «extra rem». Doctrina acogida en el derecho moderno.

«Así pues, esta relación de causalidad indica por sí sola hasta donde se extienden las consecuencias producidas por la injuria, sea intrínseco ó extrínseco el daño; y el criterio de lo preveíble no entra ni como se advirtió, puede entrar, porque lo preveíble se refiere sólo en materia de cuasi delito, al *hecho* de la gente, la cual incurre en *culpa* si no ha previsto como debía y podía la *consecuencia injuriosa* de su acción. Así que la posibilidad de prever el daño no es razón de defensa, y considérese además que, mirando á la entidad jurídica única del hecho ilícito, no debería serlo tampoco respecto á la culpa contractual, y lo es sólo por vía del medio (contractual) en que la injuria obra casi á estimación de la voluntad

de las partes respecto á la ejecución de la relación constituida. La letra misma de la ley, sin que para comprender su precepto se necesite ninguna interpretación por analogía, muestra la exactitud de estas ideas, « cualquier hecho del hombre que cause daño á otros obliga á aquél por culpa del cual ha tenido lugar á resarcir el daño ». ¿Cuál es, pues, el daño que debe resarcirse? *El que fué causado por el hecho ilícito*: no parece que sea posible expresar mejor el concepto de la dependencia de la causalidad, descrita como criterio determinador de la extensión del resarcimiento, sin que á limitarlo entre distinción ninguna acerca de la cualidad del daño por sí mismo (*SE. REM. CC. REM.* directo ó indirecto) ó respecto á la gente (*preveíble y previsto ó no preveíble é imprevisto*). Parafraseando, se puede decir que entra en el resarcimiento todo daño que se derive necesariamente del hecho injurioso, sin que para declaración de ello sea necesario ó conveniente argumentar con la ley en materia de culpa contratual.

«Se dice, daño derivado necesariamente del hecho culpable, porque si tal dependencia faltase, y el daño fuese consecuencia de caso fortuito ó de hecho ajeno ó de culpa del mismo damnificado, el resarcimiento á cargo del autor del hecho ilícito declarado razón de responsabilidad, ó faltará ó tendrá lugar en diferente medida, según el *concurso del hecho en la determinación del daño* cuyo resarcimiento se pide; el índice mesurador es siempre el criterio de la *necesaria causalidad ó dependencia* ya señalada, y que se describirá más ampliamente en lugar oportuno.

«La distinción entre los elementos del hecho ilícito y los relativos al resarcimiento, advierte desde luego de que los caracteres del daño de que se va á tratar se deben examinar y valorar cuando precisamente entren en cuestión el *daño* ó la *liquidación;* por tanto, el daño podrá ser incierto ó sólo futuro, y esto no impedirá que válidamente se pueda entablar acción en juicio, á fin de que afirmada la existencia de la injuria, se declare la *respon-*

sabilidad del agente. Las cualidades que en el daño deben concurrir para que sea *resarsible* conciernen precisamente, como tal razón demuestra, al *resarcimiento* y deben ser investigadas y afirmadas cuando, pedida la indemnización, se deba comprobar la disminución del patrimonio.

«Podrá parecer que la distinción, y por ella el modo de considerar el daño, es un modo abstracto de razonar, y que separar la declaración de la responsabilidad del resarcimiento, no es concepto que presente utilidad ninguna. La respuesta á la objeción vendrá de la misma doctrina á que se ha contestado en las enseñanzas que ella da respecto á la prueba del daño, y que envuelven necesariamente la separación propuesta de los dos elementos jurídicos. La utilidad de semejante proceder se hace evidente, evitando contradicciones sobre el modo de entender la cosa juzgada en materia de daño acaecido después de dictada una sentencia absolutoria; y en el justo interés que el ofendido puede tener en que por ellos se fije la responsabilidad, puesto que retardándola hasta que el daño temido se determine, pueden faltarles las pruebas pertinentes á obtener la declaración.

«Así es, que si en el mismo juicio, se pidiese responsabilidad y resarcimiento, las dos instancias, si bien contemporáneamente hechas, no se confunden; y si el daño debe demostrarse, es, no porque sea elemento de la responsabilidad, sino porque sin él, no existe resarcimiento. Cierto, podrá resultar que el daño no acaecido aún no se verifique tampoco después; y si de tal *imposibilidad* se convence el Juez si le es cierta la inexistencia, no sólo actual, sino también futura de daño, podrá declarar la inexistencia de responsabilidad, porque, removido todo peligro de perjuicio, sería ocioso declararla. Pero, no es este criterio que deba aconsejarse, pues pudiendo acaecer á la larga el *daño*, la condena posterior no armonizaría con la absolución sobre el fundamento del juicio de liquidación esto es, la responsabilidad, y será mejor declarar la existencia del hecho en tanto que no falten los elementos del mis-

mo, rechazando después *al Estado* de pretensión la demanda de resarcimiento, por defecto de su elemento esencial, què es el daño.

«El cual es, pues, término absolutamente necesario en el juicio de liquidación, por el que se determine el resarcimiento, y debe ser cierto, pues no se puede dar indemnización sin la correspondiente disminución del patrimonio quo se quiere resarcir. El juicio acerca de la *certeza* es por completo una cuestión de hecho, cuya resolución queda al sabio criterio del juez.

«Tal *certidumbre* que determina el daño como factor de la liquidación y del resarcimiento, puede aparecer de diversas formas por lo cual se distingue en varios modos el daño á estos respectos, ó bien es *cierto* el daño en su dependencia directa del hecho ilícito, sino que deba derivarse un daño, aunque no sea aún valuable su extensión, ó es sólo cierto que pueda derivarse. La certidumbre en el primero de los casos es actual, y, por tanto, actual también es el daño; no lo es en el segundo, porque si bien el daño no ha acontecido aún, sin embargo, el hecho causal comprobado en el juicio de la responsabilidad no puede por menos de producirlo; pero obsérvese que también aquí es *cierto* el daño, siendo *cierto* que acontecerá, y solamente es incierta su *cantidad.* En el tercero de los casos la certeza se reduce únicamente á que el *hecho ilícito* podrá ocasionar daño; así aquí existe una incertidumbre acerca de la existencia *futura* del daño, y, por tanto, la posibilidad de producirse lo hace *futuro.* Y si en la primera hipotésis es justo asignar una indemnización provisional, no puede hacerse en la segunda si en ambas puede valerse el injuriado de las garantías que la ley da al acreedor.

«La valorización del daño se hace á fin de reintegrar al patrimonio de la disminución de que la injuria ha sido causa, daño económico se entiende, porque del moral se ha dicho ya en que sentido y en que forma se entiende reparable. Pero, en todo caso existe, como concepto fun-

damental, la relación necesaria de causalidad entre el hecho ilícito y el daño cuya reparación se quiere, si otras circunstancias concurrieran á darle una entidad mayor de la que dependería estrictamente del caso, el agente no deberá responder sino en cuanto el perjuicio se ligue á la injuria que causó, á menos que el hecho ilícito haya provocado *directamente* aquellas circunstancias que ocasionaron la agravación del daño. Tal es el principio, que parece tan claro que no necesita ilustración alguna; el agente está obligado á resarcir ó reparar el daño *entero* que se ha derivado directa é inmediatamente de su hecho ilícito. Así que en el concurso de varias y diversas injurias (distinto es el caso de la solidaridad entre varios agentes de un mismo hecho ilícito. Así cometidas por diversos agentes, cada uno se verá obligado á indemnizar al ofendido en la medida en que el efecto es resultado de la participación, y, por lo tanto, en el caso de injurias sucesivas por el mismo objeto, si la última es tal que podría por si sola haber causado el daño entero que produjo aún sin las anteriores; el último injuriante debe reparar el daño en la totalidad.

«Pero esto no quiere decir que se libren de otros, por que al ofendido de cada una de las distintas injurias sufridas se le deriva el derecho de obtener el resarcimiento; sólo que si el último injuriante satisfizo el daño anterior, como debe, el ofendido no podrá ya obtener de los otros más que las indemnizaciones proporcionadas á sus hechos injustos, y lo que es mas notable, el injuriante que pagó por entero no tendrá acción de repetición si no demuestra que el resultado final de la injuria cometida fué facilitado por las injurias que los que le precedieron infligieron sobre el mismo objeto. No es preciso distinguir si el último causó injuria por dolo y los otros con culpa, para decidir que estos quedan libres; la injuria es siempre injuria en todo caso, y de todo hecho se deriva la responsabilidad del agente, bien proceda su conducta de depravada voluntad ó sea producida por solo negligencia.

«El daño en cuanto se considera como «disminución de patrimonio», y por tanto, cual daño económico, material, puede existir bajo dos formas especiales: ó disminuye efectivamente, ó impidiendo el aumento de patrimonio ó sea adoptando la terminología corriente, ó es daño emergente, ó lucro cesante.

«Hay daño en la diferencia entre la entidad efectiva del patrimonio tal como estaba antes del hecho ilícito y la que estaba posteriormente. Hay lucro cesante en la diferencia entre la entidad efectiva del patrimonio tal como estaba antes en el momento de la injuria y la que se tendría por medio de un aumento que no se ha realizado por causa directa del hecho ilícito y que sin él ciertamente se hubiera obtenido. Ahora bien: si por consecuencia de la injuria del daño concurre en estas dos formas, no hay duda de que debe comprender ambas el resarcimiento.

«En algunas legislaciones se fija el concepto que la medida del resarcimiento debe tener relación exacta con la entidad del comportamiento ilícito, dejando á la equidad del juez la misión de efectuarlo; otras, confirme la conducta sea dolosa ó culpable por negligencia grave ó leve, disponen sobre la medida del resarcimiento del daño, como daño emergente ó lucro cesante. El contraste entre estas doctrinas y la teoría acogida en el derecho italiano está por completo en el modo de valorar la culpa en relación al resarcimiento del daño que del mismo se ha seguido porque la responsabilidad es consecuencia del dolo y de la culpa incluso levísima y el resarcimiento es el mismo en igual medida. Verdad que tal resolución se niega por los que opinan que, aun estableciendo la responsabilidad como consecuencia de la culpa incluso levísima, corresponde al juez, poder atender al resarcimiento con arreglo al grado de la culpa, pero ya se indicó, y se dirá que á seguirlo esta doctrina es por completo arbitraria.

«Respecto á la valoración del lucro, algún doctor indicó que el aumento patrimonial es incierto, y, por tanto, la

necesidad de seguir en la mesuración un criterio de «providad y verosimilitud», debiendo por tanto, el juez, no tener en cuenta ninguna esperanza vaga. Cuya observación es por lo menos inútil, por constituir el lucro perdido un modo de ser del daño y esto es resarcible únicamente cuando sea efectivo, cierto, así que el juez no deberá en la liquidación atenerse á criterios de «providad» ó de «verosimilitud» sino que deberá decidir si ha faltado al lucro por consecuencia de la injuria, esto es, si de no ocurrir esta se habría dado igualmente.

«La liquidación puede referirse á «cosa» cuyo precio se debe valorar; y es necesario advertir que en tal caso no se puede tener en consideración su valor de «afección» sino el común lo cual es enseñanza constante de la doctrina, y está declarado en la ley romana por vía de la entidad atribuída al daño. Y es porque á tal valor le faltaría toda posibilidad de correcta estimación pecuniaria por lo que el valor de afección no puede concurrir á determinar la entidad del patrimonio; cosa de poco ó cosa de ningún valor penal puede merecer alta valoración por las memorias que contiene y conserva. Tal doctrina se acoge comunmente; pero no se puede comprender como muchos la enseñan, y al mismo tiempo afirman la «resarcibilidad» verdadera (otra cosa es la reparación) del daño moral; si este consiste en el dolor injustamente sufrido, el «resarcimiento» verdadero. ¿Será mas estimable que el *valor de afección*?

«Entre las dos partes de la teoría descripta, que es la mas comunmente acogida, existe, pues contraste, admitida la resarcibilidad del daño moral, no se comprende como no se deba tener también en cuenta el valor de afección [1]. Se observa, es verdad, que este huye á toda estimación pecuniaria, pero valorando el daño moral, como se declara por la doctrina corriente, no se tienen, en verdad, criterios más seguros; se advierte que el valor de afección no exis-

(1) Véase el capítulo siguiente.

tía en el patrimonio del damnificado, no lo acrecía; pero se puede objetar que su asiento no es distinto del «daño moral» Para sustraerse á tales inconsecuencias alguien ha propuesto seguir para el precio de afección el mismo criterio mesurador que para liquidar daños morales, á saber: dejar la cuantía del resarcimiento al prudente arbitrio del magistrado; pero, la formación histórica de la ley y la razón del «daño» rechazan toda idea de posible indemnización del precio de afección, por representarse sólo en el resarcimiento el «cuanto» en que el patrimonio disminuye efectivamente por consecuencia de la injuria. Repitiendo un argumento que antes hemos dicho, hay poca consecuencia al decir que debe ser *efectivo* el daño, para que sea resarcible, y sostener después la posibilidad de estimarlo sobre el precio de afección; el modo más derecho de resolver la dificultad consiste, pues, en eliminar este presunto valor estimable de la mensuración exacta del daño; y no por esto se contradice lo que se ha dicho acerca de la «reparación» del daño moral, reputado no resarcible, siuo reparable por medio de la función de satisfacción de la pena. Otra cosa es el precio de afección, se refiere á cosas que tienen un valor común aunque escaso, y sólo por este valor, y no por otro, entran en el patrimonio.

«Los conceptos expuesto tienen aplicación si el objeto de la injuria es una cosa que no se ha podido recuperar después; á constituir el daño efectivo vendrá, no sólo la estimación de la cosa, sino también el lucro cesante, cuando sea cierto que él estaba en vías de obtener un mayor valor del intrínseco, del común. Aquí la estimación dependía si, de la «afección» del adquirente del objeto, pero para el damnificado se hubiese concretado, materializado, en una cantidad patrimonial cierta.

«Es de observar que la valorización de la cosa no se hace con criterios especiales de tiempo; la ley moderna no ha determinado, como acontecía antiguamente, el período al cual se debe referir para el mayor valor dedu-

cido en el resarcimiento; pero de esto no es necesario inferir que en la estimación no se pueda tener criterio seguro, y que sea operación en que todo dependa del arbitro del juez y la práctica y la experiencia de los peritos. En efecto la ley romana, por la índole jurídica del remedio de la ley aquiliana, que se determinaba como función penal, deducía en la *aestimatie* el mayor valor de la cosa hubiese obtenido en el año ó en el mes anterior es al hecho injurioso; el silencio del derecho moderno sobre esto, y la obligación de hecho de resacir por entero el daño directamente causado por la injuria, « sa circan ó extra rem » inducen á conciderar que la *aestimatie* debe conducirse calculando el valor de la cosa en el tiempo y lugar que la cosa se causó, y que igual criterio se debe observar también en la valoración de los daños por injurias cometidas sobre la cosa. Nada se dice del uso á que la cosa podría destinarse, pues es evidente que no hay en ello un valor igual de la cosa, sino un daño acontecido por la injuria recaída por si misma, y que por tanto, es resarcible.

« En aplicación de estos criterios sobre la entidad del daño resarcible y, por tanto, del tiempo, lugar y modo de su estimación, se entiende que si la cosa valiese más en lugar distinto de aquél en que la injuria se cometió, no puede obligarse á este mayor precio al agente por que el valor del patrimonio se forma con los valores singulares que las cosas tienen en el lugar en que existen y el damnificado no podría oponer la facilidad que hubiera tenido de vender la cosa donde fuera mayormente solicitada, y, por tanto tuviera más alto precio, por tratarse en tal caso de un daño eventual, no calculable, pues, como resarcible.

« Podría sí, faltar al daño este carácter de eventual, y debería entonces repararse si el damnificado demostrara que estaba tratándose con buen fundamento de éxito la venta de la cosa á precio más alto del ordinario en el lugar de la injuria, pero si dijera sólo que pensaba hacer la venta en otro lugar donde la cosa tuviera mayor valor,

se tendría un daño incierto, y, por tanto, no resarcible, por no saberse si la venta proyectada por el ofendido se habia realizado según sus esperanzas.

«Igualmente si la cosa antes ó después del hecho ilícito hubiera tenido un valor menor que tenía en el tiempo que se cometió la injuria, el autor del hecho ilícito no podría invocar tal circunstancia para obtener la medida del resarcimiento á que está obligado. La injuria determina la razón del vínculo de obligación que existe entre él y el ofendido, y el tiempo en que tal relación nace indica su objeto, por esto el resarcimiento deberá restaurar el patrimonio del daño entero causado por el hecho ilícito, á fin de reconstituir la entidad que en el tiempo en que injuriosamente disminuyó. Si fuese cierto que la cosa hubiese tenido á continuación un valor mayor, no será distinto el criterio estimatorio que deba tenerse, siempre que el obligado no demuestre que ciertamente el ofendido no habría sufrido el mayor daño que pretendía haber padecido. Queda, pues el criterio mensurador propuesto, á saber: que la razón y extensión de la responsabilidad está establecida en el tiempo en que tuvo lugar la causa que la determina.

«El resarcimiento comprende todo y cualquier daño que se derive directamente de la injuria, no sólo se debe la estimación de la cosa, sino también el daño mayor que bajo la forma de lucro cesante se haya producido, con tal de que, el daño sea efectivo y cierto al tiempo en que el hecho ilícito se causó.» (1)

El Código fráncés no resuelve en que forma deben ser indemnizados los perjuicios, ni ha establecido criterio alguno para liquidarlos.

Pero, los autores franceses sostienen el mismo criterio aceptado por nuestro Código. Se debe reparar no solo el daño directamente causado, sino la privación de ganancia, consecuencia del hecho ilícito.—La reparación debe

(1) Chironi, tomo 2.º, traducción Reinaldo de Quirós,

comprender todos los perjuicios, pero, solamente los perjuicios reales, no aquellos simplemente posibles ó verosimiles.

La reparación del daño se verifica mediante la entrega de una cantidad de dinero. Pero, este no excluye, otras formas de reparación. La ley no establece que necesariamente debe pagarse una suma de dinero. Para la persona á quien se ha robado una cosa, no hay mejor forma de reparación que la restitución de la cosa robada, con sus frutos y en buen estado de conservación.

También puede ocurrir que en vez de una indemnización de una suma determinada, corresponda una pensión temporaria, ó una renta. En fin sobre este particular, los jueces tienen amplias facultades de las que deben hacer uso teniendo siempre muy en cuenta el nexo causal que debe existir entre la culpa y el daño.

El Código Civil alemán, abandonando los principios tradicionales impone la obligación de reparar íntegramente, el perjuicio, pero, no solamente el perjuicio real y positivo, sino también el simplemente probable ó verosímil. Es un paso arriesgado que ha dado el Código Civil alemán, si bien lo ha precisado en fórmulas concretas. El primer proyecto no contenía ninguna disposición especial, y se confiaba la resolución de todas las cuestiones al prudente criterio de los tribunales, los que, en virtud de lo que dispone el artículo 287 del Código de Procedimiento, están autorizados para apreciar con toda libertad, si un daño se ha realizado, y cual es la importancia del mismo. La segunda comisión agregó un artículo al Código Civil que establece que la obligación de reparar el daño que resulta del hecho ilícito, se extiende igualmente á todos los perjuicios que el hecho ha podido causar relativamente á la posición ó al porvenir de la persona perjudicada [1].

Se comprende en esta fórmula legal todo el daño que

(1) El Código Civil alemán, artículo 842.

representa una disminución de la capacidad de trabajo, la pérdida de un empleo, en fin, todo aquello que pueda influir sobre la integridad física ó sobre la reputación de la persona. Para las mujeres se contará la menor probabilidad de contraer matrimonio. La importancia de esta disposición, consiste,—como lo hacen notar sus comentadores,—en la autorización que se otorga á los tribunales para que tomen en cuenta un perjuicio que no se realiza directa y completamente, pero, que verosímilmente se realizará en un plazo más ó menos breve ó remoto obedeciendo á leyes naturales. Conviene notar que en esta disposición (artículo 842 del Código civil alemán) se trata de apreciar daños naturales; otro artículo, del que nos ocuparemos en el capítulo referente á leyes de lo relativo al daño moral.

El mismo Código Civil alemán en el artículo 843 establece que cuando á consecuencia de un atentado al cuerpo ó á la salud, la capacidad de trabajo se vea destruída ó disminuída, ó se produzca un aumento de las necesidades, hay obligación de pagar á dicha parte lesionada, á título de reparación del daño, una renta en dinero.

Los traductores del Código alemán, comentando esta disposición, dicen que, según los principios generales, la reparación del perjuicio debía efectuarse mediante el pago de una suma en dinero.

Pero, la fijación de la importancia de esta suma, daba lugar á dificultades porque una serie de factores inciertos deben ser considerados, y porque es difícil fijar de antemano la duración de la incapacidad adquirida. Además puede suceder que la parte lesionada disipe rápidamente el capital. Se utiliza muy á menudo para resolver estas dificultades, la jurisprudencia del Imperio, en materia de seguros sociales. En casos excepcionales y por motivos serios, puede concederse una indemnización en capital.

Otro artículo del Código alemán, el 844, dispone que

en caso de producirse la muerte de una persona, el obligado á indemnizar el perjuicio, debe pagar los gastos de inhumación á la persona á cuyo cargo estén esos gastos.

Cuando la víctima en la época en que se ha producido el hecho ilícito, estuviera obligada ó debiera estarlo eventualmente, á alimentar á terceras personas, y cuando por consecuencia del hecho que ha causado la muerte, el tercero no puede hacer efectivo su derecho á los alimentos, el causante del perjuicio debe indemnizar á este tercero perjudicado. Esta indemnización consistirá en una renta equivalente á la que la víctima hubiera debido proporcionar al tercero, y, teniendo en cuenta los derechos de este tercero, y la duración presunta de la vida de la víctima en el momento de producirse el accidente que causó su fallecimiento. Esta obligación existe aún en el caso en que el tercero de la referencia estuviera solamente concebido en el momento del accidente.

En la indemnización deben comprenderse no sólo los gastos hechos para intentar la curación, sino también los que han tenido por objeto atenuar los sufrimientos. En el primer proyecto existía una disposición según la cual, si por causa de la muerte, se extinguiera un derecho patrimonial del difunto, ó si se impidiera la adquisición de un derecho, el difunto debía considerarse perjudicado en su patrimonio. En las deliberaciones de la 2.ª Comisión se hicieron proposiciones tendientes á establecer una indemnización en favor de aquellos perjudicados por la desaparición de la actividad económica del difunto. Se invocaba que este «hacía vivir» mucha gente, que sería perjudicada con su muerte. La Comisión suprimió el artículo del primer proyecto, y rechazó estas proposiciones Falta el perjuicio directo, y no se pueden fundar reclamaciones sobre presunciones de perjuicios.

El legislador se detiene, pues, ante las consecuencias á que lo conduciria una ruptura definitiva con los principios tradicionales. Pero, nuestra ley nacional se ha man-

tenido fiel á estos principíos de la culpa aquiliana, y sólo admite la reparación de los perjuicios directamente causados, y de la ganancia frustrada por consecuencia inmediata del hecho ilícito; y como intérpretes, debemos acatar la letra expresa de la ley.

CAPÍTULO XXIX

DE LA REPARACIÓN DEL DAÑO MORAL

La jurisprudencia durante mucho tiempo, lo mismo que la doctrina al ocuparse de los daños y perjuicios tanto en materia contractual, como en materia extracontractual, excluían, por completo los perjuicios de orden moral; pero, primero, en materia delictual, luego en materia de culpa aquiliana, y finalmente en materia de culpa contractual, se ha venido señalando una tendencia que tiende á establecer el principio de reparación integral, y al establecerlo, como es lógico, sostiene que deben repararse no sólo los perjuicios de carácter material, no sólo aquellos perjuicios de orden patrimonial, sino también los perjuicios no patrimoniales, es decir, los perjuicios de orden exclusivamente moral, porque hay perjuicios de este orden que tienen consecuencias patrimoniales y, respecto de estos perjuicios, todo el mundo está de acuerdo en que deben repararse;—sería un caso, por ejemplo, el de difamación: la difamación, que es una injuria de orden moral, puede tener y tiene consecuencias patrimoniales; y claro está, que estas consecuencias patrimoniales no constituyen propiamente un daño moral, sino un daño que afecta directamente al patrimonio; pero, no es á este daño al que se refiere la expresión «daño moral». Esta se refiere al daño que los alemanes designan con una palabra que, traducida textualmente, significa *dinero del dolor*. Quieren decir con esta expresión que debe indemnizarse no sólo el prejuicio de orden patrimonial, sino el prejuicio propiamente moral, que debe indemnizarse el dolor sufrido; que debe pagarse una cantidad de dinero que tienda á disminuir las penas, las aflicciones que, aunque no tengan consecuencias patrimoniales, no dejan por eso de producir una perturbación grave en la vida de la persona que las sufre. Esta doctrina del daño

moral puede decirse que está aceptada en materia delictual, y que, por el contrario, ha sido y es todavía rechazada, por regla general, en materia contractual, por más que se señale una tendencia de la doctrina, tímidamente aceptada por algunas decisiones de la jurisprudencia en sentido contrario [1].

Esta tendencia que intenta provocar una modificación en el rigorismo de la jurisprudencia, que se negaba á las reparaciones de orden moral, que se negaba á otorgar reparaciones en dinero por perjuicios de orden moral, ha tenido varios precursores. Algunos sin formular una doctrina completa sobre el daño moral, se limitan á lamentar que los jueces tengan tan poco en consideración los daños de orden moral en el momento de dictar resolución sobre los perjuicios sufridos por una persona á causa del hecho ilícito de otra; y otros autores, más ó menos tímidamente, han sostenido también los mismos principios; pero donde se encuentran estos principios más claramente sostenidos, y defendidos con más vigor, es indudablemenie en Alemania. Grandes jurisconsultos, como Yhering, han sostenido la necesidad del resarcimiento del daño moral; y la han sostenido fundándose en que no hay ninguna razón para excluír este resarcimiento y para dejar á la víctima sin compensación de ninguna clasė. Y ellos invocan, con razón, el siguiente argumento: es cierto que el perjuicio de orden moral, por regla general no puede indemnizarse ó, mejor dicho, ese perjuicio no puede repararse; pero el que no pueda repararse íntegramente ese perjuicio, como debía ser reparado, no significa que no deba acordarse ninguna reparación; y hoy, ante la imposibilidad de deshacer la desgracia de orden moral, la pena, la aflicción que pesa sobre una persona, la ley y la jurisprudencia lo que hacen es cruzarse de brazos, negándole toda clase de reparaciones. Pues bien: aun cuando sea imposible, dicen, una reparación completa, por lo menos otórguese una reparación parcial.

---

(1) **Planiol, tomo 2.°, pág.**

Contra esta doctrina del resarcimiento del daño moral se han hecho varias objeciones, objeciones que Gabba, sobre todo, que es el gran adversario de la doctrina del resarcimiento del daño moral ha expuesto en una obra que ustedes deben conocer sobre doctrina del Derecho Civil, con gran precisión y en forma que indudablemente seduce y á primera vista convence.

El primero da los argumentos de Gabba es el siguiente. Dice Gabba que esta doctrina del daño moral es una doctrina tan ilegal y tan antijuríca, que hasta el lenguaje re sulta impropio para expresarla. Efectivamente, dice Gabba: hablar de daño moral es contradictorio; el daño, por lo mismo que es daño, tiene que materializarse, tiene que poderse palpar, poderse notar en alguna forma, y el daño moral escapa completamente á toda observación y á todo contralor ; es un sufrimiento, es algo completamente subjectivo, que no puede de ninguna manera entrar en el terreno jurídico. A esto contestan los partidarios de la doctrina del daño moral reformando la frase ó mejor dicho, empleando la palabra alemana que significa *dinero del dolor* y que demuestra, que el lenguaje no resulta impropio para expresar el pensamiento jurídico de los que sostienen la doctrina del daño moral; y efectivamente, se acuerda una indemnización, una cantidad de dinero por el dolor sufrido, y es precisamente esa pena, esa aflicción que no puede medirse de otra manera y que no puede repararse porque es un mal irremediable, que se compensa, aunque sea imperfectamente, por medio del dinero. De suerte que no hay tal contradicción. desde que los que sostienen la doctrina del daño moral ya empiezan por sostener que lo que se va á acordar es una reparación incompleta por el daño sufrido.

El segundo argumento que hacen es un argumento que consiste más en una dificultad de prueba que en un argumento de orden jurídico. Este argumento lo hace también Gabba y lo comparte Chironi. Chironi dice lo mismo que Gabba, que el daño moral que no tiene consecuencias

patrimoniales, no se puede probar. El sufrimiento. el dolor de una persona escapan necesariamente á los medios probatorios que se admiten en Derecho Civil y en Derecho procesal. ¿Cómo se va á probar el sufrimiento de una persona? ¿Cómo se va á medir ese sufrimiento? Resulta, por consiguiente, una gran incertidumbre sobre la existencia de este daño y sobre su alcance, y esta incertidumbre se podrá constatar en todos los casos que se presenten.

A estos contestan los partidarios del resarcimiento de la siguiente manera: en primer término, dicen, la dificultad de prueba no puede ser nunca motivo para que se desconozca un derecho; y en segundo lugar, el daño de orden moral debe probarse lo mismo que se prueban todos los hechos jurídicos ó de consecuencias jurídicas, y entre esas pruebas, caben las presunciones. De manera que habrá muchos casos en que la prueba por presunciones resolverá sino todas, muchas, de las dificultades consiguientes á la naturaleza ó al carácter que tienen los hechos á probarse.

El tercer argumento, que es el argumento fundamental y sobre el que han hecho más hincapié los contrarios á la doctrina de la reparación del daño moral, es el que se funda en la imposibilidad de encontrar para el perjuicio moral un resarcimiento equivalenfe en dinero. Es absurdo, dicen, que un padre estime el valor de la vida de su hijo en 1.000, en 2.000, en 10.000, 20.000, 100.000 ó en un 1:000.000 de pesos,—la cantidad nada representa. Si se entran á valorar perjuicios de este carácter tan impago queda con 1.000 pesos como con 1:000.000.

De manera que esta falta de equivalencia, de imposibilidad de medir exactamente el perjuicio causado, obliga á rechazar la doctrina de la reparación en dinero.

Este argumenento pertenece á la categoría de los argumentos que prueban demasiado, porque, de aceptarlo, había que rechazar las indemnizaciones por daños y perjuicios en materia contractual y extracontractual en muchísimos de los casos en que se admite, porque un perjuicio,

ya sea moral, ya sea material, no siempre se puede reparar íntegramente; la reparación íntegra, la reparación total, la equivalencia exacta entre el perjuicio sufrido y la indemnización, sólo puede conseguirse en ciertos casos; pero hay casos dentro del daño material, del daño cuya reparación nadie discute, y que tampoco encuentran su equivalente en dinero, y, sin embargo, la ley admite para esos casos la reparación.

Se trata, por ejemplo, de una obra de arte, de una obligación de hacer, contraída por un artista; la obligación no es cumplida.

En realidad, la persona que sufre la consecuencia de esa falta de cumplimiento por parte del artista no encuentra una reparación íntegra del perjuicio sufrido no teniendo la obra de arte. No puede decirse que esa falta de cumplimiento de la obligación de hacer se resuelva por orden de la ley en daños y perjuicios que se traducen en cantidad de pesos, que representan exactamente el valor de la falta de cumplimiento ¿Se puede lograr el propósito de la ley? ¿Puede compensar una cantidad de pesos una obra de arte? Es evidente que no hay compensación ni equivalencia; y, sin embargo, la ley admite la reparación.

Lo que pasa en materias de daños y perjuicios es que el criterio de la equivalencia es un criterio indudablemente relativo, es un criterio que varía según los casos; y hay algo más: en materia de perjuicios de orden moral, esta dificultad de encontrar el equivalente aumenta; pero, al fin y al cabo, es la misma dificultad que existe para otros casos en que se reconoce la legitimidad de la reparación de daños y perjuicios. Pero, en esta imposibilidad de encontrar un exacto equivalente, debemos optar por encontrar un equivalente aproximado, ó por reparar medianamente el perjuicio sufrido, ó por repararlo si se quiere en una parte insignificante, infinitesimal, pero repararlo al fin. ¿Por qué, ante la imposibilidad de encontrar un equivalente exacto, hemos de optar por la no reparación y no por una reparación parcial, por una reparación pequeña de ese perjuicio?

Claro está, que el dinero no puede compensar los dolores, pero el dinero no compensa tampoco otros perjuicios y sin embargo, con dinero se pagan y con dinero se resarcen esos perjuicios, porque al fin y al cabo el dinero es el único medio que tiene la sociedad, en los actuales momentos, para resolver estas cuestiones: en donde se siente un derecho violado y en donde se siente un perjuicio, es necesario buscar algún medio ó algún procedimiento de repararlo, y, si no es posible repararararlo, de atenuarlo.

Yhering dice: «El poder dado al juez para condenar al pago de una cantidad de dinero por daños y perjuicios, no se restringe, en efecto, sólo á la función á que la teoría criticada se refiere exclusivamente,—y la llamo función de equivalencia,—es decir, á la determinación del valor pecuniario de la prestación. A esta función se juntan otras dos que designaré como función *penal* y función *satisfactoria.*

«Por función penal no entiendo la imposición del demandante de una pena privada, que era el fin de las acciones penales romanas, sino la amenaza de una pena como medio de presión para el caso de incumplimiento de la orden judicial —según el lenguaje romano,—la imposición de una multa por oposición á la *pena.* El juez que por el empleo de una amenaza no alcanza el resultado deseado, debe censurarse á si propio por no haber empleado con bastante energía el medio puesto á su disposición. Si 100 marcos no bastan, que conmine con 1.000, 10.000 ó más. El medio no deja de ser eficaz más que con respecto de los que sean absolutamente pobres. Pero, no tengo para qué investigar aquí, qué otros poderes debe poner el Estado á disposición del juez; sólo quiero mostrar lo que el juez puede hacer por medio del dinero, en el supuesto naturalmente, de que obra con prudencia, para protejer con eficacia los bienes no económicos.

«La simple conminación de una pena pecuniaria no basta para poner á salvo los intereses del derecho habiente que reclama el cumplimiento de un contrato. La

medida mira al porvenir, y la pena conminada y hecha efectiva no va á parar á su bolsa sino á la caja del fisco; no es una *pena* (en el sentido romano) sino una *multa*. Bastará que el demandado prolongue el proceso por medio de subterfugios para que antes, caso de que el juez llegue á conminarle con la pena, resulte ésta sin objeto, quedando así frustrado el derecho del demandante. Es preciso, pues, como cumplimiento, que el juez tenga la facultad de servirse del dinero, no sólo para el porvenir, sino para el *pasado,* y en su virtud puede condenar al demandado á pagar una indemnización al demandante en relación con la lesión definitiva de su derecho. La *satisfacción* destinada á garantir la ruptura consumada, del contrato es también tan indispensable para la fuerza jurídica de las convenciones, como la amenaza de una pena, con el fin de impedir la ruptura inminente del contrato. Negar ese poder al juez es condenarle á la impotencia y dejar sin protección el derecho del demandante.

«¿Pero qué medida posee el juez para evaluar en dinero el valor de una acción jurídica que tenía por objeto no la cosa, sino la persona? Y yo respondo ¿qué medida tiene para conminar con una pena? ¿Fijará 10, 20, 30, 100? Pongamos en esta situación á un teórico lleno de escrúpulos, á un lógico que no hace nada sin razón coercitiva; no logrará jamás tomar una decisión, porque ¿cómo señalar 30 marcos y no 40, 50 ó 60, ó sólo 20? Sería la posición del asno de Buridan ante dos cajas de heno, absolutamente iguales. En realidad, ningún asno se ha muerto de hambre en esta situación; sólo el asno de la teoría puede mantenerse en una abstención vacilante... pero es porque no padece de hambre. Lo mismo pasa con el juez. El carácter mismo de su misión grave, la responsabilidad de su posición, le ponen á cubierto de semejantes escrúpulos dialécticos; y cuanto más penetrado esté de su deber menos vacilará en calcular las penas para esas violaciones frívolas de obligaciones contraídas tan alto,

que no sólo *dé plena* satisfacción al sentimiento jurídico lesionado del demandante, sino que también el ejemplo dado ejerze, sobre los demás, un saludable efecto de intimidación. No examinaré si la jurisprudencia de los tribunales alemanes. se ha prevenido siempre de todo esto. De todos modos, la jurisprudencia de otros países, por ejemplo, Francia y Bélgica, muestra que la falta de medida fija de las violaciones del derecho de una tarifa de las rupturas de los contratos, no impide emplear la función penal y SATISFACTORIA DEL DINERO, DE TAL MANERA QUE LOS INTERESES DE NATURALEZA NO PATRIMONIAL ENCUENTREN IGUALMENTE LA PROTECCIÓN QUE CORRESPONDE Y QUE LA LEALTAD Y LA BUENA FE EN LAS RELACIONES OBLIGATORIAS NO RESULTEN EN LA REALIDAD MERAS PALABRAS VANAS. Las explicaciones que siguen, probarán que los romanos han conocido muy bien las tres funciones del dinero que acabamos de distinguir: la función de equivalencia, la función penal y la función de satisfacción; y que no han opuesto dificultad alguna al hacer la aplicación de la segunda y de la tercera de la manera más amplia.»

También se ha hecho un cuarto argumento fundado en la inmoralidad de reparar perjuicios de orden moral con dinero, pero basta examinar el fondo de la cuestión para comprender que tal inmoralidad no existe y que la ley no tiene porqué entrar á considerar si hay algún padre que quiera hacer un negocio con la muerte de un hijo ó un hijo que quiera hacer negocio con la muerte de su padre. Y, si hubiera un padre desnaturalizado que intentara hacer cotizar comercialmente la vida de su hijo, habría también jueces que *medirían* el valor moral de semejante padre... Estas son cuestiones del fuero interno de cada uno, y si la ley empezara á detenerse ante circunstancias de este género, no legislaría ninguno de los contratos, porque todos los contratos pueden servir de base para actos ilícitos ó para cálculos que la moral, indudablemente, rechaza. Pero, la ley debe colocarse en el término medio, debe co-

locarse en los términos en que se coloca en todos los demás casos, en los términos en que se coloca respecto de todos los contratos y respecto de todas las obligaciones que legisla la misma ley, y en todos esos contratos y en todas esas obligaciones la ley prescinde de la moralidad más ó menos dudosa de que puedan hacer uso algunos contratantes; pero del hecho de que en algún caso pueda cometerse esta inmoralidad, no debe llegarse á la conclusión de que debe negarse á la parte perjudicada un resarcimiento ó una compensación, aunque sea incompleta, por el perjuicio sufrido, y siempre que no se falte á la moral. No faltaría seguramente á ella el padre que exige una suma para construír en el cementerio un panteón para los restos de su hijo.

Finalmente, el último argumento que hacen los contrarios al resarcimiento del daño moral, son los inconvenientes de acordar al juez un excesivo poder en esta materia; pero estos inconvenientes—se contesta con razón—existen en todas las materias que legisla el Código, y no son tales inconvenientes sino que, al contrario, pueden constituir una ventaja: el juez, por lo mismo que, cuando se ocupe de una materia de este género, tiene que darse cuenta de que se trata de una materia delicada, de una materia en la que pueden intervenir factores de inmoralidad, de una materia en donde es imposible fijar una exacta equivalencia de la inmoralidad que se pudiera sospechar en alguna de las partes, sería una razón á tenerse en cuenta en el momento de fijar el equivalente del perjuicio, porque esta inmoralidad demostraría que el perjuicio no era tan grande como la parte lo invoca, y todos las dificultades mismas de esta materia obligarían al juez á proceder en este caso con gran prudencia y á no extremarse al usar el poder que se le confiara; pero el juez puede y debe apreciar también estos perjuicios de orden moral, porque, siendo perjuicios, no deben quedar siu una reparación. Por lo demás, contra los errores judiciales la ley establece garantías y para eso están las distintas instancias

que tienen todos los juicios que se tramitan ante los tribunales.

Ningún juez acordaría á un padre que ha perdido un hijo una compensación de cien, de mil, de cien mil pesos para compensar el sufrimiento moral que el fallecimiento del ser querido le ha causado. Esas compensaciones no pueden medirse.—Pero, en uso de la función de satisfacción,—todo lo incompleto que se quiera,—que tiene el dinero,—un juez no podría desestimar el pedido que formulara un padre para que el autor de la muerte de su hijo adquiriese un pequeño sitio en el cementerio y algún mármol que recordase su memoria.

El Código civil alemán en su artículo 817 establece que en casos de atentado al cuerpo, á la salud, de privación de la libertad, la parte lesionada puede exigir una compensación en dinero por el perjuicio que no constituiría un daño patrimonial,—y que tal compensación corresponda á toda persona del sexo femenino, víctima de un crimen ó delito contra las buenas costumbres, ó que ha consentido en una cohabitación extra conyugal, mediante dolo, amenazas, ó abuso en una relación cualquiera de dependencia.

Nuestro Código Civil en el capítulo de delitos ó de cuasi delitos,—no ha establecido ninguna disposición que reglamente la forma de indemnización del daño moral.—Ni la ordena,—ni la prohibe.—Pero, en el artículo 1585, dice así: «En los juicios sobre obligaciones civiles, PROCEDENTES DE DELITO CUASI DELITO Ó DOLO, *puede el juez deferir el juramento al demandado* con las circunstancias y efectos siguientes:

1.º El delito, cuasi delito ó dolo han de resultar debidamente probados;

2.º La duda del juez ha de recaer sobre el número ó valor real y DE AFECCIÓN de las cosas.—ó sobre el importe de los daños y perjuicios.

3.º El juez no estará obligado á pasar por la declaración jurada del demandante sino que podrá moderarla según su prudente arbitrio.

Esta disposición habla del valor *de afección*—valor esencialmente moral,—y admite que en estos casos se debe alguna indemnización por el perjuicio moral, por más que el juez tiene la facultad de moderar la estimación que haga la parte de los daños y perjuicios.

Esta disposición de nuestro Código tiene su origen en García Goyena. «Aunque no aparecen las palabras *de afección* en el proyecto definitivo, sería inicuo dice García Goyena que el dueño, sin hecho propio,—y solo por malicia ajena, quedase privado del dominio de su cosa, sin poder conseguir más, en ningun caso, que su precio natural, cuando él la habrá comprado siendo otro su dueño en mucho mas, ó no la habrá vendido sino en mucho mayor precio por la afección que le tenía. El artículo primitivo decía valor real. En el mio agregaba yo, para mayor claridad,—y *de afección del demandante.* La Comisión convino en el fondo del pensamiento, y me encargó la explicase así en los comentarios: pero conservó las palabras *valor real* por ser este el caso ordinario de duda, y la regla general, al paso que el de afección suele ser raro y siempre excepcional.»

El hecho es que dentro del texto legal encontramos estampada la apreciación del valor de afección de las cosas,—*que no es un valor patrimonial.*

El Código de Procedimiento Civil ha reproducido esta dísposición, en su artículo 448.

De todo lo expuesto, se desprende la prudencia con que deben proceder los tribunales al apreciar el perjuicio moral. Los adversarios de la liquidación de este perjuicio son muy numerosos, más por los peligros que encierra el conceder al juez facultades demasiado discrecionales, que por razones de orden científico. Es escandaloso, se repite, que se pueda discutir ante la justicia el valor pecuniario del honor, de las afecciones más sagradas, de los dolores más respetables; y además, toda apreciación pecuniaria sobre este particular tiene que ser necesariamente arbitraria.

A esto se ha contestado que la ausencia de reparación es más injusta que una reparación imperfecta; que en toda decisión judicial siempre hay ó puede haber algo de arbitrario; y que no hay razón ninguna que impida una compensación del daño moral. Y en cuanto á la inmoralidad que representa el exigir una reparación por el perjuicio moral, fácilmente puede ser reprimida por los jueces. Si el perjuicio moral se invoca para realizar lucros indebidos, debe ser rechazado; no se concibe que se explote el dolor que causa la muerte de un ser querido, como un objeto de comercio; no se concibe un hombre de honor que estime en cantidad de pesos el sufrimiento moral de una bofetada; pero, se concibe que se contemple ese dolor, para acordar los medios que pudieran proporcionar un lenitivo también moral,—como en el ejemplo que hemos puesto más arriba, del hijo que reclama para su padre un lugar y un recuerdo en el cementerio, ó del que exige el pago de una publicación que contenga las excusas del que ha dado una bofetada.

Nuestra jurisprudencia nacional ha aceptado en algunos casos la reparación del daño moral, entre otros, en el siguiente:

«Visto: en segunda instancia este juicio seguido por don L. B. con don A. M. B. por indemnización de daños y perjuicios provenientes de hecho ilícito, venido al conocimiento de este Tribunal, en virtud de la apelación deducida contra la resolución absolutoria de f. 373.

«Resultando: que el actor exigió del demandado la reparación del daño que éste le ocasionó con la publicación ofensiva á su reputación, su crédito y buen nombre, aparecida en los diarios de la ciudad del Salto *Ecos del Progreso* y *Tribuna Salteña*, á raíz del desacuerdo surgido entre ambos socios, en cuyo suelto publicado bajo el epígrafe «Declaración necesaria», advertía M. B. al público, que su consocio no había rendido cuentas de su administración ni había satisfecho los arrendamientos por el ganado vacuno que tenía en su campo, por lo que mani-

festaba pue mientras aquél no cumpliera con sus obligaciones, quedaría cualquier negocio que tuviera relación con la majada, sujeto á su contrato social;

«Y considerando que el contexto de la demanda demuestra inequívocamente, que su objeto fué el de obtener la reparación del daño sufrido por la publicación que el demandante reputó injuriosa, por lo que es inútil, en este caso, el examen de la cuestión á que se contrae la sentencia apelada en sus primeros fundamentos de derecho para establecer si la acción ejercida corresponde á un delito civil ó penal, porque emane esa acción de una ú otra fuente, siempre sería de igual manera exigible la responsabilidad ilícita ó delituosa, é invariables las consecuencias jurídicas que trata de hacer efectiva la parte demandante;

«Que pasando á estimar el mérito de la acción, puede aseverarse, desde luego, que la publicacíón antes referida, llevó injuria á la reputación y buen nombre de la persona á quien alude, porque se le presenta como un administrador poco escrupuloso, como un moroso pagador que inspira por sus procederes incorrectos la sospecha de que pueda entregarse á transacciones ó negocios ilegítimos, con violación de la buena fe y menosprecio de lo pactado antes.

«No excusa el hecho de esa publicación el ejercicio de ningún derecho, como lo pretende el demandado al declarar que al hacerla, su único objetivo fué el de garantir sus intereses, porque no se ve que seguridades efectivas pudiera pensar en obtener al revelar y divulgar los hechos deprimentes antes enunciados, mientras descuidaba los medios legales eficaces de defensa preventiva, actitud poco racional que lógicamente lleva á deducir que el suelto publicado á raíz de las desavenencias de los socios, respondía más á un propósito de ofensa que á la decisión legítima de garantir intereses;

«Que examinando el hecho de esa publicación en relación con los preceptos del derecho positivo, para apre-

ciar su significación legal y las consecuencias jurídicas á pue puede dar lugar, se llega, sin esfuerzo á la convicción de la existencia del hecho ilícito que, causando daño impone á aquél por cuya culpa ó dolo se produjo la obligación de repararlo;

«Que si acto ilícito es el que se ejecuta sin derecho contra el derecho ajeno con violación de una norma jurídica dictada en protección de un interés, puede aseverarse sin vacilación que la publicación antes aludida, constituye un hecho ilícito, porque ofende sin derecho al honor, á la reputación y á la tranquilidad privada, con transgresión flagrante de las disciplinas jurídicas que organizan dentro del Código Penal y en leyes especiales como la de imprenta, la defensa de los más altos intereses morales;

«Que es también incuestionable en este caso la existencia del daño producido por el hecho ilícito, porque hay daño siempre que se hiera un interés legítimo y no es aventurado el afirmar que lo recibe el ofendido en su honor ó reputaeión, bienes morales cuya integridad interesa conservar, no sólo por lo que significan como nobles condiciones de la personalidad humana, sino porque su menoscabo tiene, en la esfera patrimonial, repercuciones económicas desfavorables.

«Sólo negando la resarcibilidad del daño moral; sólo creyendo que el derecho que acude siempre en amparo de todos los intereses, hubiera dejado sin defensa el interés moral, tan importante ó más que el meramente económico, podría llegarse á una solución negatoria del resarcimiento exigido por el demandante.

«Pero la ley, la doctrina y la jurisprudencia acordes, como respondiendo á una exigencia imperiosa de la conciencia jurídica colectiva, se asocian para proclamar el derecho á la reparación de todo daño, aún de aquél que no reviste el carácter de simple material, extendiendo así racionalmente, la esfera de acción del derecho, hasta el límite demarcado por las exigenrias del orden jurídico y

social. La ley no distingue entre daños sociales y económicos al estatuir en los artículos 1293 y siguientes del Código Civil sobre la responsabilidad delictuosa, por lo que debe deducirse que todos los daños son indemnizables, couclusiones á que también llega por el examen de otras disposiciones de la ley, que, como las contenidas en los artículos 348 del Código Civil y 448 del Código de Procedimiento Civil se refieren al valor de afección ó al valor moral, lo que prueba que el derecho positivo no se concreta á las cosas materiales, sino que, ultrapasando ese límite, contempla también los intereses morales, cuya separación del mundo objetivo no es tan radical como á primera vista parece, pues como dice Demogue en sus «Nociones fundamentales del derecho privado», casi todo interés es moral por algunas de sus fases y bajo otros aspectos es material ó pecuniario;

«La doctrina por intermedio de los más eminentes civilistas, ha sostenido ardientemente la reparación del daño simplemente moral, Merlin, Pothier, Larombière, Toullier, Demolombe, Laurent, Aubry et Rau, Zacharit, Lourdat, Giorgi, Pacifici Mazzani, Pescatore, Consolo, Vidari, Rauter y otros muchos, prestigian esa tesis con su indiscutible autoridad. Y en cuanto á la jurisprudencia, que, al decir de Yhering, se pone siempre al servicio de su época, sostiene casi unánimemente el derecho al resarcimiento del daño no patrimonial ya admitido para los casos de injuria desde el tiempo de los pretores romanos, ver Consolo, «Risarcimento del danno»; Giorgi. vol. V, etc.

«Y considerando que demostrada la existencia del hecho ilícito que produjo daño y el derecho á la indemnización correspondiente, sólo resta determinar la cuantía de la compensación pecuniaria, que, á falta de otro medio más adecuado, y, en la imposibilidad de la reparación en forma específica, satisfaga la necesidad social é individual á la vez, del resarcimiento del daño;

«Que es innegable que en la valuación pecuniaria se presentan dificultades que podrían francamente declararse

insuperables si se tratara de buscar la equivalencia matemática entre el daño moral y una suma de dinero, porque ni la reputación, ni el crédito, ni el honor, ni otros bienes de igual índole pueden encontrar su lugar en una escala de precios, representativos de valores materiales; pero no es esa equivalencia la que se busca como satisfacción al daño sufrido, sino la que según las circunstancias pueda reputarse equitativa en la imposibilidad de poder encontrar otra mejor, ya que por este hecho de no poderla hallar exacta, no debe paralizarse la función del derecho. Así como la ley penal gradúa las multas según la gravedad de los delitos, que tampoco puede encontrar equivalencia exacta en el dinero y así como la ley civil no niega el resarcimiento en casos en que apesar de tratarse de daño material, no es posible la fijación de precios como sucedería con el daño en obras de arte únicas, ó en documentos históricos ó en el caso de daño de derechos condicionales, ó eventuales ó en otros análogos, nada debe obstar tampoco á la reparación del daño moral desde que la imposibilidad de encontrar la equivalencia pecuniaria del daño, no es ni ha sido nunca razón que haya impedido su reparación.

«Que en este caso para la determinación cuantitativa del daño, debe tenerse presente que la ofensa no revistió suma gravedad y, además que no obstante haberse elegido para la injuria el medio poderoso de la prensa diaria, tienen que haber disminuido los daños consiguientes por el hecho de haberse producido la ofensa en un lugar donde, según la prueba recibida era notoria la corrección de procederes del injuriado, y atento á lo dispuesto por el artículo 663 del Código Civil,

Por estos fundamentos se condena á don A. M. B. á satisfacer á don L. B. por concepto de indemnización la suma de quinientos pesos, declarándose de su cargo las costas y costos producidos.

«Ejecutoriada, archívese.

«(Firmados): *Piñeyro—Montero Paullier—Furriol*».

Hemos reproducido íntegramente esta brillantísima sentencia, á la cual sólo nos atrevemos á hacer una observación: la fijación de la cantidad de 500 pesos como indemnización. Esta fijación debió postergarse para el momento de la ejecución de la sentencia. El daño moral en esa estación del juicio se apreciaría con más exactitud,—y se determinaría el destino que se daría á la cantidad á recibirse por el perjudicado. Nada más justo que la publicación en un volumen de todo el proceso judicial y de las sentencias dictadas, que debería efectuarse á costa del demandado; nada más justo que proporcionar al damnificado una reparación. Pero, dentro de lo posible ésta debe ser proporcionada á la reparación moral del perjuicio sufrido. Quinientos pesos, es una suma arbitraria: puede ser mucho y puede ser poco,—porque una cantidad de por sí sola no repara el daño moral: éste se repara con el destino que se da á la cantidad.

CAPÍTULO XXX

DE LA RESPONSABILIDAD PLURAL

El Código Civil en su artículo 1305 dispone que si un delito ha sido cometido por dos ó más personas, cada una de ellas responde solidariamente del daño causado, y que esta regla de solidaridad no es aplicable cuando el daño proviene de cuasi delito, pues en este caso sus autores responderán proporcionalmente.

En esta forma nuestra ley ha resuelto uno de los puntos que ha provocado graves disidencias, principalmente de orden teórico. En Francia, donde el Código Civil no ha resuelto la cuestión, se señalan respecto á la cuestión que plantea la responsabilidad plural por delitos y cuasi delitos, cuatro sintemas: el de la solidaridad perfecta, el de la solidaridad imperfecta, el de la responsabilidad por el todo y el de la responsabilidad por partes viriles. La jurisprudencia se inclina á la solución de que los coautores de un delito civil ó de un cuasi delito, pueden ser perseguidos por el total de los daños y perjuicios.

Laurent sostiene que no procede la solidaridad, y que tampoco procede una responsabilidad por el todo; *no hay ley que declare responsables solidariamente á los coautores de un delito civil ó de un cuasi delito. La solidaridad no se presume. He ahi el principio legal.* ¿Cómo, pues, puede el intérprete declarar á los coautores de un delito solidariamente responsables, cuando la ley no lo ha establecido? «La teoría que sostiene la solidaridad, hace la ley; y lo demostramos exponiendo la doctrina de los autores que admiten la solidaridad. ¿Es una verdadera solidaridad ó es una solidaridad imperfecta? Sobre esta cuestión capitál los autores se dividen. Casi puede decirse que cada autor tiene su sistema. Los más lógicos, los que todavía conservan su respeto por la ley, dicen que los autores de

un delito civil, son solidariamente responsables del mismo modo que los inquilinos de una casa son responsables del incendio sin distinguir entre ellos una solidaridad perfecta ó una solidaridad imperfecta. ¿Porqué la solidaridad tiene lugar de pleno derecho en materia de infracciones penales? No es, se dice, tanto en razón del carácter criminal del acto, sino en razón de su comunidad é indivisibilidad entre los coautores y los cómplices. Cómo es imposible determinar la parte de cada uno, sea en la perpetración de hecho, sea en sus consecuencias perjudiciales, cada uno de ellos debe necesariamente y por la fuerza misma de las cosas ser considerado como siendo individualmente la causa del daño, y reputarse haber cometido él sólo el hecho, independientemente de la participación de los otros. Debe luego, personalmente, todo el daño, y de esto mismo de reparar el daño en su totalidad como si fuese el único autor, resulta que está solidariamente obligado. Basta leer esta argumentación, para convencerse que la solidaridad virtual está establecida, no por el legislador, sino por el intérprete. ¿Qué es una solidaridad que nace de la fuerza de las cosas? He aquí una idea poco jurídica y que los autores del Código se han librado muy bien de consagrarla. Cada autor de un hecho perjudicial, se dice, debe ser reputado el único autor del daño. ¡Debe ser reputado! ¿No es esta una presunción fundada sobre la que corrientemente ocurre? ¿Y pertenece al intérprete establecer las presunciones legales, cuando se trata de una presunción virtualmente legal? Se dice que es imposible dudar el hecho de donde nace la obligación de los diversos deudores? ¿No es esto confundir la indivisibilidad con la solidaridad? ¿Quiere decirse que es imposible á los tribunales dividir la condenación en los daños y perjuicios, porque no se puede determinar la participación que cada uno ha tomado en el hecho perjudicial, ni por consecuencia la parte que debe soportar en la reparación? Este es el sistema de la jurisprudencia. Hagamos notar que la división no es im-

posible desde que los autores autorizan á aquél de los deudores que ha sido condenado por el todo, á exigir de sus condenadores el reembolso, lo que implica la división. Si es posible esta división, es necesario que la obligación le admitiera también. Nuestra conclusión es que la obligación de los coautores de un delito civil no es solidaria ni en virtud de un texto de la ley, ni virtualmente. La consecuencia es muy simple: la obligación se dividirá y en caso de controlación el juez determinará la forma de división, según la naturaleza del hecho perjudicial y según las circunstancias de la causa» [1].

Larombière no participa las ideas del jurisconsulto belga. Dice que no hay duda de que la solidaridad no se presume, pero este principio concierne *exclusivamente á la solidaridad convencional;* este texto legal no es aplicable á las obligaciones que nacen de los delitos y cuasi delitos, porque ellos se forman sin convención; si el artículo 55 del Código Penal, continúa, dispone que hay solidaridad cuando varias personas son condenadas por un mismo crimen ó por un mismo delito, es sin duda, porque es imposible reconocer la parte respectiva de los coautores ó de los cómplices en la perpetración del hecho lo mismo que en el daño realizado. Por esta imputabilidad fundada en la fuerza de las cosas, debe considerarse que cada uno de los coautores HA COMETIDO SOLO el hecho perjudicial. Y de aquí concluía Larombière que la solidaridad existe virtualmente en la ley.

Para Demolombe no puede hablarse de solidaridad,— pues todos los coautores y cómplices deben ser obligados á pagar el total. Baudry Lacantinerie sigue la opinión de Demolombe y dice que las disposiciones de la ley no podrían ser aplicadas, si se dividiera la responsabilidad. Supongamos, dicen Baudry Lacantinerie-Barde, un daño causado por dos personas entre las cuales es imposible deslindar las responsabilidades respectivas, y una de las

(1) Laurent, tomo 17, N.° 320.

cuales es insolvente: ¡no sería profundamente inícuo y manifiestamente contrario á las disposiciones de los textos no imponer más que la mitad de la responsabilidad á cada uno de ellos, cuando la culpa de la que es solvente ha podido causar todo el perjuicio! [1]

La jurisprudencia francesa ha aceptado, por regla general, que todos los coautores de un delito ó cuasi delito respondan solidariamente del perjuicio causado. El Código Civil aleman en su artículo 830 dice que «cuando muchas personas han causado un daño por un hecho ilícito realizado en común, cada uno de ellos es responsable del daño. Ocurrirá lo mismo si no se puede descubrir cual, entre muchos interesados ha causado el daño por sus hechos. Los instigadores y los auxiliares se asimilan á los coautores». Todos son solidariamente responsables de la consecuencia del hecho ilícito, delito ó cuasi delito. Pero, el Código aleman va más adelante. Puede suceder que habiendo varias personas interesadas en un mismo negocio ó acción, no se pueda averiguar cual de ellas fué la que ejecutó el hecho ilícito. En tal caso, hay también solidaridad. Se ha querido así, tener presente el caso de una riña entre varias personas, de la cual resulta un grave daño ó una persona muerta, y los análogos á éste que puedan presentarse.

El Código Federal Suizo de las obligaciones ha establecido también el principio de la solidaridad en estos términos: «Cuando muchas personas en conjunto, han ocasionado un daño, están obligadas á repararlo solidariamente, sin que haya lugar á distinguir entre el instigador, el autor principal, y el cómplice. El juez apreciará si entre ellos hay derecho de repetir los unos contra los otros, y en todo caso decidirá la extensión de este derecho.» El Código Civil austriaco ordena la solidaridad cuando no sea posible determinar la parte de responsabilidad que corresponde á cada uno de los coparticipes en el hecho [2].

(1) Baudry Lacantinerie, Oblig. 2.º, § 1301.
(2) Artículo 1302.

Nuestro Código Civil, en su artículo 1305 ha establecido el principio de la solidaridad para los delitos,—pero ha establecido el principio contrario para los cuasi delitos—respecto de los cuales cada uno de sus autores responde proporcionalmente. Consideramos preferible el criterio de la solidaridad desde que no hay razón ninguna para aplicar criterios distintos á casos idénticos. Ya hemos visto que no debe hacerse distinción entre los delitos y los cuasi delitos; tanto unos como otros son actos ilícitos que deben regirse por los mismos principios [1].

La disposición del inciso 1.º del artículo 1305 del Código Civil aparece en contradición con el artículo 27 del Código Penal. En efecto, esta última disposición dice que sólo el que indebidamente aprovéchase de los efectos del delito estará obligado al resarcimiento en *proporción de lo que hubiere utilizado.* A primera vista, pudiera parecer que esta disposición se encuentra en abierta oposición con el principio de la solidaridad. Pero si se examina atentamente la disposición del Código Penal se descubre que ella se refiere, no al resarcimiento del daño, sino á la restitución de los efectos del delito. El Código Penal ha empleado la palabra *resarcimiento*, donde debió emplear la palabra restitución. Esto, es evidente, porque el artículo 28 del mismo Código Penal dice que la responsabilidad civil, es decir el resarcimiento del daño se rige por las disposiciones del Código Civil. No puede suponerse que en dos artículos sucesivos el legislador estableciese disposieiones contradictorias.

En el inciso 2.º del artículo 1305 del Código Civil se establece que no se aplicará el principio de solidaridad establecido para los delitos respecto de los cuasi delitos, cuyos autores «responderán *proporcionalmente*».

Proporcionalmente, dice la ley, pero cabe preguntar si esa proporcionalidad es con relación al número de coautores ó si ella tiene relación con la eficacia de la acción

---

(1) Véase supra, capítulo I.

de cada uno en la producción del daño, ó si ella debe tomar en consideración la mayor ó menor culpa de cada uno de los coautores.

A prímera vista, pudiera parecer que cuando la ley dice que responderán proporcionalmente, ha querido imponer la división por partes iguales entre todos los que han intervenido en la producción del delito. En efecto, por oposición al principio de la solidaridad aplicable á los coautores de delitos, se impondría el principio opuesto de la simple mancomunidad para los que han intervenido en la perpetración de un cuasi delito. Las obligaciones simplemente mancomunadas se rigen por los principios de las obligaciones divisibles é indivisibles [1] y cuando una obligación es divisible, — como lo sería la de pagar una cantidad de dinero, — la deuda se divide de pleno derecho, y por partes iguales, entre todos los deudores [2].

Sin embargo, esta opinión no resiste á un examen serio. El Código Civil, en su artícnlo 1293, dice que todo hecho ilícito del hombre que causa á otro un daño, impone á aquél por cuyo dolo, culpa ó negligencia ha sucedido, la obligación de repararlo. Y, es evidente, que exigiendo que los tales coautores de un cuasi delito respondan por partes iguales, — se olvidaría este precepto y se impondría á algunos la obligación de indemnizar mayores daños que los que ellos causaron, — y exoneraría á otros de indemnizar parte de los daños por ellos ejecutados. Además, hemos visto que es elemento integrante del criterio de responsabilidad civil fundado en una culpa no contractual, la existencia de un nexo-causal entre la culpa y el daño. Este nexo-eausal no se toma en cuenta si se impone á todos los que intervienen en un cuasi delito la obligación de reparar el daño por partes iguales [3].

Tampoco sería aceptable reputar los daños proporcionalmente á las culpas. Así, como en los casos de culpa

(1) Código Civil, artículo 1363.
(2) Código Civil, artículo 1353.
(3) Véase capítulo ...

común debe aceptarse el criterio que emana del nexo-causal, — y no de la proporción de la culpabilidad, así también al repartirse la responsabilidad que corresponda á los coautores de un cuasi delito, debe seguirse el mismo criterio, que es el criterio legal, — y que hemos considerado como el más ajustado á los principios de la ciencia jurídica.

Es lamentable que nuestro Código no haya seguido el principio de la solidaridad en los cuasi delitos; pero, esto no significa que se deje de lado la doctrina del nexo-causal. La solidaridad autorizaría á la víctima á reclamar la indemnización á cualquiera de los coautores, medida conveniente por las razones que exponen los autores franceses que más arriba hemos reproducido; pero, entre los coautores debe procederse á la repartición atendiendo á la participación eficiente que cada uno de ellos ha tenido en la realización del daño.

Y el mismo criterio debe aplicarse, en nuestra opinión, para resolver las cuestiones que surgirán cuando uno de los coautores de un delito civil ha pagado íntegramente la indemnización. Nos parece que no puede discutirse que este coautor del delito civil que ha reparado íntegramente el perjuicio tiene una acción contra los demás coautores. Algunos autores han desconocido este derecho, — y la ley no ha resuelto expresamente la dificultad. «Como dicen muy bien Baudry Lacantinerie-Barde, no es posible que dependa del capricho ó de la parcialidad del acreedor el hacer pesar toda la carga de la reparación sobre uno solo de los obligados. ¿Por qué el intérprete no podría, á falta de un texto expreso de la ley, inspirarse en la equidad? ¿No es natural que los tribunales que no pueden dejar de juzgar, á pesar de la insuficiencia de la ley, — se coloquen desde este punto de vista?» [1]

Pero si no puede negarse en principio el derecho del coautor á repartir contra los demás coautores parte de la

(1) Baudry Lacantinerie-Barde, Oblig., número 1305.

cantidad que ha pagado, — pueden surgir dudas, — y han surgido respecto de la forma en que debían repartirse estas cantidades. La ley imprevisora respecto del derecho de repartición, lo ha sido por fuerza respecto de la forma en que debe verificarse ésta. Baudry Lacantinerie-Barde se expresan así: «Acabamos de ver que en el sistema de la jurisprudencia, la solidaridad entre los coautores de un delito ó de un cuasi delito, resulta de la imposibilidad de reconocer la parte de cada uno en el daño causado. Pero, según la jurisprudencia, esto no impide que los jueces puedan en las relaciones entre los coautores repartir desigualmente la responsabilidad, de tal suerte, que uno de ellos deba soportar en la reparación una parte superior ó inferior á su parte viril. La unión de estas dos conclusiones no tiene nada de contradictorio. Sin duda, cuando respecto de la víctima del delito ó cuasi delito, es imposible determinar en qué proporción cada uno de los coautores ha participado en el daño causado, la misma imposibilidad existe cuando se trata de resolver las relaciones jurídicas de estos últimos entre sí; pero, si el juicio hace pesar desigualmente la responsabilidad sobre los coautores, es por la apreciación de la gravedad respectiva de las culpas, y no en razón de la influencia que cada una de ellas ha tenido sobre la realización del perjuicio. Así razona la Corte de Casación» (1).

Baudry Lacantinerie - Barde critican acertadamente la argumentación que antecede, — y hacen notar que ella procede de la tendencia de los tribunales á colocarse de un punto de vista penal, — lo que los lleva á una investigación sobre la medida y el alcance de la culpabilidad. «Cuando los jueces reputan una deuda de indemnización entre muchas personas, deben poner á cargo de cada una de ellas una parte de daños y perjuicios proporcional á la parte del perjuicio que ellas han causado. En esta forma aceptan Baudry Lacantinerie-Barde la alteración al

(1) Baudry Lacantinerie-Barde, Oblig., 2.º, 1306.

caso de la repartición de la indemnización entre los coautores de un delito, los principios sobre el nexo-causal entre la culpa y el daño — y su argumentación no puede ser contestada. (1)

Pudieron agregar que no es exacto, como lo afirma la Corte de Casación, que es tan imposible á la víctima del delito como á los coautores del mismo la determinación de la participación eficiente que cada uno de ellos ha tenido en la producción del daño. La víctima del delito si quiere hacer una investigación tropezará con grandes dificultades, — y los primeros en entorpecer todo esclarecimiento de los hechos serán los coautores. Pero, una vez declarada la responsabilidad solidaria de éstos, — y una vez pagada la indemnización, — cuando llegue el momento de deslindar responsabilidades enfre los coautores, — éstos ya se encargarán de aportar todos los elementos de juicio necesarios para determinar cuál ha sido la proporción en que la acción de cada uno intervino para la producción del efecto daño. Y si no fuera posible precisar el alcance de esta proporción, — la responsabilidad se dividirá por partes iguales.

---

(1) **Baudry Lacantinerie-Barde, Oblig., 2. , 1306.**

CAPÍTULO XXXI

PERSONAS QUE PUEDEN ENTABLAR LA ACCIÓN DE RESPONSABILIDAD ¿CONTRA QUIEN? — SU TRASMISIÓN.—LA CESIÓN.—PRESCRIPCIÓN.

Toda víctima de un delito ó cuasi delito tiene en su favor una acción para reclamar una indemnización de los daños y perjuicios sufridos. Y, es evidente que si son varias las personas perjudicadas, todas ellas tienen derecho para exigir una indemnización equivalente al daño experimentado. No hay solidaridad activa en materia de delitos y cuasi delitos. Y la acción se concede contra el autor ó los autores del hecho ilícito, comprendiendo entre los autores á todos aquellos que de algún modo hubiesen concurrido á su comisión.

El Código Penal ha establecido en su artículo 26, que la responsabilidad civil se trasmite á los herederos del ofensor y puede ser exigida por las del ofendido, hasta donde alcancen los bienes dejados por aquél. Y el Código de Instrucción Criminal dispone en su artículo 197 lo siguiente: « Es prohibida la cesión de acciones ó derechos que tengan por objeto indemnizaciones pecuniarias procedentes de delitos ».

Llama la atención este precepto del Código de Instrucción Criminal, que prohibe en absoluto las cesiones de las acciones civiles que nacen de los delitos, sobre todo si se recuerda que el artículo 2187 del Código Civil ha autorizado expresamente la transación sobre este género de derechos exclusivamente pecunarios. Pero, la disposición del Código de Instrucción Criminal es terminante [1].

Dispone el Código Civil en su artículo 1306 que la

(1) Véase sobre este particular, Fanstrn Helie, «De l'instruction Criminelle», tomo 2.°, página 56 y siguientes, § 608 y siguientes.

acción concedida al damnificado se prescribe en cuatro años contados desde la perpetración del hecho ilícito, salvo que este consista en una infracción reprimida por la ley criminal en cuyo caso la acción civil por el daño estará sujeta á la misma prescripción que el delito ó cuasi delito.

INFORME

Presentado por el Decano de la Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria, doctor Miguel Lapeyre, sobre el funcionamiento de los Liceos Departamentales en los meses de Diciembre de 1913 y Enero de 1914.

INFORME

Presentado por el Decano de la Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria, doctor Miguel Lapeyre, sobre el funcionamiento de los Liceos Departamentales en los meses de Diciembre de 1913 y Enero de 1914.

Honorable Consejo de Enseñanza Secundaria y Preparatoria:

Cumplo con el deber de presentar á V. H. el Informe correspondiente á los exámenes verificados en los 18 Liceos Departamentales, durante los meses de Diciembre de 1913 y Enero de 1914, y en los Colegios Habilitados de Paysandú y Colonia Valdense. Como V. H. podrá verificarlo por las actas que existen en la Secretaría de esta Sección, los resultados alcanzados son, en general, muy satisfactorios, no obstante los obstáculos que ha habido que vencer, dada la poca preparación de los alumnos que ingresan.

I

ELEMENTOS QUE FORMAN FL LICEO. — EL ARTÍCULO 3.º DE LA LEY DE 1912. — EL CERTIFICADO DE 5.º AÑO. — EL EXAMEN DE INGRESO.

Al ocuparme el año pasado de los alumnos que pueblan los Liceos, llamé la atención del Honorable Consejo respecto á la falta de preparación con que ingresan, y decía que debía insistirse en el pedido de derogación del ar-

tículo 3.º de la ley de 1912, que permite el acceso á todo el que haya cursado el tercer año en las Escuelas Rurales, ó el quinto año en las Urbanas. Decía más, Honorable Consejo: que al amparo de esa disposición se habían formado Liceos con un número crecido de alumnos, sin la preparación previa para iniciarse en el estudio de las materias que forman la Enseñanza Secundaria. Aquella disposición fué derogada en parte, pero subsiste todavía en cuanto admite como prueba de competencia, el certificado de 5.º año. Quiere decir, pues, que los efectos perniciosos de esa disposición persisten y persistirán mientras no sea derogada por completo. Es necesario palpar de cerca sus efectos, para darse cuenta acabada de los perjuicios que causa á esa multitud de jóvenes — lanzados los más de ellos por los propios padres — en una tarea imposible ó difícil de vencer. Esa disposición resulta doblemente perjudicial por la forma en que ha sido interpretada, y de allí provienen los abusos y los fracasos. El certificado de haber cursado el 5.º año en las Escuelas del Estado, no es una prueba de saber. El haber cursado el año, no quiere decir que se haya ganado, sobre todo, tratándose de exámenes de Instrucción Primaria, en los que no existe la prueba individual. Se aprueba la clase en conjunto, y esa preparación general es el título que acredita al maestro que la dirige, sin que en ningún caso pueda servir como elemento de juicio para probar la competencia de un alumno. Basta recordar el procedimiento de los exámenes en las Escuelas, para convencerse de lo que afirmo. Se examina la clase, pero no al alumno, de manera que aún cuando aquélla obtenga muy buen resultado, no se proporciona el antecedente que ha de servir de criterio para distinguir al alumno aprovechado del que no lo es. Y eso se ha palpado en todos los casos, y se continuará palpando, mientras no se ponga remedio al mal. Creo que la verdadera solución para los Liceos sería aquella que exigiese el examen de ingreso para todos, en la misma forma y con arreglo á los programas vigentes.

Los propios directores de Liceos, los profesores, todo el personal enseñante, un una palabra, está conteste en que no es posible continuar como hasta el presente, á menos de que se malogre, en gran parte, el esfuerzo de esa juventud que ha ido al fracaso en una proporción que no debería existir dado el empeño y el acierto con que se ha trabajado en la mayoría de los Liceos. Un número de 10, 15 ó 20 en cada Liceo, importa la repetición de hechos que hablan claramente en pro de la tesis que sostengo. Por lo general, los alumnos que se inscriben con el simple certificado de haber cursado el 5.º año en las Escuelas públicas, no pueden seguir los estudios liceales conjuntamente con los demás que han pasado la prueba del examen, y de ahí que más de una vez los señores Directores hayan recurrido al procedimiento de formar grupos distintos. Tal procedimiento empezaba ya á generalizarse y habria seguido, si una sabia resolución de ese Honorable Consejo no hubiese puesto fin á ese género de peticiones degeneradas en abusos.

La derogación de la ley se impone, pero pienso que antes de que sea un hecho esa medida, habrá transcurrido un tiempo considerable. En el intertanto, pues, podría llevarse de inmediato á la práctica el proyecto presentado por un distinguido miembro de la Dirección General de Instrucción Primaria, del que el Honorable Consejo tiene conocimiento. Me refiero á la creación de una clase de Ingreso ó Preparatoria, en cada Liceo, debidamente dotada y dirigida por persona competente. Se habrían evitado así los inconvenientes y los perjuicios que produce el régimen actual, y se subsanarían los tropiezos y escollos porque tiene que pasar, sin probabilidades de éxito, ese crecido número de ingresantes en el año. Más de un alumno ingresado con certificado del 5.º año de las Escuelas del Estado, ha tenido que desistir de su idea por no poder continuar los estudios liceales, y optar por prepararse para el examen previo y hacer su prueba final. Pues bien: ese estudio de completación, que en otro caso

le habría servido de preparación suficiente, no bastó al candidato y éste fué desechado por el tribunal examinador. Otro caso: varios estudiantes ingresan en uno de los Liceos más apartados de la República, con una deficiencia tal que, no obstante los esfuerzos y la dedicación especial de sus profesores, apenas si llegan á dominar durante el año la división de los números enteros. Y como este podríamos citar muchos, en distintos Liceos, lo que demuestra que el mal es general y común, y que los certificados de ese origen, lejos de ser una garantía de competencia para el alumno que se incorpora, constituyen un mal gravísimo, que lo coloca en la pendiente insalvable de la pérdida del año. La Enseñanza Secundaria es, como la palabra lo dice, la continuación de la Enseñanza Primaria, y, por consecuencia, lo lógico y natural sería exigir en cada caso la completación de una antes de iniciarse en la otra.

En el año 1909, al presentar el proyecto de Enseñanza Secundaria que rige hoy (con algunas variantes en cuanto al número de asignaturas y forma de exámenes), decía en uno de sus fundamentos: «El proyecto de Enseñanza « Secundaria supone que al ingresar el estudiante á ella, « ha terminado la enseñanza primaria de las Escuelas de « tercer grado, para lo cual, deberá presentar el certifi- « cado correspondiente ó rendir un examen con arreglo « á los programas de esas Escuelas». Si bien se aceptó el pensamiento en el principio, en la práctica se admitió también el examen con arreglo á los programas del 5.º año, aduciéndose como argumento fundamental que la carencia de Escuelas de tercer grado en númeno suficiente, haría gravosa la situación de los padres poco acaudalados, llegándose por vía de conciliación al plan actualmente en vigencia.

Tengo conciencia de que el resultado entre nosotros, tampoco es satisfactorio, y que una parte importante de los iniciados en el primer año de Enseñanza Secundaria, fracasa precisamente por la falta de preparación.

Así se explica que el número de no aprobados en el primer año sea siempre muy superior al de segundo año y siguientes. No es la falta de estudio en el año la única causa de fracaso del alumno; su falta de preparación, su poco desarrollo mental, su tierna edad, etc., son factores que influyen para que en la mayoría de los casos no comprenda ni se de cuenta de lo que explica el Profesor. Esto mismo, con caracteres más graves, ocurre en los Liceos. Se ha creído favorecerlos con una ley en apariencia liberal, y se les ha perjudicado; se ha tenido acaso la idea de favorecer al alumno acelerando su preparación, pero no se ha comprendido que facilidades de ese género se tornan siempre en perjuicio del propio estudiante. Debe cesar pues, este estado de cosas, esta admisión de jóvenes sin la preparación previa, y por eso creo de mi deber insistir para que las autoridades universitarias gestionen la derogación de la ley de 1912 en la parte relativa, restableciendo para todos el examen de ingreso, sin perjuicio de crear de inmediato, en cada Liceo, una clase preparatoria con el fin que dejo expresado.

II

LOS EXÁMENES DE LOS LICEOS. — COMPOSICIÓN DE LOS TRIBUNALES EXAMINADORES. — LAS COMISIONES UNIVERSITARIAS. — LOS PROFESORES LICEALES.

Los exámenes en los diez y ocho Liceos Departamentales se efectuaron sin tropiezo alguno, entre los días 30 de Noviembre de 1913 y 16 de Enero del corriente año. Se realizó esa tarea por cuatro comisiones delegadas de la Universidad; la primera, encargada de recibir los exámenes en Rocha y Treinta y Tres; la segunda, los de Maldonado, San José, Florida, Flores, Durazno, Tacuarembó y Rivera; la tercera, los de Minas; y la cuarta, los de Colonia, Canelones, Cerro Largo, Mercedes, Río

Negro, Paysandú, Salto y Artigas, así como también los de los Colegios habilitados en Paysandú y Colonia Valdense. No obstante la corrección y armonía con que se efectuaron esas pruebas, alguna vez hubo necesidad de hacer comprender á más de un examinador de los que integran las mesas por ministerio de la ley (Profesores del Liceo), la responsabilidad que contraen desde el momento en que son llamados á formar parte del Tribunal. El examinador debe ser para el alumno un amigo, pero debe también ser un juez llamado á apreciar su preparación y competencia, sin preconceptos de ninguna clase y en ningún sentido. Una rigurosidad exagerada y una exagerada benevolencia, conduce á idéntico fin, y siempre en perjuicio del estudiante. Dado el carácter que tienen hoy los estudios secundarios, y el desarrollo de la cultura que con ellos se persigue en primer término, el criterio de los Tribunales examinadores ha tenido que ser, y ha sido en verdad, benévolo — indulgente si se quiere — y con arreglo á ese principio he trazado á cada Comisión su línea de conducta, dejando en cada caso constancia expresa. Y, sin embargo, Honorable Consejo, cada vez que la falta de preparación de un alumno ha colocado al Tribunal en la imperiosa necesidad de resolver su aplazamiento, se ha notado cierto espíritu de resistencia de parte de los señores profesores liceales, que sin el control universitario, habrían llegado á desaciertos é injusticias de todo orden. Y se explica el hecho, Honorable Consejo, cuando se tiene presente que en pequeñas localidades todos son amigos y conocidos, que el fracaso de un estudiante lastima igualmente á su profesor y á su amigo. Por otra parte, los profesores tienen interés material en el éxito de los exámenes; todos ellos son empleados interinos que persiguen la consolidación de los puestos en el resultado de sus alumnos, sea ese resultado real ó aparente. El Profesor del Liceo, por regla general, no debe examinar al alumno, siquiera por un lapso de tiempo no menor de cuatro años, y hasta tanto no consolide su po-

sición definitiva de tal profesor. Tan es verdad lo que expreso, Honorable Consejo, que algunos profesores liceales—hoy separados de sus puestos — y otros que seguirán el mismo camino si no vuelven sobre sus pasos — limitaban sus interrogaciones siempre á los mismos puntos, obligando con su conducta á que los Presidentes de las Comisiones los excluyeran de esa tarea. Otros, menos escrupulosos, habían llegado á ponerse de acuerdo con sus alumnos, combinando de antemano las preguntas que constituirían los temas en el momento del examen. Estas prácticas, estos abusos que de haberse comprobado debidamente, habrían dado motivo para un pedido de separación inmediata, fueron motivo suficiente para que las Comisiones universitarias hicieran sentir el principio de autoridad. Puedo afirmar, Honorable Consejo, que en todos y cada uno de los casos producidos, el principio de justicia se impuso en todas sus manifestaciones.

Las Comisiones universitarias han llenado su cometido á satisfacción. Si bien el ideal en este caso sería que una misma Comisión tomara todos los exámenes de los Liceos, para mantener la unidad de criterio, en la práctica, hoy por hoy, es absolutamente irrealizable, dado el número de aquellos y el de alumnos que concurren á cada uno. Si alguna vez esa falta de unidad en el criterio ha podido traslucirse, ha sido por excepción en casos contados, pero sin lesionar nunca intereses de nadie. Las pruebas de preparación y competencia en el plan de Enseñanza Secundaria, tal como éste se ha implantado y con el carácter que aquéllas tienen en el plan vigente, difieren un tanto de las que se exigen en la Enseñanza Preparatoria. La benevolencia de criterio en nada perjudica — por el contrario, beneficia — desde que su fin principal consiste en propender á la cultura general del alumno, al desarrollo de sus facultades y al perfeccionamiento de su conducta. Por consiguiente, no puede ni debe confundirse este género de pruebas con las que se exigen en los estudios que constituyen el plan de Bachillerato, y que for-

man el fundamento y antecedente de la Enseñanza Superior y Profesional. Si en este caso la relativa severidad se explica y se impone como condición necesaria para que el alumno pueda continuar sus estudios superiores con provecho, en los Estudios Secundarios no existe ni ese peligro, ni ese interés. Esa es la causa del criterio benigno con que han procedido las Comisiones examinadoras, y de allí procede mi observación severa respecto á los profesores liceales.

El Reglamento de exámenes para la Enseñanza Secundaria, dictado en 23 de Octubre de 1912, establece «que terminado el examen de cada alumno, el Tribunal cambiará ideas sobre su resultado, examinará los trabajos prácticos realizados en el examen, y también los realizados en las clases (ó algunos de éstos); se oirá á los profesores presentes sobre los antecedentes del alumno, en cuanto á la laboriosidad, conducta, desarrollo mental, conocimientos y aptitudes; se verán los antecedentes de los exámenes anteriores, todo lo cual se tomará en cuenta en el grado que se crea justo, y finalmente se procederá á su calificación.» La Comisión examinadora trató de cumplir al pie de la letra todo cuanto se expresa en la parte relativa, y se ha visto en la necesidad de separarse en algo de lo que en él se expresa (quiero referirme á los informes que el profesor ó profesores deben dar sobre la conducta y aplicación del alumno). Ha habido alumno que se ha presentado á la prueba oral sin resolver ninguno de los ejercicios señalados por el Tribunal en la prueba práctica. No ha hecho ejercicios durante el año, ó al menos no se han presentado á la Mesa. No ha sabido tampoco desenvolverse en la prueba oral, y, no obs tante ese conjunto de factores — todos ellos negativos — que evidencian la falta absoluta de preparación, el Director del Liceo ha pretendido que se diera preferencia decisoria á su informe de clase. Si la Comisión universi-

taria hubiese pecado de exigente, si se tratase de un caso aislado, si la repetición de éstos no se hubiese producido en la misma Institución, nada diría; pero la benignidad del criterio con que se ha juzgado á todo estudiante, las interrogaciones de carácter general, la supresión del detalle, etc., son circunstancias más que atendibles para que el Honorable Consejo se persuada de que muchas veces esos informes no son el reflejo de la verdad, y que, al abrigo de éstos, se pretende dar patente de preparación y cultura á estudiantes que no la tienen. No hay para qué decir que las Comisiones delegadas de la Universidad no han utilizado, en casos semejantes, dichos informes como elemento de juicio. Dicho sea en honor á la verdad, esas observaciones sólo dicen relación con ciertos y determinados Liceos, desde que la mayoría de éstos han presentado los datos, antecedentes, informes, etc., en forma que coincide con el resultado del examen prestado por cada alumno. Si he historiado el hecho en este informe; más ha sido para dejar constancia expresa, que como recriminación concreta y determinada. Creo que el silencio, tratándose de hechos de esta naturaleza, es siempre malo y que, por consiguiente, no debe guardarse, siquiera sea como un medio, si no de protesta, de reprobación, que ejemplarice á los que, en igual caso, desearen imitarlos.

III

EL SISTEMA DE EXAMEN.—LOS EXÁMENES DE CONJUNTO.—SUS VENTAJAS Y SUS INCONVENIENTES.—NECESIDAD DE SU REFORMA.

El examen de conjunto, impuesto como prueba de suficiencia en la Enseñanza Secundaria, no ha dado el resultado que se calculó al establecerlo. Desde luego, resulta una carga demasiado pesada para los examinandos y para los

examinadores. Para los examinandos, porque los obliga á esfuerzos relativamentes supremos, y la mayor parte de las veces sin resultados. El estudiante es interrogado por espacio de 30 ó 40 minutos — según se trate de un examen de 1.º ó 2.º año — sobre puntos que se refieren á seis, ocho y hasta diez de las materias que forman el plan de estudios, y por más que todas esas interrogaciones son de carácter general, con supresión de todo detalle sin importancia, ese estudiante, en la generalidad de los casos, acaba por abotagarse sin darse cuenta siquiera de lo que le pregunta el examinador. El estudiante, en casi todos los casos, no puede prepararse en un número tan crecidos de asignaturas para una prueba de conjunto, y si muchos lo hacen, es debido á un esfuerzo y á una constancia extrema. Durante el tiempo que lleva de implantación ese sistema, he podido comprobar de cerca los inconvenientes graves que se palpan en la práctica, ya se trate de la propia Sección de Enseñanza Secundaria en la capital, ya se trate de los Liceos Departamentales. Un estudiante joven no puede abarcar ni dominar en un acto cuestiones tan diversas y heterogéneas. La preparación de ocho y nueve materias para una sola prueba, supone, como he dicho, un esfuerzo excepcional y único, sin que en ningún caso pueda afirmarse que el estudiante sometido á esa misma prueba lo hace en condiciones de seguridad y competencia. Las múltiples cuestiones que fluyen del estudio de esas diversas asignaturas, por más generales y claras que parezcan, exigen de parte del estudiante un trabajo mental extraordinario. Suprimido lo accesorio de esas materias, limitado su estudio á la parte más general y práctica, aún así, el estudiante acaba por abotagarse. Puede hacerse el examen lo más sencillo que se conciba, limitarlo, si se quiere, á los principios generales de cada asignatura, como sucede en la práctica, y aún así habrá que reconocer la impotencia del alumno para soportarlo con éxito.

Igual cabe decir respecto de los examinadores. Entre

nosotros no es común que los señores profesores dominen el conocimiento de varias materias, y si hay alguno en esas condiciones, es por vía de excepción, sin que pueda servir ello de ejemplo para erigirse en principio de un sistema universitario. De ahí que en la práctica sea imposible cumplir estrictamente lo que prescribe la resolución del Honorable Consejo del 23 de Octubre de 1912: «Se en-
« tenderá — dice esa resolución — que en manera alguna
« vota cada Profesor sobre una materia, si no que votan
« todos y cada uno de los examinadores sobre la aprecia-
« ción general de todos los elementos de juicio antes enu-
« merados, al efecto de resolver el hecho fundamental
« sobre el cual recae el efecto del examen, á saber: si
« el alumno debe pasar á cursar el año siguiente de es-
« tudios ó repetir el mismo año». Pues bien; en todos los exámenes habidos, ya se trate de los de la Sección de Enseñanza Secundaria como de los de los Liceos Departamentales, la mayoría de los examinadores, por no decir la totalidad, se han resistido siempre á formar opinión por el conjunto del examen. Esfuerzos titánicos han sido necesarios para vencer aquellas resistencias y convencerlos de que el precepto universitario así lo establece para este orden de estudios. Se han tenido presente los otros elementos de juicio, antecedentes del estudiante, inteligencia, competencia, laboriosidad, etc., pero siempre con la tendencia marcada á relacionarlos con la materia que enseñan ó profesan. En todos los casos he insistido, formando artículo de la cuestión, pero siempre se me ha discutido por el profesor ó profesores su incompetencia para juzgar al alumno sobre su preparación en otra asignatura. Desaparece, pues, la verdadera garantía, el verdadero contralor, el voto consciente de cada uno de los examinadores. Por otra parte, el examen de conjunto resulta para el examinador un acto doblemente pesado y aburrido, no sólo por el esfuerzo de atención permanente que exige el voto sereno y reflexivo, sino también en la condición en que lo coloca su turno de preguntar una vez

en cuarenta y cinco minutos. Y esa atención es tan necesaria, que sin ella el examinador votaría inconsciente y arbitrariamente, por simples referencias de sus compañeros. El acto del examen debe resultar agradable y simpático para el que lo pasa como para el que lo recibe. No debe de ninguna manera quitársele la solemnidad, aumentársela si es posible, pero en forma amigable, respetuosa y de provecho para todos.

Creo que el examen por materia en un plan de Enseñanza que persigue en primer término el desarrollo de la cultura del pueblo, es inconveniente, mejor dicho, es perjudicial, y si á ello se agrega el número crecido de las materias que forman el ciclo de estudios, más perjudicial resulta y mayores son sus inconvenientes. Creo que el sistema del examen de conjunto es el más aplicable á la Enseñanza Secundaria, porque el fin principal de ésta no consiste en depositar en el cerebro de cada alumno mayor suma de conocimientos, sino facilitar y desarrollar su educación y su cultura, pero creo también que debe ser bien concebido y mejor reglamentado. Ya en la Sección de Enseñanza Secundaria empiezan á palparse los resultados del examen de conjunto por el horror con que lo miran los estudiantes del año. Una buena parte huye de él y va á la prueba del examen libre por materia, llegándose á alcanzar por ese procedimiento un porcentaje numeroso de estudiantes aprobados. Corre el peligro de que la idea cunda y se extienda á los Liceos de campaña, y entonces se habrán malogrado las conquistas alcanzadas en materia de educación y cultura. Si entre nosotros la enseñanza reglamentada y regular da resultados muy superiores al libre, cualquiera sea el orden de que se trate, mayores tienen que ser en los Liceos Departamentales, por cuya razón debe ser ella protegida por todos los medios y en toda forma.

Nada de esto me toma de sorpresa, y creo que igual cosa les ocurrirá á algunos miembros del Honorahle Consejo. Cuando la Comisión nombrada de su seno informó

aconsejando el examen de conjunto como prueba final de curso, manifesté en discusión general que la forma aconsejada hacía presagiar, sino un desastre, algo parecido al menos; que el procedimiento del examen en la forma proyectada, desnaturalizaría el propio plan de estudios; y que el fin que se perseguía no llegaría á alcanzarse. Los hechos me han dado la razón, y esta es la hora, Honorable Consejo, en que convencido del fracaso que ha dado la prueba de conjunto, busco el remedio en pro de la conservación del plan de estudios vigente. Verdad sea dicha, los resultados del examen de conjunto son muy superiores en los Liceos, comparados con los exámenes de la capital, pero eso no quiere decir que no les sean aplicables las razones formuladas en este informe para alcanzar su reforma.

La solución de este problema en mi concepto, está en el término medio de los dos sistema: en la formación de grupos de materias similares, estableciendo un examen en cada caso; así, por ejemplo, en el primer año se darían dos exámenes: uno que comprendería Idioma Castellano, Geografía é Historia Americana y Nacional, y el otro las Matemáticas, la Historia Natural y el Francés. Ese procedimiento se continuaría en los años subsiguientes, formando los grupos con las materias que mayor semejanza ó relación guarden entre sí. Dentro, pues, del sistema vigente, sin llegar al extremo opuesto, llegaríamos á adoptar un procedimiento que consulta los verdaderos intereses de la enseñanza, y, por consecuencia, los de los estudiantes.

Si el Honorable Consejo compartiese en principio las ideas expuestas sobre el particular, podría tomar estas conclusiones como fundamento de un proyecto de reforma á discutirse en una de las sesiones próximas.

IV

RESULTADO DE LOS EXÁMENES.—ESTADO COMPARATIVO.—EXÁMENES DE 2.º AÑO.—EXÁMENES DE 1.er AÑO

El resultado de los exámenes, en general, es sumamente satisfactorio, pudiendo afirmar, sin duda alguna, que se ha llegado á donde no era de esperarse en el corto tiempo que llevan de instalación, y dadas las múltiples dificultades que ha habido que vencer, parte por defectos en el personal técnico, y mayor aún por la falta de preparación en los alumnos que ingresan. Sin embargo, esas deficiencias se han suplido en parte con el entusiasmo y perseverancia con que han trabajado la mayoría de los profesores y alumnos. Puede afirmarse que una gran parte de los Liceos ha respondido á la idea que se tuvo en vista en el acto de la creación, destacándose en primer término los de Cerro Largo, Florida y Salto, por la preparación de sus alumnos, por su educación y por su cultura. Si para alguien fué dudoso el problema liceal, hoy no se discuten ni su importancia, ni sus resultados: la labor ha sido perseverante y sus frutos empiezan á cosecharse. No se exagera al afirmar que en determinados Liceos de la República se estudia y se aprende como en la capital, y no nos equivocamos si decimos que en algunos se estudia y se aprende más. Esto no quiere decir que no haya reformas que practicar.

El adelanto alcanzado por los Liceos es marcadísimo en general, si no por la preparación del alumno, por su educación y cultura, por el ambiente que se desarrolla, por el orden de relación que se establece, por el conjunto de caracteres que se forman y por los principios inapreciables de enseñanza moral é intelectual. El principio liceal es hoy en la República símbolo de admiración y de respeto, y juzgada su institución como necesaria para e

progreso y desenvolvimiento de la vida social. Tales conceptos importan un título de honor á favor de la ley que los creó, y si en algún caso pudiera discutirse su importancia y sus progresos, bastaría apuntar su grado de cultura para afirmar que cada uno había cumplido su misión.

El número de estudiantes inscriptos al abrirse los cursos fué de 969. Se presentaron á examen el 78 °/o, de los cuales merecieron nota de aprobación el 77 1/2 °/o, siendo calificados como muy buenos el 15 1/2 °/o y el 10 1/2 °/o como sobresalientes, á saber:

Observados para el año próximo:

MOVIMIENTO LICEAL

Alumnos inscriptos	Examinados	Aprobados	No aprobados	Muy buenos	Sobresalientes	Porcentaje: De aprobados	Porcentaje: De no aprobados	Porcentaje: De muy bueno	Porcentaje: De sobresalientes
969	770	597	173	118	83	77 1/2 °/o	22 °/o	15 1/2 °/o	10 1/2 °/o

Observados para el año próximo: 187, ó sea el 24 °/o.

Resultado comparativo

LICEOS EN LOS QUE SE HA CURSADO 1.° Y 2.° AÑO

	Alumnos inscriptos	Examinados	Aprobados	No aprobados	Muy buenos	Sobresalientes
Liceo de Florida	42	38	37	1	6	12
» » Cerro Largo	52	38	34	4	9	9
» » Trinidad	48	34	31	3	4	7
» » Colonia	53	33	29	4	10	6
» » Salto	87	78	63	15	19	7
» » Tacuarembó	61	43	37	6	7	8
» » Rocha	59	45	36	9	8	3
» » Rio Negro	51	41	29	12	8	3
» » Paysandú	78	56	37	19	4	4
» » Minas	55	48	31	17	3	6
» » Mercedes	88	71	37	34	3	2

Porcentaje de aprobados

CALIFICACIONES ALCANZADAS EN CADA AÑO

	Aprobados	Muy buenos	Sobresalientes
Liceo de Florida. . . .	97 %	16 %	32 %
» » Cerro Largo . .	89 »	26 »	26 »
» » Trinidad . . .	91 »	16 »	22 »
» » Colonia . . .	87 »	34 »	20 »
. » Tacuarembó . .	86 »	18 »	21 »
» » Salto	80 »	30 »	11 »
» » Rocha	80 »	22 »	8 »
» » Río Negro . .	70 »	27 »	10 »
» » Minas	64 »	9 »	16 »
» » Paysandú. . .	66 »	10 »	10 »
» » Mercedes . . .	52 »	8 »	5 »

LICEOS DE PRIMER AÑO

	Estudiantes inscriptos	Examinados	Aprobados	No aprobados	Muy buenos	Sobresalientes
Liceo de San José. . .	101	61	57	4	10	8
» » Durazno. . .	66	45	40	5	10	5
» » Maldonado . .	31	24	21	3	6	2
» » Rivera . . .	42	17	14	3	4	4
» » Canelones . .	40	23	17	6	3	4
» » Artigas . . .	29	16	11	5	2	1
» » Treinta y Tres.	55	34	22	12	1	1

Porcentaje de aprobados

CLASIFICACIONES DE CADA LICEO

	Aprobados	Muy buenos	Sobresalientes
Liceo de San José. . .	92 %	17 %	14 %
» » Durazno . . .	88 »	23 »	12 »
» » Maldonado . .	87 »	28 »	9 »
» » Rivera. . . .	82 »	28 »	28 »
» » Canelones . .	73 »	17 »	23 »
» » Artigas . . .	68 »	18 »	9 »
» » Treinta y Tres.	64 »	4 »	4 »

Los cuadros que anteceden, no demuestran por si solos el verdadero estado de cada Liceo. El porcentaje de sobresalientes puede ser mayor en uno, sin que por esa única causa pueda decirse que su estado es superior á otro. Es necesario fijarse en el resultado de conjunto para no llegar á conceptos y apreciaciones erróneas. El Liceo del Salto, por ejemplo, uno de los mejores de la República, sólo ha alcanzado un once por ciento de sobresalientes, por más que su conjunto general sea notable. Tiene en su haber casi el porcentaje mayor de Muy Buenos, lo que, agregado á los Sobresalientes, arroja un total de 41 o/o. Es este el coeficiente que *en igualdad de condiciones* demuestra el verdadero estado de la institución, el grado de adelanto, su ambiente y la asiduidad y perseverancia con que se ha trabajado. Igual cosa cabría decir del Liceo de Colonia que tiene á su favor un 20 o/o de sobresalientes y un 34 o/o de muy buenos, ó sea el 54 o/o de estudiantes aprovechados que han puesto de manifiesto el empeño y el entusiasmo con que se trabaja. Y, sin embargo, apreciado en sus resultados por el porcentaje de sobresalientes, apenas si le corresponde el quinto ó sexto puesto.

Esa circunstancia, pues, se ha tenido presente para llegar á la verdadera conclusión, tomada con arreglo y proporción al número de estudiantes que se presentan á examen.

Resumen

LICEOS DE 1.º Y 2.º AÑO

	Porcentaje de Muy buenos	Porcentaje de Sobresalientes	TOTAL
Liceo de Cerro Largo	26 o/o	26 o/o	52 o/o
» » Florida	16 »	32 »	48 »
» » Colonia	34 »	20 »	54 »
» » Salto	30 »	11 »	41 »
» » Tacuarembó	18 »	21 »	39 »
» » Trinidad	16 »	22 »	38 »
» » Rocha	2 »	8 »	30 »
» » Río Negro	27 »	10 »	37 »
» » Minas	9 »	16 »	25 »
» » Paysandú	10 »	10 »	20 »
» » Mercedes	8 »	5 »	13 »

LICEOS DE 1.er AÑO

	Porcentaje de Muy buenos	Porcentaje de Sobresalientes	TOTAL
Liceo de Rivera	28 %	28 %	56 %
» » Canelones . . .	17 »	23 »	40 »
» » Maldonado . . .	28 »	9 »	36 »
» » San José . . .	17 »	14 »	31 »
» » Durazno. . . .	23 »	12 »	35 »
» » Artigas	18 »	9 »	27 »
» » Treinta y Tres. .	4 »	4 »	8 »

A los datos que acaban de consignarse en el resumen que antecede, debe agregarse otro de capital importancia, que he creído conveniente analizar al final para mayor claridad, dada la gravedad que encierra. En los cuadros que anteceden, se toma como base el número de estudiantes que se presentan á examen, pero nada se dice con referencia al número de los que se inscriben á principio de año. La diferencia entre una y otra inscripción es tan grande, que analizada con atención acusa un estado muy distinto del que resulta de esos mismos cuadros. En efecto: hay Directores de Liceo que han presentado á la inscripción, para exámenes, á un 60, un 50 y en algunos casos apenas un 40 % de sus discípulos, de donde se deduce claramente que mientras unos presentan á la prueba final el número razonable de inscriptos, otros hacen selección de los elementos más aprovechados, acaso para alcanzar así un resultado más favorable á su Liceo, sea aquél real ó aparente. Es explicable siempre la disminución de un 20 y hasta un 25 %, pero nunca en la forma desproporcionada con que aparece, especialmente en algunos Liceos de primer año. Se explica así el estado sobresaliente con que figuran aparentemente algunos Liceos, cuando en realidad ni son tales, ni se les puede exigir una preparación tan completa, dada su reciente creación y los inconvenien-

tes que han tenido que vencer. Transcribo á continuación el cuadro comparativo del número de alumnos inscriptos el día de la apertura de los cursos y el de presentados á la prueba del examen:

LICEOS DE 1.° Y 2.° AÑO

	Inscriptos al iniciarse los cursos	Presentados á examen	Porcentaje de la disminución
Liceo de Florida	42	38	10 %
» » Cerro Largo . .	52	38	17 »
» » Salto.	87	78	12 »
» » Minas	55	48	13 »
» » Rocha	59	45	24 »
» » Trinidad . . .	48	34	30 »
» » Tacuarembó . .	61	43	30 »
» » Rio Negro . . .	51	41	20 »
» » Paysandú . . .	78	56	29 »
» » Colonia	53	33	38 »
» » Mercedes . . .	88	71	19 »

LICEOS DE 1.er AÑO

	Inscriptos al iniciarse los cursos	Presentados á examen	Porcentaje de la disminución
Liceo de San José . . .	101	61	40 %
» » Durazno. . . .	66	45	32 »
» » Rivera	42	17	60 »
» » Maldonado . . .	31	24	24 »
» » Canelones . . .	40	23	43 »
» » Artigas	29	16	46 »
» » Treinta y Tres .	54	34	40 »

Consultando, pues, el resultado final de cada uno de los Liceos, con arreglo á todos y cada uno de los factores que se han examinado: teniendo en cuenta, por otra parte, la inscripción de cada uno, el número de los presentados y el de las calificaciones de los alumnos en cada caso, los referidos Liceos deben ser clasificados en la forma siguientes:

LICEOS DE 1.^{er} Y 2.^{o} AÑO

Sobresalientes

Liceo de Cerro Largo. Ídem ídem de Florida. Ídem ídem de Salto.

Muy buenos

Liceo de Trinidad, Ídem ídem de Tacuarembó. Ídem ídem de Colonia.

Buenos

Liceo de Rocha. Ídem ídem de Río Negro.

Regulares

Liceo de Minas. Ídem ídem de Paysandú.

LICEOS DE 1.^{er} AÑO

Muy buenos

Liceo de San José. Ídem ídem de Durazno. Ídem ídem de Canelones Ídem ídem de Rivera. Ídem ídem de Maldonado.

Regulares

Liceo de Treinta y Tres. Ídem ídem de Artigas.

Queda excluído de la calificación que antecede el Liceo de Mercedes, porque los resultados alcanzados por esa institución en las pruebas finales de curso, obligan á tra-

tar el hecho por separado. El año pasado la propia institución obtuvo un resultado casi negativo, y se dió como explicación de ello el tiempo transcurrido entre la clausura de los cursos y la fecha de la verificación de los exámenes, y durante ese tiempo — se argumentó — los alumnos habíanse abandonado, debilitando un tanto la preparación alcanzada. Por más que esa explicación poco satisfacía, desde que otros liceos, en igualdad de condiciones, se habían distinguido brillantemente, alcanzando las más altas clasificaciones, no hice de ello capítulo especial, limitándome á comprobar el hecho sin comentario alguno. (Véase el informe sobre exámenes en los Liceos, 1913. Paragr. X: «La terminación de los cursos». Pág. 18). Esperaba del Liceo de Mercedes un mejoramiento sensible para este año, pero me equivoqué: el resultado final deja mucho que desear y es verdaderamente deficiente. El porcentaje de aprobados, que en Enero de 1913 era de un 63 o/o, ha descendido ahora á un 52 o/o, vale decir, en un 11 o/o. De 71 exámenes recibidos, sólo 37 merecieron aprobación, y de estos mismos un 56 o/o fueron observados en una, dos y hasta tres materias. De los 37 aprobados, 22 recibieron aprobación unánime y 15 por mayoría, resultando observados 8 entre los primeros y 13 entre los últimos, lo que demuestra en definitiva que, sobre 71 estudiantes, sólo el 18 o/o mereció aprobación unánime y sin observaciones del Tribunal examinador. Después de esto, sólo queda por averiguar la causa de ese verdadero desastre. No se trata, Honorable Consejo, de un Liceo en el que se haya formado el profesorado á la ligera, sin la preparación debida. Todo lo contrario; la mayoría de los elementos que forman el personal técnico, por no decir su totalidad, son profesores competentes, de actuación permanente en la enseñanza, incluso el propio director que ha representado y dirigido con acierto, durante algunos años, un centro universitario de índole semejante. No debe buscarse, pues, en la incompetencia del personal la causa del desastre. La desidia, la

negligencia y el abandono, son los factores que han influído en ese resultado. Si ella existe de parte de los profesores, la responsabilidad legal y moral alcanza, en primer término, al Director que ha debido corregirla á tiempo, como obligación de su parte. Para algo se ha dotado á los Liceos de un Director, á fin de que observe y dirija al personal técnico, encauzándolo en su verdadero camino cada vez que se aparte de él. El cargo de Director, por su naturaleza y por el género de atención que requiere, no puede ser compartido con tareas ajenas á la institución. Sólo con perseverancia y amor á la enseñanza pueden los Directores alcanzar el fin que se persigue en establecimientos de esa índole. Mientras esas condiciones no sean prendas inherentes á la persona que desempeña la dirección de un Liceo, éste no podrá funcionar ó funcionará mal. Se impone una medida en este caso, si se quiere que los Liceos continúen en el pie de seriedad y de labor con que se han desenvuelto en los dos años que llevan de funcionamiento.

El Liceo de Mercedes fué creado en Febrero de 1912, y de entonces acá, mucho ha dejado que desear en el resultado final de los exámenes. En el primer año se contempló un tanto su estado—como se contemplan hoy algunos de primer año—por tratarse de una obra de ensayo y de un plan nuevo para cuya aplicación en la práctica, deben consultarse múltiples circunstancias. Con todo, no obstante ser una institución con muchos años de existencia—como que existía ya con otro nombre—el resultado fué negativo, como he dicho, y más negativo aún si se tiene presente el grado de adelanto y cultura social de la ciudad de Mercedes, donde el Liceo tiene su sede. El descenso se ha producido rápidamente, y la causa generadora no es ni puede ser otra que la ya expuesta en el curso de este informe. No hay que atribuirlo en ningún caso á deficiencias en el profesorado y en el Director. Se trata en este último caso, como lo he manifestado, de una persona preparada, inteligente, con larga práctica

de la enseñanza y sumamente culta. Algo igual podría decir, si no de todos, de una parte de los profesores que figuran al frente de las clases liceales. El señor Director atribuye el desastre á la falta de puntualidad y al abandono de uno de sus ex profesores, que tenía á su cargo tres de las clases más importantes del primer año y dos de segundo, pero esa explicación no es suficiente ni condice con otros hechos resultantes de las propias actas de examen. En primer lugar, porque no serían las clases de ese Profesor las peores del año, á juzgar por el crecido número de estudiantes observados en otras materias, y en segundo término, porque las omisiones de ese profesor, denunciadas recién al terminar los cursos (segunda quincena de Octubre), no liberan al Director de la inmensa responsabilidad en que ha incurrido. La naturaleza de esas omisiones ó faltas, reclama una sanción, siquiera sea como medida de ejemplaridad y precedente para el futuro.

Doloroso es para mi formular capítulo de acusación contra un Director de Liceo, á quien me vinculan sentimientos de simpatías nacidas al calor de mis tareas universitarias, pero mi responsabilidad en el caso, me obliga á llevar á conocimiento del Honorable Consejo la relación fiel y verdadera del estado deficiente en que se han presentado la casi totalidad de los estudiantes liceales. Creo, pues, de mi deber, dejar constancia expresa de los hechos que refiere este informe.

COLEGIOS HABILITADOS

	Examinados	Aprobados	No aprobados	Observados	Muy buenos	Sobresalientes	Porcentaje de aprobados
Colegio de Colonia Valdense	11	6	5	5	1	0	55 %
» » N. S. del Rosario (Paysandú)	20	16	4	—	—	—	80 »

IV

LA ENSEÑANZA PRÁCTICA.—LOS PROFESORES

La enseñanza, en general, se hace bien, y si en algunas materias resulta un poco débil, es más bien por el modo cómo se hace, que por otro motivo. Más de un Profesor se extiende en consideraciones de orden secundario y deja de lado hechos y observaciones de importancia capital. El plan vigente de Enseñanza Secundaria responde, en primer término, á un plan de cultura, y por eso quedan descartadas de la enseñanza los detalles y particularidades, más propias para los que hacen exclusivamente trabajo intelectual y previo á las Facultades superiores y no á los que sólo persiguen la cultura del espíritu. Por ese motivo se han reducido los programas á su mínima expresión, facilitando su conocimiento á los estudiantes que se inician. Que el alumno aprenda poco pero bien, he ahí el *desiderátum;* que comprenda lo que estudie, que razone, se dé cuenta, explique y aprecie el valor de los conocimientos. Sin embargo, no siempre se procede en esa forma; en el estudio de la Historia Natural, por ejemplo, el Profesor se detiene en la explicación de una apófisis, en el detalle de un hueso, en el estudio de sus caras, de su forma, etc., pero no explica con mayor detención el funcionamiento del riñón ó la función del corazón ó del hígado, cuyo conocimiento es el que más interesa al alumno para la vida práctica. Igual cosa cabe decir de la Física y de la Química. Estudiantes muy distinguidos, sobresalientes algunos, repetían de memoria la historia de un fenómeno, una combinación ó una reacción, sin darse cuenta, en muchos casos, de la ley que rige esos fenómenos y esas combinaciones.

Las clases prácticas dictadas en esa forma importan un verdadero descalabro, puesto que el estudiante pierde su

tiempo, y lo que es más sensible, pierde el entusiasmo y la afición, si es que la tiene, por ese género de estudios. Podrá decirse que los Liceos no han sido dotados á tiempo del material de enseñanza, de los museos, gabinetes y laboratorios respectivos. El hecho es cierto, pero no es menos cierto que en algunos de aquéllos, donde ese material existía, el resultado ha sido idéntico, lo que quiere decir que ese mismo material de enseñanza, en algún caso sólo sirve como elemento decorativo ó como objeto de adorno. Y es eso lo que hay que combatir, lo que debe perseguirse por todos los medios, y obligar no sólo al Profesor ó Profesores de las asignaturas, á que hagan práctica la enseñanza, sino también á los propios Directores de los Liceos, para que empleen su severidad en ese género de inspecciones. Y así como hablo de las ciencias físico-naturales, puedo hablar de la Geografía, de la Aritmética, de la Gramática, de la Historia y del Dibujo. Mucho se ha adelantado en esta parte, pero aún queda mucho por hacer. En mi informe del año pasado, hacía presente la manera poco provechosa con que se hacía el estudio de la Gramática y de la Aritmética, y llegaba á citar ejemplos vivísimos que demostraban la inutilidad de su estudio en esa forma. Las cosas pasan ahora de otra manera. Mucho se ha cambiado, pero hay todavía que cambiar más, no con relación á los alumnos sino á los propios profesores, seleccionándolos, separando, como acaba de hacerse, con los que no prestan servicio ó lo prestan mal, perjudicando así la marcha del Liceo. Diez y seis estudiantes de una Institución fueron observados en Aritmética, por falta de razonamiento en las demostración de los teoremas. El Profesor les habría enseñado el curso con arreglo al texto, sin la explicación previa ó acaso insuficientemente, y los alumnos repetían las demostraciones tomadas literalmente del libro, sin darse cuenta de lo que hacían. Un simple cambio de letras ó de números en el planteo de un problema, habría sido suficiente para desechar á todos. En el propio estudio de

la Geografía hay todavía mucho que enmendar. Para algunos profesores la confección de un mapa es una cosa trascendental, y absorven con ella la atención del alumno, muchas veces 4, 6 ú 8 días; todo porque consideran el trabajo cartográfico como una parte constitutiva de la materia que enseñan. En eso, precisamente, está el error. El mapa es un medio para dominar el conocimiento de la ciencia geográfica, y por eso en su confección, más que á los principios del dibujo y á las reglas de ornato, debe concretarse el estudiante á señalar rápidamente en forma gráfica el contorno del país que estudia, y señalar con precisión su capital, ciudades importantes, puertos, ríos, puntos de desagüe, etc. Y para tal fin es menester repetir el trabajo de esos mapas en forma tan sencilla que haga fácil la repetición diaria de dos ó más. Es ese el procedimiento racional y el medio más pedagógico para que el alumno domine la ciencia geográfica.

Debo hacer una observación especial referente á la clase de Dibujo. No satisface la manera cómo se enseña esa materia en la mayoría de los Liceos, y por eso es su resultado un tanto negativo. No se aprecia suficientemente su importancia, porque no se alcanza á comprender su verdadero valor. Ignoran su valor educativo, y por ende, su papel en el concierto de la vida. Verdad es que en la práctica ha sido un problema dotar á los Liceos de un Profesor de Dibujo; apenas si se han conseguido elementos de afición, bastantes mediocre alguno, y eso mismo cuando se ha encontrado. No debemos olvidar el texto legal que impide al presente é impedirá por tiempo, que se dote á los Liceos de verdaderos profesores en la materia. La ley que creó los Liceos estableció en uno de sus artículos, que las clases de Dibujo se contarían siempre como medias clases, lo que equivale á remunerar cada una de ellas con 20 pesos mensuales, y con 30 pesos cuando la tarea se duplica. No hay porque insistir en

demostrar que con remuneraciones de ese género no se encuentra personal competente. El decoro y el respeto pue merece un Profesor, no se pagan con 10 pesos, ni con 20 pesos. Si en algún caso la enseñanza se hace directa y personal, es en el estudio del Dibujo, y por eso su remuneración debería ser mayor. Se impone, por consiguiente, la derogación de la ley que así lo establece, solicitándola inmediatamente del Cuerpo Legislativo. De otra manera, llegaremos á pésimos resultados, inculcando al alumno malos principios, malas enseñanzas y resabios inconvenientes, sin conseguir en ningun caso, despertar su espíritu en ese orden de manifestaciones.

El Dibujo — como dije antes de ahora, y no está demás repetirlo — tiene su importancia capital, no tanto por lo que el alumno puede utilizar directamente, sino por el espíritu de observación que provoca en él, transformando su persona y hasta su manera de ser. Esto, para muchos pasa desapercibido, y hasta en algunos casos no se valoran sus ventajas ó se valoran mal. Se trata, sin embargo, de una conquista universal y de un convencimiento unánime, sobre la utilidad que reporta el estudio del dibujo para la cultura de un pueblo. En todas partes del mundo así se reconoce, y por eso no existe programa alguno de enseñanza primaria ó secundaria en que no figure su estudio como algo obligatorio. En Francia, en Italia y en Alemania, el estudio del dibujo comienza en la escuela primaria. Los rudimentos, la primera enseñanza, los principios generales, se adquieren en la Escuela, y al ingresar el alumno á la Enseñanza Secundaria aporta un caudal en la materia que le es fácil ampliar y completar sin tropiezo alguno. Entre nosotros no sucede nada parecido, porque los alumnos en las Escuelas no aprenden dibujo ó lo aprenden muy mal. Por eso el primer año de Dibujo en la Sección de Enseñanza Secundaria contiene ciertos puntos que no deberían figurar, pero cuyo mantenimiento se hace necesario para la preparación del alumno. Los programas de Dibujo en la Enseñanza Secundaria de-

jan de lado todo orden profesional, y toman como fundamento el desarrollo de la cultura. No nos preocupamos del futuro arquitecto, del ingeniero, etc. Se persigue otro fin, facilitando al alumno el desarrollo de su inteligencia en ese orden de manifestación, con prescindencia absoluta de toda carrera ulterior.

Eso no lo comprenden todos, y entre los propios profesores, en más de un caso, hemos notado una desviación en la enseñanza, orientando al alumno desde el comienzo de sus estudios en cierto sentido profesional, circunstancia esta que no puede ni debe tolerarse. Los programas reformados, en esta materia, marcan otros rumbos, los únicos verdaderos para este género de estudio, y es de esperarse que sus resultados respondan á la idea que los ha originado. Pero, como dije al comenzar este parágrafo, es difícil formular estas exigencias á un Profesor á quien tan mal se remunera. No es posible obtener una persona preparada, por 20 y 30 pesos, respectivamente. En tal forma, y por tal precio, no se adquieren, elementos de valer, y si alguno se presenta, como ya ha sucedido, comienza por aburrirse y termina descorazonándose al verse rebajado ante sus propios colegas de Liceo, que están mucho mejor remunerados. El Profesor de Dibujo dicta la clase á todos sus alumnos en forma individual, reparte el trabajo y corrije, formula modelos para cada uno, hace sus observaciones generales y fiscaliza la obra de cada discípulo. Este trabajo, en el peor de los casos, es igual sino mayor, al de cualquier Profesor de otra asignatura, y, sin embargo, se le asigna apenas la mitad del sueldo que perciben los demás. Mientras no se ponga remedio al mal, los resultados serán muy perjudiciales, y lo que es peor, las autoridades no tendrán títulos para observarlos ni medios para corregirlos. ¡Hechos fatales se producirán sin sanción alguna, con perjuicio de las generaciones que reciban esa mala y perniciosa enseñanza!

El apostolado en materia de instrucción es altamente simpático y digno de todo encomio, pero no es posible

exigirlo de quien utiliza el fruto de su trabajo para vivir, especialmente entre nosotros, en que el elemento intelectual y artístico surge de las clases menos protegidas por la fortuna. Justo es, pues, recompensarlo y recompensarlo bien,ya que los intelectuales, en estos países nuevos, son los más olvidados y los menos protegidos.

V

EL DIRECTOR DEL LICEO. — SU MISIÓN. — HORAS QUE EMPLEA EN DICTAR SUS CLASES. — PRECEPTO LEGAL. — LA INSPECCIÓN DE LAS CLASES. — EL DIRECTOR NO DEBE SER PROFESOR.

La ley que creó los Liceos Departamentales establece que los Directores de los mismos deben dictar dos horas diarias de clase. Esta disposición, en la práctica, produce malísimos resultados y conviene, pues, sea deıogada cuanto antes. El Director de un Liceo tiene por misión especial vigilar la marcha del establecimiento á su cargo, inspeccionar las clases, seguir á los profesores en las lecciones que dicten, observar el método de cada uno, apreciar el alcance y extensión de sus explicaciones y darse cuenta, en una palabra, de la laboriosidad desplegada por cada uno de esos elementos y poder conocer así las omisiones, defectos ó faltas en que incurran, sean de orden pedagógico ó de cualquier otra naturaleza. En los Liceos se educa al estudiante y se le ilustra, y esta educación debe ser vigilada por el Director con más interés que la ilustración misma. El ambiente de cultura, la educación que se desarrolla, la dulcificación de pasiones y de sentimientos, la amistad y el respeto, no es la obra de un profesor ó de uno ó varios profesores; es la obra de conjunto en la que el Director representa mayor papel. El espíritu joven se forma al abrigo de un molde determinado, y es deber del Director darle forma acabada y

perfecta, identificándose en un todo con la institución que dirige. No concibo la dirección de un Liceo de Enseñanza Secundaria de otra manera y en otra forma. Es precisamente el período de aprendizaje liceal aquel en que se forman los caracteres juveniles, la edad de la vida en que por primera vez se manifiesta el principio de responsabilidad. Justo es, pues, favorecerlo con la palabra y con el ejemplo, inculcando en el cerebro tierno de esos jóvenes alumnos las grandes verdades y las grandes enseñanzas. Es éste precisamente el punto diferencial entre la enseñanza primaria y la enseñanza secundaria, aquélla formando un todo unido y compacto, sin diferenciación, absorvido por el ente moral escuela; ésta, revelando el principio individual, destacando en su forma y en su fondo la responsabilidad, la competencia y el saber de cada uno. Es el período de la edad temprana en que las grandes pasiones y los grandes sentimientos se agitan al calor de un corazón vírgen. Guiarla siempre, en todo momento, es deber de humanidad. Es por eso que en todos los países más adelantados y más liberales del mundo se considera la enseñanza secundaria como una función del Estado. Las contiendas repetidas del siglo pasado, las discusiones sobre libertad de enseñanza, la perseverancia con que los hombres de ideas más avanzadas han defendido la intervención del Estado en esa enseñanza, demuestran el alcance trascendental y el peligro con que se la mira, ante la posibilidad de quedar librada á la simple iniciativa individual.

Todos estos factores y otros que no escaparán á la ilustración de los señores miembros del Honorable Consejo, demuestran que la tarea de los señores directores es por sí múltiple y sumamente pesada, sin necesidad de que se le acoplen funciones de otra índole. El ideal sería que el Director no dictara clase alguna; pero ya que exigencias económicas imponen esa tarea en el presente, justo es que se la limite, fijando acaso el máximum de una hora diaria. No es verdad, Honorable Consejo, que

un Director pueda destinar dos horas diarias al dictado de clases y mantener la vigilancia é inspección de las demás. Podrá hacerlo una vez ó dos, si se quiere, por excepción, pero las obligaciones y deberes no se cumplen ni deben cumplirse en esa forma. En más de un caso habría responsabilizado al Director por defectos y omisiones en las clases que dictan los profesores, pero habría sido injusto, dada la forma en que ha trabajado el personal técnico.

El Director del Liceo, en todas partes, dirige la institución pero no dicta clases, y sólo por exepción sustituye á un Profesor que se enferma ó renuncia. Debe estar en todos lados y en ninguno, fiscalizando siempre la labor de Profesores y alumnos. Hay muchas maneras de visitar las clases y de inspeccionarlas, pero cuando esta tarea se realiza con el cuidado y reflexión que exige su naturaleza, nos persuadimos de su importancia. Un verdadero Director sintetiza en principio el trabajo técnico de todos los Profesores, además del cuidado y vigilancia permanente que debe prestar para el funcionamiento regular. Por eso dije al principio que, si no era posible por razones económicas suprimir las clases al Director, debía limitarse su número en pro de la conveniencia y engrandecimiento del propio Liceo.

No todos entienden así sus deberes, y pocos son los que encauzan su persona y sus energías en la marcha y perfeccionamiento de la institución. Las cuatro horas que la ley establece y nada más: á eso se limita su actividad. No se dirige así un centro de Enseñanza Secundaria, ni se desarrolla cultura alguna en esa forma. El Director debe estar vinculado á la sociedad y vincular también su Liceo, favoreciendo todas aquellas iniciativas que digan relación con el desarrollo de la educación y de la cultura. Por eso no debe apartarse de su sede, debe permanecer en ella, á diferencia de lo que pasa hoy con alguno ó algunos Directores que fijan su domicilio en otra localidad. No se cumple así con las funciones de Director, y el Po-

der Ejecutivo no puede ni debe tolerarlo, si se quiere que esos centros de educación y cultura respondan al fin con que fueron creados.

VI

LOS PROFESORES EN LOS LICEOS. — SU NÚMERO. — CÓMO SE VIOLA EL PRECEPTO LEGAL. — LA FORMACIÓN DE GRUPOS. — SU ABUSO. — RESULTADOS PRODUCIDOS.

La ley que creó los Liceos Departamentales, fijó en su presupuesto, el número de cinco Profesores y, además, un Director con clases. Con estos elementos debía darse la Enseñanza Secundaria en los cuatro años que fija el plan de estudios. Creo que con el número fijado, si no hay elemento de sobra, hay número suficiente para que la enseñanza de que instruyen los programas se dé bien y correctamente.

Nuestros legisladores se propusieron hacer una verdadera carrera del profesorado de enseñanza secundaria, acoplando al menor número de éstos el mayor número de materias; de esta manera se remunerarían los servicios con menos gravamen para el Estado, y se garantizaría así la permanencia del profesor. Se procedió en forma práctica, consultando el verdadero interés de la enseñanza. Sin embargo, en la práctica, Honorable Consejo, son muy pocos y contados los Directores que se han ajustado al plan vigente. Con uno ú otro pretexto, con una ú otra razón, más aparente que real, la verdad es que en algunos Liceos que sólo tienen dos años de existencia, el número de profesores con la asignación que perciben, ultrapasa la cantidad proporcional que correspondería á esos centros de enseñanza en los dos primeros años de su funcionamiento. La tendencia de los Directores en general, es hacer de cada Liceo una pequeña Universidad, dándole al profesor un papel que no tiene y á la institu-

ción otro carácter del que le corresponde. Por principio general, las cátedras no pueden ni deben dividirse, mucho menos para beneficiar intereses de terceros; por el contrario, deben reunirse siempre las materias similares. El profesor de Historia Natural, por ejemplo, que dictó el primer año de esa asignatura, debe dictar el segundo y tercero, ó no dictar ninguno y dejar el puesto para otro que demuestre tener la preparación de que carece aquél. No se ha presupuestado un profesor para la enseñanza de la Aritmética, otro para la de Álgebra y un tercero para la de Geometría. La materia designada en el plan de estudios es Matemáticas, y un solo profesor quien debe dictarla. El que no conozca Geometría, no podrá enseñar Algebra ni tampoco Aritmética, y lo mismo debe ocurrir con las demás asignaturas. Los Directores no quieren comprender que en el plan de Enseñanza Secundaria no debe existir esa profundidad de concepto y esa profundidad en el dominio de la asignatura para la que sería necesario un especialista, y ha sido menester insistir en todo momento y demostrarles á cada paso, que lo que se persigue en la enseñanza liceal en primer término, es el desarrollo de la cultura general. Me explico que se designen diversos profesores en materia de idiomas, porque no es cosa fácil encontrar un profesor de Francés é Inglés, ó de Francés y Alemán, pero no ocurre lo propio con las demás asignaturas.

Debe notarse al mismo tiempo que la designación de un solo Profesor para varias cátedras, es la consecuencia natural y lógica del pensamiento que guió á los legisladores al aprobar el plan liceal. Debe hacerse del profesorado una verdadera carrera—dijo un distinguido senador—y para ello—agregó—hay que fijar una remuneración que baste por si sola para garantizarles la vida á los que se dediquen á ese género de actividades.

Es esa la causa de que al confeccionarse el presupuesto no se fijara el número de cátedras, y sí el de Profesores llamados á ocuparlas. Es natural, pues, que el acopla-

miento de varias materias para un solo Profesor, sea lo más legal, lo más lógico, lo más pedagógico y lo más útil. Un Profesor de Liceo, que sólo dicta una materia, es un elemento aislado que poco ó nada influye en el desarrollo cultural. Su misión principal, como lo he repetido hasta el cansancio, consiste en educar al alumno, en primer término, y esto sólo se consigue con una permanencia constante, para poder inculcar con la palabra y con el ejemplo las verdaderas enseñanzas, los verdaderos principios de moralidad y de respeto. El Liceo, para algunos de los que forman parte del profesorado, es un complemento de vida, un trabajo accidental que les permite cubrir más holgadamente su presupuesto. Son verdaderas aves de paso que desempeñan su tarea sin el entusiasmo y sin el interés moral que debieran tener por la enseñanza, como lo tiene el verdadero Profesor que se sacrifica y se entusiasma por el progreso y desenvolvimiento de sus discípulos. Por esa razón he defendido siempre la tesis del menor número de Profesores con el mayor número de cátedras.

El aumento de estudiantes en los Liceos obliga á formar grupos en cada caso, á fin de que la enseñanza pueda hacerse con buen resultado. De acuerdo con el Reglamento vigente, fueron formados aquéllos á razón de 45 alumnos, excepción hecha para las clases de Idiomas y de Dibujo, cuyo número no puede exceder de 30. Parecería muy natural que cada Director, procediendo con prudencia, hubiese disminuído gradualmente aquellos grupos á medida que disminuía también el número de alumnos, haciendo así menos gravosa la carga para el Erario público. Sin embargo, Honorable Consejo, ninguno hasta el presente, se ha acordado de tal cosa, no obstante la disminución extraordinaria producida en el número de alumnos, en el transcurso del año escolar. Más de un Director obtuvo autorización del Poder Ejecutivo para for-

mar dos y hasta tres grupos en cada clase, lo que vendría á representar un número no menor á 55 y 100, respectivamente. En algunos Liceos, como lo comprueban los antecedentes de Secretaría, el número de examinados apenas si alcanza á un 40 °/o, un 50 y un 60 °/o, con relación al número de inscriptos, y al número de grupos formados á costa del Estado. Se deduce, de esto, que el desembolso hecho por éste, manteniendo dos y hasta tres grupos en cada materia de las que forman el plan de primer año, no ha sido compensado con el número de aprovechados. Se pretende cohonestar este resultado, diciendo que esa forma de selección ejercida discretamente y sin imposiciones, no es mala, ni debe ser censurada, que las reprobaciones desmoralizan mucho, son desalentadoras para el educando y comprometen el crédito de la Institución. Hay error en esa argumentación y un peligro futuro en la tesis que se sostiene. Lo primero, porque no debe en manera alguna inculcarse al alumno ideas de temor ni nada parecido. La disminución, en la forma que se ha hecho, resulta, la mayoría de las veces interesada, é impide formar criterio sobre el verdadero estado liceal. En las últimas pruebas, más de un Director redujo el número de inscriptos en un 40, un 50 y hasta un 60 °/o, y de ello resulta que el porcentaje de alumnos aprobados en esos Liceos fuese mayor que el de otros que no llegaron al procedimiento de la eliminación previa. Ese resultado, es un resultado aparente, que á nadie engaña, como que no está en relación con lo que verdaderamente se habría obtenido. Por eso decía hace un momento, que la tesis de la eliminación previa en un plan de enseñanza como el vigente, esencialmente cultural y educativo, entraña un peligro de futuro.

Con el pretexto de fomentar esa educación y esa cultura, los propios Directores se preocupan de aumentar el número de los iniciados, é incitan de esa manera á la inscripción, por más que sean ellos mismos los primeros en reconocer la falta de preparación con que ingresan. Con

un número crecido de elementos mal preparados, se llega á la formación de los grupos, se multiplican los Profesores y por la misma causa se aumentan los sueldos, gravando inútilmente al Erario público. Debe ponerse fin á esta omisión degenerada ya en abuso, y el mejor medio de conseguirlo sería imponer á cada Director, la obligación de remitir quincenalmente á la Sección de Enseñanza Secundaria, una relación de los estudiantes que hubiesen abandonado los cursos, sin perjuicio de la lista mensual que acuse las faltas de los asistentes, y que también deberá remitirse como hasta el presente.

VII

LOS RESULTADOS INMEDIATOS DE LA ENSEÑANZA LICEAL — LA CARRERA DEL MAGISTERIO. — LA NUEVA ORIENTACIÓN. — UNA CLASE DE PEDAGOGÍA.

En mi jira de exámenes por los Liceos Departamentales, pude comprobar el buen resultado y la utilidad que de inmediato empiezan éstos á producir. En el sexo femenino, especialmente, ya se cosechan los frutos, y esta es la hora en que una parte de esos alumnos, sin apartarse para nada del plan liceal, abordan con éxito el problema del Magisterio. Me consta, Honorable Consejo, que el resultado alcanzado en ese nuevo torneo de la inteligencia, ha sido completo y brillante, y no podía esperarse otra cosa dada la preparación y cultura que han recibido.

Debe, pues, favorecerse esa tendencia, poniendo á disposición del elemento estudioso todos los medios que le sean necesarios para proseguir la obra. Para la institución liceal resultará altamente beneficiosa, y beneficiosa también para la sociedad que la contempla. Algo falta en esos Liceos, algo muy necesario que completará el trabajo de iniciativa en que están empeñados tantos elementos de saber y de cultura. Me refiero á una clase de pe-

dadogía tan necesaria, repito, para los que se dedican á enseñar. Se impone, pues, su creación con carácter voluntario para los alumnos y alumnas, dotada de un Profesor competente y experimentado.

Acaso sea esa la orientación de un número respetable de alumnos en toda la República, especialmente en el sexo femenino, y entonces será una necesidad favorecerla, ya que por su naturaleza y por su manera de ser, la mujer, por lo general, no tiene entre nosotros los horizontes que divisa en otros países. En cambio, ha desempeñado siempre la noble tarea del magisterio en forma brillante, y más brillante y provechosa resultaría el día en que el profesorado de la República represente al elemento más preparado y más culto de los actuales Liceos. Hoy por hoy, creo bastante para tal fin, la creación de esa cátedra dentro del funcionamiento liceal. No está lejano el día en que será necesario anexar á esos mismos Liceos las cátedras de Zootecnia y Agricultura, como de aplicación y complemento para todos aquellos que quieran dedicarse al fomento y explotación de nuestra industria agrícola y ganadera.

VIII

EL PLAN DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. — DISTRIBUCIÓN DE LAS ASIGNATURAS. — SU POSIBLE REDUCCIÓN

Las asignaturas que forman el plan vigente en la Enseñanza Secundaria, son muy numerosas y extensamente programadas. No obstante las reducciones hechas últimamente, todavía resultan pesadas para el estudiante, más que por el programa, por la mala distribución que se ha hecho de ellas, dándole una duración que no corresponde en un plan como el que rige. El promedio de las materias que debe ver el estudiante, es de nueve por año, cuando con siete tendría todavía demasiado. Se ha aumen-

tado en dos el número de las que figuraban en el proyecto que presenté ante el Honorable Consejo en Abril de 1909, y á las restantes se les ha dado una duración tal, que ni en los antiguos programas de bachillerato figuraba en esa forma. Se hace un curso de tres años de Gramática, otros dos de igual duración de Historia Natural y de Matemáticas. Dos de ellos se dominan bien en dos años, y el otro apenas si presta utilidad con que se le destine más de uno. Algo igual ocurre con la Física y la Química, á las que se destina dos años para cada curso, cuando con uno habría suficiente.

Si aparentemente resulta mayor el dominio de la materia por aquello de que se le destina más tiempo, en realidad, no sucede nada de eso. Las clases de Historia Natural, como las de Física, y como las demás de que he hablado, son clases bisemanales, que muy poca diferencia representan con relación á un curso de funcionamiento alterno. Con un horario de esta especie, podría llegarse á una distribución que hiciera sumamente liviana la tarea del estudiante, y más provechosos sus resultados. Esa atención permanente en tan crecido número de materias, tiene que abotagarlo, y acaso es ese uno de los factores que más influye en la depresión intelectual que empieza á manifestarse en la juventud, sino con caracteres alarmantes, en forma digna de tenerse en cuenta.

Esa distribución útil y provechosa para el alumno, como que aprendería más y mejor, podría hacerse en la forma siguiente:

Primer año

1 Idioma Castellano.
2 Matemáticas (Aritmética y Álgebra).
3 Francés.
4 Historia Natural (Zoología - Zoografía).
5 Geografía.
6 Historia Americana y Nacional.
7 Dibujo.

Segundo año

1 Álgebra y Geometría.
2 Francés.
3 Inglés ó Alemán.
4 Historia Natural (Botánica y Mineralogía).
5 Geografía y Cosmografía.
6 Física.
7 Dibujo.

Tercer año

1 Literatura.
2 Historia Universal.
3 Francés.
4 Inglés ó Alemán.
5 Química.
6 Dibujo.
7 Taquigrafía.

Cuarto año

1 Literatura.
2 Historia Universal.
3 Filosofía.
4 Instrucción Cívica.
5 Francés.
6 Inglés ó Alemán.
7 Teneduría de Libros.

Llamo la atención de las autoridades universitarias respecto á la distribución que precede, no tanto por la forma en que se hace, sino por el principio que encierra: más fácil, menos pesada y más provechosa para el estudiante.

Verdad es que el Honorable Consejo ha reformado los

programas que había adoptado provisoriamente, y ha puesto en vigencia otros más reducidos. Pero no es de suyo suficiente para descongestionar á los estudiantes de la inmensa labor y del esfuerzo que tienen que realizar. Esos nuevos programas, aplicados á un plan de distribución de materias como el que presento, tiene que mejorar sensiblemente la condición del estudiante. No consiste la ventaja en enseñar mucho ó en hacer que se enseña. Vale más un trabajo limitado y bien hecho, que haga comprender al alumno la importancia de lo que se aprende.

Creo, Honorable Consejo, que con las reformas aconsejadas en este informe, ya sean por razón de fondo y de forma, la institución de los Liceos realizará la conquista más grande, saneando su título de creación por la obra del tiempo debidamente aprovechado. Puedo vaticinar esos progresos de futuro en verdad de la conquista ya alcanzada por los Liceos, en los que, con raras excepciones, se han dado pruebas de actividad y de labor dignas de encomio.

IX

LA DURACIÓN DE LOS CURSOS. — SU TERMINACIÓN. — EL HORARIO. — ALUMNAS Y ALUMNOS.

La duración de los cursos ha sido de ocho meses y medio en el último año con un intervalo de 10 días en la mayoría de los Liceos, entre la fecha de la clausura de las clases y el comienzo de los exámenes. En algunos ese intervalo ha sido bastante mayor, porque la cantidad de Liceos con crecido número de estudiantes no permitió que fuesen tomados todos los exámenes al mismo tiempo. Creo que los cursos liceales deben durar nueve meses y medio, por lo menos (del 1.º de Marzo al 15 de Diciembre), igual que en las Escuelas primarias. La tarea liceal para profesores y alumnos no es tan pesada que exija

un descanso como ocurre en los estudios preparatorios ó en los de Facultad. Es perjudicial para el alumno tenerlo apartado de su centro durante un largo tiempo; por su edad y por su propia cultura conviene no perderlo de vista, para que no olvide ni los conocimientos adquiridos ni las enseñanzas y consejos de sus profesores. La cultura se resiente con una larga vacación, y como consecuencia de ésta, el alumno vuelve al Liceo con nuevos recuerdos y con ideas atávicas que resurgen y que hay que extirpar de nuevo. El curso, en ningún caso, debe ser menor al tiempo indicado, pero también debe ser reglamentado con arrreglo á un horario, que consulte bien la naturaleza y condiciones de los estudiantes y la extensión é importancia de cada asignatura. No debe dictarse al alumno la clase de Francés y en seguida la de Inglés ó Alemán, pues eso le ocasionaría confusiones y contrariedades que no hay por qué detallar. Tampoco debe dictarse la clase de Aritmética si antes se ha dictado otra ú otras en que la atención permanente y duradera sea necesaria para el alumno. Debe atenderse á las condiciones del estudiante para fijar el horario de las clases. Tratándose de estudiantes jóvenes, la consulta de esos factores es necesaria para su propio desenvolvimiento. Las clases prácticas, especialmente las de Historia Natural, deben dictarse con ejemplares á la vista, y sería más provechoso todavía si esos ejemplares fueran tomados directamente de la naturaleza. Una hoja, una flor, una raíz, un pájaro, etc., se estudian mejor en sí que en el objeto que los representa. Por esa razón, en los Liceos europeos, las visitas mensuales ó quincenales á los prados y florestas se repiten durante el año escolar. En los Liceos Departamentales las excursiones periódicas darían excelentes resultados, siempre que los señores Profesores prestaran á su Director y á sus alumnos la debida cooperación, posesionándose de la trascendencia que ese acto tendría para los resultados del propio Liceo.

Las visitas, excursiones científicas y paseos entre alum-

nos y profesores, especialmente en la Enseñanza Secundaria, son de una importancia incalculable. Desde luego, constituyen un medio de educación y de cultura para el alumno que se ve rodeado por sus compañeros y amigos. Suaviza asperezas, si las tiene, cultiva su inteligencia en un orden múltiple de manifestaciones, se educa y se habitúa con ese conjunto de enseñanzas y convencionalismos que tanto dulcifican la vida de los hombres. Es el mejor cumplimiento de la vida liceal y el que menos deben olvidar profesores y alumnos. Un buen Director impondría esas prácticas con resultado provechoso, destinando para ellas una tarde de semana.

En los Liceos Departamentales reciben educación y cultura personas de ambos sexos, sin que ninguna ley ó disposición gubernativa haya puesto límite ni observación. Se desprende de ello que ni las autoridades liceales ni los propios profesores, han podido establecer diques de separación al punto de dar su enseñanza por separado; al grupo de niñas primero y al grupo de varones después. Tal práctica me parece un mal, un resabio de antaño, un recuerdo de la edad pasada, en la que los preconceptos y las excentricidades se cotizaban á alto precio en la banca de los ignorantes. El cambio de ideas y de afectos dentro del compañerismo social, eleva los sentimientos y dignifica las pasiones, y de la misma manera con que la inteligencia se robustece é intensifica con la cultura y la educación, también con la cultura é inteligencia se perfeccionan aquellas pasiones y aquellos sentimientos. Nadie pone hoy en duda estos hechos, mejor dicho, nadie los discute. En los Liceos más adelantados, donde fluye mayor número de alumnas y alumnos, jamás se ha visto ni oído ningún acto de irrespetuosidad, un acto de protesta, ni nada parecido. Por el contrario, unos y otros se ayudan y se completan, auxiliándose recíprocamente, trabajando juntos ó separados por el bien común y por el provecho de la institución.

Esa práctica de dividir en grupos á los alumnos de ambos sexos me resulta no sólo viciosa y perjudicial, sino que no condice tampoco con la índole de la institución. Si se persigue, en primer término, un desarrollo en la educación y cultura, me parece poco serio que la misma institución empiece por dudar de su propia obra. Verdad es que se trata de dos hechos aislados, de dos Liceos dentro de los 18 existentes, pero de cualquier manera, por moralidad y por cultura, creo que no deben tolerarse esas separaciones y esos diques establecidos por sus Directores. Más bien parecería que con prácticas semejantes llegaran á disputarse pasiones que no existen, y sentimientos que no caben en un centro de educación, perfectamente dirigido. Más aún: esos dos casos, aunque aislados, como he dicho, rompen el principio de unidad, separándose de los hábitos y de las prácticas que rigen los demás establecimientos.

X

EL PROFESORADO DE LOS LICEOS.—LOS PROFESORES PARTICULARES

Hasta el presente, el profesorado liceal se ha formado con los elementos de que se ha podido disponer, eligiendo siempre los que mayores probalidades presentaban, sea en orden á su preparación, sea en razón de su laboriosidad demostada en otros destinos. El profesor, pues, ha tenido que formarse, ha tenido que aprender á enseñar, y éste ha sido acaso el mayor tropiezo que se ha notado en los dos años que llevan los Liceos de existencia. No todos han sabido responder á la tarea que les impone la naturaleza del cargo, pero la mayoría ha compensado en parte con su labor constante y extraordinaria, su falta de preparación pedagógica y científica. Los que así procedieron, han podido comprobar su resultado con el resul-

tados de sus propios alumnos. Los otros, los que á falta de preparación agregaron su omisión y su indiferencia, esos, dicho sea en honor de la justicia, fueron separados de la manera menos perjudicial á los intereses de la enseñanza y á los suyos propios. Muchos hay todavía que no satisfacen, sea por el poco empeño demostrado en el año, sea por falta de entusiasmo, dada la situación transitoria en que han sido colocados. Una gran parte de los Profesores, aún aquellos que podrían calificarse de buenos, no se ajustan por completo á las verdaderas prácticas de un Profesor, no se identifican en forma alguna con la institución de que forman parte, y miran aquello como algo transitorio y eventual. El Profesor, en esas condiciones, no resulta un Profesor liceal. Será muy bueno y alcanzará resultados en otro género de enseñanza, en la enseñanza superior, si se quiere, pero no en los Liceos donde su misión no es tanto ilustrativa como de educación, y en esa forma su influencia resulta nula.

En general, todos pretenden ser profesores, pero de eso á cumplir con su verdadera misión existe un abismo que no se llena. Por eso dije en mi informe anterior, y lo repito ahora: la mejor condición del profesorado sería aquella que le diera espíritu de cuerpo, que lo sindicase por su contracción y dedicación especial, y que lo identificase en una palabra, con el centro educativo de que forma parte.

Hay personas que por su profesión y por el género de las ocupaciones que desempeñan, no pueden ni deben formar parte del profesorado. Esas personas son los médicos, especialmente los que prestan servicio oficial, los Inspectores de Escuelas y todas las demás personas que en razón del cargo que desempeñan, deben transportarse de un punto á otro. Esas personas no atienden debidamente sus clases,faltan á ellas con frecuencia, y relajan en esa forma el espíritu de disciplina. La puntualidad en el cumplimiento del deber es el timbre más glorioso que el hombre puede ostentar, y el que no la tiene ni la

respeta, pierde el derecho á la consideración de los demás. Dentro del profesorado liceal existen algunos que se dedican á dictar cursos particulares á sus propios alumnos. Observé el año anterior el inconveniente de esa costumbre y el principio de inmoralidad que entrañaba. Los hechos se reproducen, aunque con distinta forma. El Profesor X da á sus alumnos lecciones en la materia que dicta Z, y éste á los suyos en la que dicta X. Hay en eso un juego muy conocido que demuestra por sí la falta de moralidad con que se procede. Debe cortarse de raíz esa práctica tan perniciosa, especialmente en los Liceos Departamentales, donde la ausencia de un profesorado completo y abundante, obliga á más de uno á ser tributario de tales abusos.

XI

LA REMUNERACIÓN DE LOS ENCARGADOS DE GRUPO

En uno de los parágrafos de este informe me ocupé de historiar la manera y forma con que han sido distribuídos los estudiantes por grupos, observando la poca prudencia con que se ha procedido al mantener aquéllos hasta fin de curso, sin necesidad alguna y con evidente perjuicio para el Estado, dado que la disminución bastante pronunciada en los alumnos de algunos Liceos, especialmente de primer año, imponía la limitación de los grupos, como se hace siempre en la Sección de Preparatorias y también en la Secundaria. Con ese motivo me permití algunas observaciones tendientes á reglamentar para el futuro la formación de esos grupos, á fin de que en todo momento puedan ser fiscalizados por las autoridades universitarias. Debía haber dicho más, pero ex profeso reservé para este parágrafo especial un hecho nuevo, una coincidencia, si se quiere, pero que grava un tanto la enseñanza liceal, sin objeto alguno, y en forma suma-

mente abusiva é ilegal. Se han abonado las clases á los encargados de grupos en la misma forma, proporción y tiempo que si se tratara de un catedrático presupuestado. Se les ha pagado el período de vacaciones, contrariando prácticas y antecedentes que han debido respetarse, so pena de juzgar con criterio diferente á personas que se encuentran en igualdad de condiciones. Entre nosotros, el encargado de grupos, ya se trate de la Enseñanza Secundaria ó de la Preparatoria (plan antiguo de Bachillerato), percibe una remuneración por cada clase que dicta y continúa así hasta la terminación de los cursos, pasado el cual cesa todo género de retribución. Y se explica, Honorable Consejo, que así sea, pues el grupo ó grupos formados dentro de una clase determinada, son de carácter accidental, aleatorio y no sujetos á un término fijo. La condición del que lo ocupa es esencialmente precaria y desaparece tan pronto la necesidad lo impone. Producida la clausura de la clase, cesa todo trabajo, y por ende, toda remuneración. Se abonan esos trabajos en forma de tanto por lección, de manera que, cuando ésta no se dicta, no hay derecho á recompensa alguna. No se trata de un empleado presupuestado ni mucho menos, porque en tal caso habríase necesitado la autorización legislativa para formar los grupos, desde que es precepto constitucional que sólo aquel alto Poder del Estado puede crear empleos en la República. Los servicios que presta un encargado de grupo son accidentales, é igual pueden durar un mes como cuatro ó seis. No son empleos, y por esa misma razón se establecen por el Poder Ejecutivo, sin necesidad de otro requisito legal.

Cualquiera que sea el orden en que hayan sido colocados los encargados de grupo, sus servicios sólo pueden remunerarse en proporción á la tarea desempeñada, tarea que, por ministerio de la ley y de los Reglamentos, concluye en fecha determinada, pasada la cual esos señores están liberados de todas las obligaciones que se establecen para los profesores. Por lo demás, Honorable Conse-

jo, esta es la tesis que siempre se ha sostenido y que está de acuerdo con los precedentes. El propio Poder Ejecutivo así lo ha interpretado también, al no acceder al pedido de remuneración formulado en Diciembre de 1912, sobre sueldos en el período de vacaciones. Justo es que igual criterio se tenga con los Liceos Departamentales, y más con aquellos cuyos grupos, en su mayoría, se habrían hecho innecesarios después de los tres meses, pero que una complacencia mal entendida de los Directores habría permitido su funcionamiento con un pequeño número, muy limitado, por cierto, si se tiene en cuenta la cantidad de los presentados á examen. Indico en el parágrafo relativo los medios que deben ponerse en práctica para fiscalizarlos. Respecto de su remuneración, creo que el Poder Ejecutivo, consecuente con la teoría que ha establecido para todos los casos, resolverá de acuerdo con la tesis que sostengo.

XII

LAS INSPECCIONES DEL AÑO. — SUS RESULTADOS. — SEPARACIÓN DE PROFESORES

Fueron visitados durante el año todos los Liceos Departamentales, una vez solamente, porque los elementos que he utilizado no pueden ser distraídos más á menudo de sus tareas universitarias. Con todo, esas inspecciones, aunque limitadas, han sido fructíferas y muy provechosas, como que han conseguido, á mediados de curso, morijerar ciertos hábitos y tendencias que en otra forma se habrían transformado más tarde en perjuicios serios. Muchas de las observaciones formuladas por las Comisiones inspectoras produjeron resultados inmediatos; pues no sólo se tomaron en cuenta por las autoridades universitarias, sino también por los propios Directores y Profesores de Liceos, que supieron colocarse en condiciones de

mayor actividad y labor, para no seguir el camino de algunos de sus colegas. Durante el segundo trimestre del año liceal, produjéronse todas las inspecciones, originándose con ese motivo la renuncia de algunos profesores que, lejos de hacer bien, hacían mal y perjudicaban á la institución que los contaba en su seno. La ignorancia en la asignatura ó asignaturas que profesaban, y la peor manera en trasmitir los conocimientos, hacían de algunos, elementos imposibles. Otros fueron observados en menor grado, y alguno contemplado en su puesto por tratarse de elemento casi octogenario, de quien no era posible esperar ni exigir más de lo que humanamente hacía, permitiéndosele continuar en su puesto dado lo avanzado del año (mes de Septiembre), hasta la terminación de los cursos.

Todos ellos perjudicaban la enseñanza y era necesario tomar una resolución que hiciera cesar aquel estado de cosas. En algunos Liceos de preparación buena y de dirección mejor, se ha encontrado á algún Profesor que con su presencia al frente de la clase ha perjudicado inmensamente á las discípulos y á la propia institución; precisamente, por ello, no ha figurado en el orden que debía figurar, dada la actuación brillante del año anterior. Un mal Profesor, uno sólo en esas condiciones, produce un mal inmenso en instituciones de este orden y mucho más cuando ese profesor, á su incompetencia lleva unida la falta de carácter, incapaz de hacerse respetar por sus alumnos. En este caso, el mal resultado es mayor, y entonces, los malos hábitos despertados se extienden á las demás clases, resintiéndose la disciplina y la cultura.

Los señores Directores se empiezan á convencer de la necesidad que tienen de proceder con toda energía y actividad en la organización y funcionamiento de su Liceo y que las omisiones y faltas de sus Profesores recaen en la mayoría de los casos sobre el Director que no ha sabido ó no ha querido denunciarlas, faltando á los deberes que la ley le impone.

Si en un caso la prevención no resultare suficiente, ya saben ellos que el apercibimiento, ó la separación, si fuere necesario, se haría sentir de inmediato y sin requisito previo, ya que tanto los unos como los otros desempeñan sus funciones de empleados con carácter interino. Si bien el resultado de los exámenes es una prueba acabada del estado en que se encuentra una institución de esa especie, resulta insuficiente cuando se trata de apreciar las condiciones de competencia y laboriosidad de un Profesor; se necesita algo más para darse cuenta de la labor permanente y de la manera cómo ésta se practica. En el examen se refleja un tanto la competencia y la preparación del Profesor, pero se necesita otro género de prueba, otra demostración, para que el concepto del observador resulte perfecto. Es por medio de la inspección y no de otra manera que se obtienen y completan esos datos.

Más importantes, más delicadas y más laboriosas tendrán que resultar esas inspecciones, si es que, como creo, deben comprender y abarcar las múltiples cuestiones de orden educacional, pedagógico y administrativo. Desde luego, es necesario que todas ellas obedezcan á un principio de unidad, que encarnen un solo criterio, porque de otra manera no podrán implantarse ni menos alcanzarse el funcionamiento regular de todas ellas con arreglo á los principios que deben regirlas. No puede hacerse eso en forma arbitraria y temporal; es necesario una inspección permanente y repetida, sin fijación de época y de fecha, que ni el Director ni los Profesores sepan cuándo ha de efectuarse aquélla, que siempre estén prontos para recibirla como prueba de su labor constante. Y ese trabajo árduo, pesado y de necesidad imprescindible, no puede llevarse á la práctica por comisiones que se nombran en cada caso. Estas han cumplido con la tarea impuesta y alcanzado resultados provechosos, pero ni ese género de tareas ni el cometido que verdaderamente debe comprender una inspección en forma, no ha podido, ni con mucho, imponérseles á cada comisión. Multiplicidad de cuestiones,

como he dicho, exigen una atención especial y permanente, no sólo en forma de visitas de inspección y de vigilancia, sino en el estudio de cuestiones de índole distinta, pero que todas ellas se relacionan con el mismo fin. Debe tenerse presente que la mayoría de los Liceos entran este año en un período de gran actividad, dado el número de los cursos que funcionarán (1.º, 2.º y 3.º año), y el mayor número de materias, y que el año próximo esa actividad será mayor, como que en once de esos Liceos funcionarán los cuatro años que forman el plan completo de Enseñanza Secundaria.

XIII

MISIÓN DE LOS LICEOS.—LO QUE SE HA HECHO Y LO QUE DEBE HACERSE.—LAS CÁTEDRAS DE ZOOTECNIA Y DE AGRICULTURA.—LOS EDIFICIOS LICEALES.

Los resultados alcanzados por los Liceos Departamentales en el tiempo que llevan de funcionamiento, han venido á comprobar en forma elocuente su necesidad y sus ventajas. Si alguien pudo dudar del éxito, está allí la obra realizada en el corto tiempo transcurrido. Son todavía muchos los que persisten en mirar á esos centros de educación y de cultura, como antecedente obligado de los que más tarde han de poblar los bancos universitarios. Grave error el de los que así piensan: la misión de los Liceos es más grande de lo que se supone, como que tienden á difundir en la masa general del pueblo, la cultura y la educación, preparar al hombre, en una palabra, para la lucha por la vida. De otra manera, Honorable Consejo, si otro fuera el fin y otro el alcance que se persigue, otra también habría sido, desde sus comienzos, la orientación de esa cantidad de jóvenes inscriptos hoy en proporciones sorprendentes.

Un número de 969 alumnos, casi el millar, inscriptos y

repartidos entre los 18 Liceos Departamentales, en los dos años de existencia, representan una cifra elocuente, muy elocuente por cierto, del entusiasmo y del interés con que ha respondido la masa del pueblo. Y ese número resulta precisamente halagador á los que, como yo, lejos de ver en ello un peligro social, un desequilibrio en el número de elementos intelectuales que vanse preparando, ven tan sólo un desarrollo en la cultura y en la educación de la población. No saldrán de los Liceos pléyade de médicos, de abogados ni de ingenieros, pero saldrá gran número de hombres y de ciudadanos formados al calor de los verdaderos principios, y conscientes todos de sus derechos y obligaciones. Por eso dije en mi informe de 1913, que consideraba los Liceos Departamentales como la obra acaso más grande, la más importante y la más útil que se ha implantado en el país durante el último tercio de siglo. Esta misma apreciación, ha debido vulgarizarse entre padres, alumnos, Profesores y Directores, entre muchos de éstos, sobre todo, que no han sabido preparar el ambiente ni señalar el verdadero derrotero á sus discípulos. Se les habla de Bachillerato, de tal ó cual carrera, de este ó aquel porvenir, pero nada se les ha dicho de lo que es y debe ser un ciudadano, de sus deberes y de sus derechos y de los medios de alcanzarlos y ejercitarlos por la educación y la cultura. Nada semejante han oído con relación á sí, las propias alumnas que también pueblan aquellos centros, y de ahí que las Comisiones examinadoras é inspectoras hayan tenido que hacer obra de convencimiento y de propaganda. No existe, pues, el peligro que algunos pretenden ver en el funcionamiento de los Liceos. Por el contrario, estoy convencido que su esfera de acción se extenderá mucho y que dentro del mismo ambiente surgirán nuevas aspiraciones y nuevas exigencias de orden práctico y positivo, que estaremos obligados á prestigiar con todas nuestras energías y con todos nuestros entusiasmos. No está lejano el día en que surjan de esos centros de educación otras necesidades, la creación acaso

de otros estudios, de aquellos más necesarios y más útiles, que coloquen á ese elemento en condiciones de explotar con conciencia y saber, nuestra verdadera riqueza nacional, nuestra industria agrícola y ganadera. Habría llegado el momento entonces de anexar al Liceo las clases de Zootecnia y Agricultura.

Todas esas cosas deben preverse y preverse bien. Por esa razón creo que los Poderes públicos deberían prestarle atención preferente á la idea de dotar á esos centros de edificio propio, bien amplio, que contemple necesidades de presente y de futuro. Hoy por hoy se tropieza con el gran inconveniente de local para instalarlos medianamente, y puede decirse que sólo por excepción algunos locales algo adecuados han podido conseguirse. La casi totalidad de esos establecimientos funcionan en edificios sin comodidad y ni siquiera aparentes para el fin que se les destina. Se les ha dotado del material de enseñanza para estudio práctico de las asignaturas que forman el plan, y pocos son los que hasta el presente han recibido un regular acomodo. En una palabra, esos edificios son inaparentes y no podrán ocuparse mucho tiempo, porque á su vetustez debe agregarse la resistencia de los propietarios á todo género de mejora, no obstante el crecido alquiler que abona el Estado. Si esto se advierte ya, cuando apenas cuentan los Liceos con dos años de existencia, ¡qué no sucederá cuando lleguemos á completar los cuatro años que forman el ciclo de la Enseñanza Secundaria! Por eso digo, Honorable Consejo, que deben preocuparse los Poderes públicos de este problema, casi de inmediato, dada la urgencia que entraña.

En los ejidos de cada ciudad donde los Liceos tienen su sede, existen terrenos municipales en extensión apropiada (una manzana) que podría utilizar el Estado para el fin indicado, sin desembolso alguno. Sería la base amplia para levantar en ellos los edificios respectivos con

arreglo á las necesidades de presente, y poderlos continuar en el futuro á medida que las necesidades mayores así lo impusieran. Por eso creo que una extensión como la que dejo indicada, sería una base regular y muy prudente. Fácilmente el Estado podría hacer frente al costo de la edificación de cada Liceo, sin más desembolso que el importe de lo que abona mensualmente por concepto de alquiler ($ 100), y más de dos terceras partes de las rentas propias de cada institución, destinadas á fomento del mismo Liceo. Se llegaría á una suma no menor de 250 pesos mensuales, cantidad más que suficiente para hacer frente á un empréstito de cédulas hipotecarias y atender así á sus intereses y amortización. Las necesidades de presente se habrían llenado por un tiempo, á base de un futuro que podría completarlas. Para muchos esto será poco práctico, y hasta superfluo si se quiere, sin utilidad palpable. Estas ideas no son dominadas por todos, como se ha dicho, especialmente por aquéllos que no alcanzan el fin que se persigue. Por eso se habla de proletariado intelectual y otras cosas parecidas. Ese es el error de la gente que habla de lo que no sabe ni comprende. En los pueblos más adelantados del mundo se mira la enseñanza secundaria como la brújula que ha de orientar á las masas en un sentido dado, y esa es la razón de por qué, en ningún caso, los gobiernos que dirigen sus destinos, la abandonen en un solo momento. Pueden citarse como ejemplo los pueblos más adelantados y más liberales de Europa, en los que la enseñanza secundaria se acentúa cada vez más por el número de sus iniciados, no obstante el paréntesis que se ha notado en esos mismos Estados, cuando se trata de la Preparatoria y Superior. Hoy se la mira como factor de primer orden, como el único quizá para la formación del carácter y de la educación en la masa del pueblo. Por eso se le protege y se le vigila cuidadosamente. *El viejo principio de proteger á los menos en beneficio de los más, ha sido suplido hoy por el de la protección á los más en beneficio de todos.* Prestigiar y favo-

recer la enseñanza secundaria, es obra de patriotismo, y más que de patriotismo, de humanidad.

Formuladas de una manera general las observaciones que me han sugerido los Liceos Departamentales, como resultado de los exámenes de fin de curso, me permito someterlas á la consideración del Honorable Consejo, aprovechando esta nueva oportunidad para saludar á sus miembros con mi más alta consideración.

M. Lapeyre,
Decano.

AMPUTACIÓN RÁPIDA DEL MUSLO

Amputación rápida del muslo

POR EL

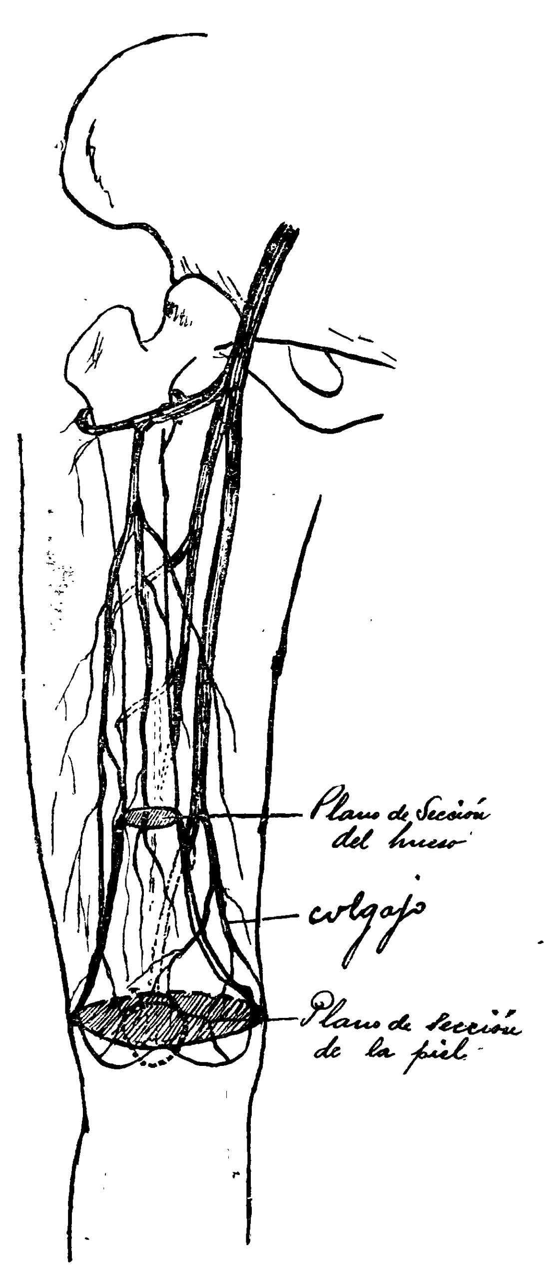
DOCTOR LORENZO MÉROLA
Profesor de Anatomía Topográfica y Medicina Operatoria
de la Facultad de Medicina

Es indudable que entre los progresos realizados por la cirugía, figura la disminución creciente del número de amputaciones. Con todo, si se tiene en cuenta que de cuando en cuando, podemos vernos forzados á practicar alguna, pudiera justificarse la publicación del procedimiento que he seguido en dos de mis casos.

Por el nivel en que practicamos la sección del hueso, esta operación, puede colocarse entre la amputación supra condileana de Carden; y la amputación de Farabeuf del tercio inferior del muslo, que el autor describe como tipo de colgajo circular. Por otra parte, es también un colgajo circular, pero colocado un poco mas abajo que el de Farabeuf con lo cual por razones anatómicas derivan importantes diferencias, como se verá enseguida.

Las ventajas del procedimiento que propongo, radican en la rapidez con que puede ser ejecutado; hemos tenido ocasión de practicarlo dos veces, por gangrena del pie en sujetos de terreno diabético, y tenemos que contentarnos de haberlo seguido. Los enfermos operados, son viejos de más de 70 años, y en ellos como se comprende, la rapidez operatoria cuenta por gran parte en el éxito, disminuyendo la dosis de anestésico por una parte, y por otra las probabilidades de infección.

Para llamar rápido nuestro procedimiento no tenemos



en cuenta solamente los tiempos necesarios para la confección del colgajo y la sección del hueso; ese tiempo será un poco menor que el de cualquier colgajo circular, pero además hay que contar en la operación el tiempo necesario para hacer la hemostasis, es ese tiempo el que conseguimos acortar practicando la sección del hueso al nivel que proponemos. Una sola pinza suprime la hemorragia de todo el colgajo.

1.º Tiempo.—*Operación.*—Sección de la piel circularmente. Pasa al nivel del medio de la rótula por la parte anterior; piel poco retractil, por esa razón en la

parte posterior la sección desciende un par de dedos. Justifica mas la oblicuidad la gran retractilidad de la piel del hueco popliteo.

2.º TIEMPO. — *Sección de los músculos anteriores (cuadriceps).* — Rozando el borde superior de la rótula, y de los músculos posteriores é internos del muslo; degollando los condilos femorales de igual modo que se practica ese tiempo en las amputaciones de metacarpeanos.

Practicando las secciones musculares á ese nivel, el tiempo *recoupe* es innecesario, debido á que la masa muscular del muslo es continuada por los tendones de inserción, de volumen cada vez menor, y esa disminución es reemplazada por el aumento creciente del fémur al nivel de su extremidad inferior: de modo que el colgajo se presenta naturalmente ahuecado. (Veáse la figura adjunta).

3.er TIEMPO.—*Sección del hueso.*—Nada de particular.

4.º TIEMPO. — *Hemostasis.* — En nuestro caso, una sola pinza sobre la arteria femoral en el momento de hacerse puplitea realiza una hemostasis perfecta. La razón le da á nuestro juicio la disposición de los vasos sanguineos del muslo, que como puede verse en el esquema que presentamos, está representado, al nivel de las secciones musculares, por las últimas ramificaciones de la arteria del cuadriceps de las perforantes y de la anastimótica, demasiados pequeños para hacer necesarias las ligaduras.

5.º TIEMPO. — *Suturas.*

Montevideo, 10 de Julio de 1914.

APENDICECTOMÍAS DIFÍCILES

Apendicectomías difíciles

DEL CURSO DE OPERACIONES DE 1914

POR EL

DOCTOR LORENZO MÉROLA
Profesor de Anatomía Topográfica y Medicina Operatoria
de la Facultad de Medicina

INTRODUCCIÓN

Señores:

Quiero dar á conocer algunas observaciones de apendicectomía, que son á mi entender interesantes, por las dificultades operatorias que presentaron. Anticiparé que la mayor parte son operaciones en frío; sólo dos ó tres son practicadas durante el ataque, no sin recordarles en primera línea, que en lo que se refiere á la operación de apendicitis en caliente, la encontrarán los estudiantes magistralmente estudiadas en tratado «Cirujía de urgencia», capítulo del que tengo que recomendar especialmente su lectura, en lo que se relaciona á la apendicitis precoz, apendicitis con peritonitis generalizada y 3.º focos apendiculares, sobre todo estos últimos, porque como se comprende fácilmente, la operación en frío debe presentar la misma variedad de focos que en el período agudo, ya que no se trata más que de un segundo período de la misma afección y nuestras observaciones son según mi impresión, la prueba de esa analogía.

Ustedes habrán oído decir que la operación de apendicectomía puede ser difícil en algunos casos, y que las

dificultades son debidas á las adherencias que engloban el apéndice de distinta manera, con el epiplón en las ansas delgadas, etc.

Por otra parte, en los libros de operaciones se describen con detalles los tiempos de una extirpación de apéndice, diremos así, normal y se dice poca cosa de los casos difíciles, que son precisamente los que más hay que dar á conocer, para disminuirle al debutante alguna parte de los inevitables fracasos en que tiene que caer, si se le libra sin consejos á su sola experiencia.

Faure crea un procedimiento de extirpación de los anexos de abajo á arriba, que yo encuentro colosal; el ideal sería, indudablemente, crear un procedimiento igual ó parecido para extirpar todos los apéndices. Yo, por mi parte, renuncio de antemano al arranque genial que exige esa creación, me limitaré solamente á dar á conocer las dificultades que yo he encontrado, y como las he vencido, en la seguridad de ser útil á alguíen. Comprendo que hay un fondo de la experiencia personal, que no puede trasmitirse á los demás con palabras, pero si no se puede trasmitir el todo, se puede una parte...

Pienso que convendría entenderse respecto de lo que es una apendicitis difícil. Hay dos clases de dificultades: la dificultad de encontrar el apéndice en primer término, que es importante tener muy en cuenta, porque depende en gran parte de la manera de conducir la operación, la culpa de esta dificultad la tiene en gran parte el cirujano y empieza del momento que éste traza su conducta operatoria de la elección de la incisión en primera línea, del conocimiento anatómico y la manera de buscar en segunda, porque nadie puede negar que el mismo enfermo operado por un cirujano con la incisión de Roux, que resulta una *trouvaille* difícil, hubiera podido ser una simpleza en manos de otro con la incisión de Jalaguier, por ejemplo, y también la inversa.

Hay otra dificultad en que interviene menos el cirujano, ajena á él, y es la calidad de las adherencias, que hacen

difícil la extirpación del apéndice, aún cuando se tiene á la vista, está sí debe resolverse como se pueda, buscando por tanteo el lado fácil, usando la sonda, el bisturí, el dedo,—amputando primero ó después de aislar el apéndice, etc.; pero las adherencias no las hace el cirujano y cuando existen terribles, lo son igualmente para todos, lo contrario precisamente de las dificultades de descubierta del apéndice.

Pero hay más; se habla también de apéndices no solamente difíciles, sinó *introuvalles.*

¿Existen los apéndices imposibles de encontrar? ¡tal vez! pero no podemos decir que el apéndice que nosotros no encontramos, no lo hubiera podido encontrar otro, á no ser que tengamos plena conciencia de haber hecho muy bien las cosas, y para el cirujano buen conocedor, habrán más bien apéndices destruídos, inexistentes casi, ó casos en que conviene no empeñarse en buscarlo, por no perjudicar al enfermo, aún cuando se conozca bien, en el campo operatorio, donde se le encontraría.

Yo no sé si el porvenir disminuirá las extirpaciones difíciles, talvez, por la frecuencia con que se practican intervenciones precoces, con todo, los casos se seguirán presentando, pues los casos más difíciles los constituyen los complicados de pericolitis, pero hay que tener presente que las membranas pericólicas, son cada vez más conocidas, esperamos encontrarlas y eso basta para salvar en adelante gran parte de la dificultad.

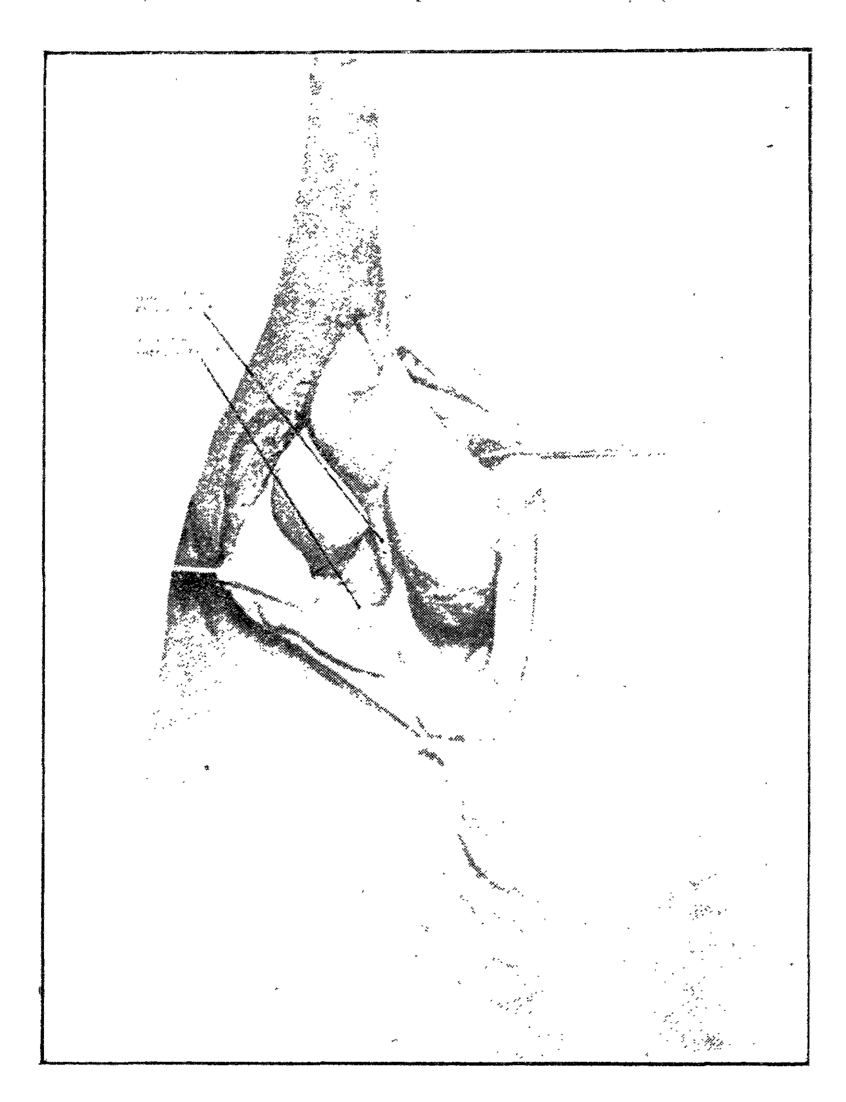
Anatomía del apéndice

Con Picqué paso por alto la descripción clasica que puede verse en los tratados de Anatomía y anotamos la modificación Quemi Hirtz Boyer.

« 1. El ciego es un canal flexionado como el estómago.

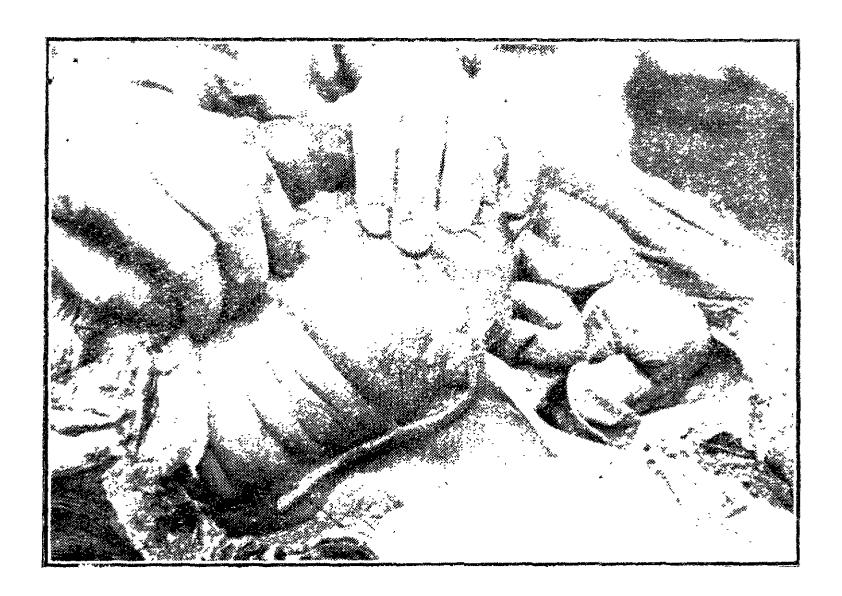
« 2. La primera porción recibe el intestino delgado. La « segunda el apéndice.

« 3. El ángulo que forman la unión de la 1.ª porción con « la 2.ª, abierto hácia la izquierda es: recto, agudo ó ob-



« tuso. El vértice forma el fondo del ciego.... y para la « situación del apéndice: situación típica, (véase la figura). « Situación atípica:

« 1.º del apéndice sólo: I. Soas cecal; II. Latero cecal, derecho é izquierdo; III. Retrocecal.
« 2. Prececal.
« 2.º del ciego y del apéndice: I. Ciego alto-prerenal: « II. Ciego bajo pelviano.
« Esta segunda variedad: ciego y apéndice la dejamos « de lado por su rareza y consideraremos la primera va- « riedad—apéndice sólo ».



Para nosotros, del punto de vista de la patología, hay que confundir, el apéndice sous cecal—latero cecal, derecho é izquierdo, y el retrocecal ¿por qué razón?

Si miramos la figura de Picqué y suponemos que se suprime la pinza, que levanta el ciego, este caería para recubrir el apéndice;—de modo que existe normalmente un verdadero nicho apendicular, que lo aisla de la cavidad peritoneal y limitada, abajo y afuera por la fosa ilíaca, arriba y adelante por el fondo cecal, arriba y adentro el delgado que busca el ciego y que además cambia la dirección de la hoja del mesenterio, haciendo que la

hoja derecha se hace superior, y la izquierda inferior, con lo que encierra el apéndice; además á veces esa hoja izquierda y ahora inferior, tiene un repliegue peritoneal que va á la fosa ilíaca, (repliegue mesenterio ilíaco) que encierra más todavía el apéndice. (Véase la figura).

La inflamación del apéndice, de esta primera variedad, formará adherencias con las paredes de la logia en que está contenido; ciego, ultima anza del íleon, hoja inferior del mesenterio y por nuestra parte agregaremos que en estos casos hemos creído encontrar generalmente *ausente el epíplóm.*

Con el número 2 marcamos la variedad anterior (prececal) el apéndice de este tipo cuando se inflama, por haber salido de la logia, toma más relación con la cavidad peritoneal, las adherencias se hacen entre las anzas delgadas, y hemos notado que es en estos casos que se presenta una *gran participación del epiplón* en la constitución de los focos.

AUTOPSÍAS.—Nuestras autopsías confirman plenamente la descripción de R. Picqué; presentamos solamente fotografía de un caso interesante.

Observaciones

Ahora bien: ¿Nuestras dos variedades podrán preverse en la clínica? Tal vez sí, y por más que en nuestras observaciones nos dirijimos á la técnica quirúrgica preferentemente, podrá verse que: la variedad anterior, da mayor reacción peritoneal, durante el ataque, y en frío el foco es móvil; la primera variedad—foco fijo en frío y pequeña reacción durante el ataque.

1.a Observación.—El sujeto había sufrido una ruptura del flegmón apendicular en el intestino, no se sabe á que altura, el sujeto mejora temporariamente hasta que 15 días después sufre una brusca reagravación que nos conduce á practicar la intervención. El enfermo presentaba un

plastrón muy bajo inmóvil, colocando el enfermo en fuerte posición de Trendelemburg—practicamos la incisión de Roux baja, nos conduce directamente á un apéndice en posición pelviano. Guía para buscarlo, el polocecal; el intestino delgado no aparece casi durante la operación. Con éxito feliz. Ayuda la operación el doctor Iraola.

2.ª Observación.—Igual á la anterior, enfermo remitido por el doctor Loriente que ayuda en la intervención.

Plastrón palpable muy bajo, inmóvil en Trendelemburg, incisión de Roux—se busca el apéndice guiándonos por el ciego, el intestino delgado no se ve en la operación.—Exito feliz, sin incidentes.

3.ª Observación.—Los antecedentes de este enfermo son pocos conocidos, lo recibimos para ser operado en frío en el Hospital Italiano. Secunda la intervención el doctor Gaminara.

Foco apendicular alto colocado—practicamos la incisión Jalaguier encontramos un fuerte velo membranoso que disimula completamente el apéndice, el ciego, y el colón ascedente—existe un verdadero velo peritoneal que deja fuera de la cavidad tabicando completamente esos órganos—á ese velo va á implantarse la última ansa del íleon, todo en una superficie completamente lisa.

Se desgarra el velo y se cae directamente sobre el apéndice que á pesar de estar oculto por el velo, tiene posición anterior, no tiene adherencia del epiplón. Esta operación no fué llevada á termino sin oscilaciones—la incisión de Roux hubiera sido muy mala.—Me pregunto—¿Pudiera haber sido esta apendicitis, retro cecal, existiendo además el fuerte velo pericólico? Es indudable que en ese caso la operación hubiera sido más laboriosa, aunque creo que la incisión de Jalaguier nos hubiera sido utilísima.

4.ª Observación.—Después de cesar los fenómenos agudos y el dolor generalizado, persiste con dolor supra umbilical que hace pensar más bien en una lesión gástrica que apendicular, por esa razón resolvimos operar por incisión

mediana supra umbilical, nos encontramos con un apéndice alto anterior incluído en las ansas delgadas— existe membranas pericólicas—extracción del apéndice—el emfermo abandona el hospital, pero entra de nuevo 15 días después con fenómenos de oclusión intestinal, se opera y se encuentra un conglomerado de anzas intestinales; se desprenden las múltiples adhesiones y el resto de la evolución es favorable. Sale de alta, al parecer curado—¿hay que temer una nueva oclusión? No es nada raro que se presenten en los apéndices anteriores, con adherencias grandes al intestino delgado.

5.ª *Observación (del doctor Gaminara).*—Apendicitis pelviana más oclusión intestinal por bridas, se repite, pues, la oclusión en los apéndicis incluídos en anzas delgadas, observación á subrayar.

6.ª *Observación.* — Con la incisión de Mac Schuller se cae sobre foco apendicular — el tumor era palpable en esa zona y además inmóvil con la función de Trendelenburg. Se encontró el apéndice libre de adherencias epipólicas, en cambio las adherencias intestinales son muy fuertes, el apéndice se rompe en las maniobras de extirpación — el ciego es grande — existe un nicho apendicular y el apéndice adhiere sobre todo á la hoja izquierda (inferior del mesenterio) el ataque había evolucionado con síntomas poco graves.

En esta observación, las dificultades para encontrar el apéndice fueron nulas, en cambio la separación es tan difícil que tenemos que renunciar á extirpar la extremidad del apéndice. ¿Somos nosotros responsables de esa falta? En todo caso no quisimos encarnizarnos en buscarlo por no agravar la operación — la evolución es favorable — pequeño drenaje.

7.ª *Observación.* — Practicamos en este caso la incisión de Roux, pero un poco alta continuando en la región lumbar como en la incisión de Albarran, debido á la colocación alta de la masa palpable, que hacía posible la sospecha de que pudiera ser un flegmón perinefrítico, y lo

era por su colocación (apéndice ascendente, retro cólico). Esta operación fué practicada en caliente y se termina con la evacuación del foco purulento que se abrió al través del peritoneo, y agregando el despegamiento del colón por el espacio parieto-cólico, evolución favorable. 25 días después dolor lumbar, chuchos y temperatura alta, nos llevan á la intervención inmediata.

2.ª Operación — Igual incisión que en la primera operación — apéndice difícil de encontrar — á pesar de haber elegido la buena vía, porque conocíamos su colocación, ó por lo menos, la preveíamos, naturalmente que no existen adherencias del epiplón ni del intestino delgado — evolución favorable.

8.ª Observación. — Soy llamado á atender una apendicitis que se presenta con carácter grave. Gran ballonamiento del vientre, timpanismo hepático, dolor generalizado, aunque predominando en la fosa ilíaca derecha, facies intoxicado — temperatura 38°, pulso 104.

Practicamos la intervención de urgencia.

Dos cosas interesantes son á notar, por una parte la participación de las anzas delgadas en la formación del foco purulento, motivo de gravedad — y por otra parte la existencia de dos clases de líquidos purulentos, uno turbio, sin gran fetidez, de la cavidad peritoneal, y un segundo, y éstos fuertemente fétidos, más espeso y bien aislado, del foco apendicular, ese segundo foco nos apareció, en la pequeña tentativa que hicimos para encontrar el apéndice — haré presente que fué una verdadera sorpresa — hubiera creído bastante con la existencia del primer líquido que apareció para poner los tubos de drenaje.

El intestino tenía color violáceo y estaba recubierto de falsas membranas blancas por partes. Evolución favorable.

9.ª Observación. — Operamos con el doctor Gaminara que lleva el bisturi. Es un sujeto que no dá mayores datos, pero que presenta fenómenos peritoneales que nos conducen á la intervención aunque sin precisar diagnóstico. In-

cisión transversal—se cae sobre las anzas intestinales envueltas en exudado y falsas membranas—se explora la cavidad buscando la causa original y se encuentra un foco de adherencias en la fosa ilíaca derecha, desgarrándola se cae sobre un foco apendicular con pus espeso, blanco característico, bien distinto al del exudado peritoneal, como en la observación 8.ª.

Esos focos apendiculares enquistados con coexistencia de pus distinto en la gran cavidad que se repite en estas dos observaciones, no deja de recordar los derrames reaccionales de las serosas al lado de los focos purulentos, por ejemplo la pleuresía de un absceso subfrénico—sobre todo teniendo en cuenta que estas dos peritonitis han evolucionado hacia la curación—por más que creemos deber recordar que en los dos casos se practicó el lavado peritoneal al eter—maravilla de tratamiento del que hemos beneficiado en una buena serie de casos, otros que la peritonitis de origen apendicular.

Al lado de esta observación recordamos, que tenemos noticias de casos en que el cirujano interviniendo durante el ataque agudo, encuentra un exudado peritoneal, sucio ó sanguinolento; cree haber hecho bastante, pone tubos y termina la intervención. Al día siguiente rápidamente, medio litro ó un litro de pus franco de caracteres distintos inundan la curación; accidente feliz, después del cual el enfermo mejora rápidamente.

Yo creo que hay que subrayar marcadamente estos casos y preguntar ¿cuántos operados no mejoran y mueren por haber olvidado ese foco principal que continua intoxicando al enfermo?

10.ª Observación.—Sujeto ya operado, en caliente, por absceso apendicular y con cuadro de gravedad.

2.ª operación.—Por presentar un foco apendicular móvil en el Trendelemburg—y por la gravedad de los síntomas durante el primer ataque—sospechamos el foco formado por ansas delgadas. Incisión de Jalaguier encontramos el apéndice incluído en las ansas delgadas con participación

del epiplón en la formación de las adherencias. Apéndice largo anterior, evolución favorable.

11.ª Observación. — Operación en frío, incisión de Mac Schüler. Durante el ataque evolución benigna, tumor en la región ilíaca inmóvil en la función-declive — apéndice adherente á la hoja inferior del mesenterio, con existencia de un nicho apendicular cerrado y perfecto.

12.ª Observación.—Tumor móvil con función-declive, incisión Jalaguier, adherencias en el gran epiplón y las anzas delgadas.

13.ª y 14.ª Observaciones. — Dos observaciones de apéndice flotante, amputadas espontáneamente durante el ataque, fueron casos con síntomas graves, presentan tumores móviles en la posición de Trendelenburg.

En estas y otras operaciones que no anoto en extensión por ser iguales, practicamos frecuentemente la siguiente manera operatoria.

Notando las adherencias del epiplón, tratamos de buscar hacia arriba una zona libre para seccionarla, como si se tratara de una hernia umbilical en adherencia del epiplón, prescindiendo al principio del apéndice — una vez practicada la sección del epiplón en zona no adherente, levantamos el segmento seccionado y tratamos de desprenderlo, esa maniobra de desprendimiento nos ha llevado fácilmente al apéndice, incluído en la porción del epiplón que extirpamos al mismo tiempo.

Tenemos que hacer notar también la rareza con que se encuentran adherencias del epiplón á la pared anterior del abdomen en nuestras observaciones — es raro que la incisión de Jalaguier no nos lleve á una zona libre de la cavidad peritoneal, lo mismo que la incisión de Mac Schüller, por eso también preferimos las tales incisiones que son, á nuestro juicio, las que permiten comprender mejor la disposición anatómica del apéndice y terminar en mejores condiciones la intervención; dan mayor conciencia de lo que se hace.

15.ª y 16.ª Observaciones. — Son dos observaciones de

apendicitis con gran pericolitis, pero en una el apéndice es anterior prececal y en la otra posterior (retro cecal).

15.a Observación.—Enfermo de campaña que había tenido un ataque grave—el médico que lo atiende triunfa al cabo de 2 meses de lucha—encontramos el apéndice englobado por el epiplón y las anzas delgadas en medio y delante de una fuerte membrana pericólica.

16.a Observación.—Apendicitis de evolución más bien crónica. Practicamos la incisión de Jalaguier, y se encuentra en peritoneo libre, no se ve el ciego que está oculto por una membrana pericólica, buscamos sin encontrar nada primero, entonces recurrimos á la maniobra casi siempre salvadora, de levantar el polo cecal, y buscamos el apéndice en su lugar de implantación, que en este caso se encuentra en posición retro cólica. El levantamiento del polo cecal nos exigió una amplia incisión, único modo de ver claro.

Hubiéramos podido llegar más directamente con una incisión más baja que la que nosotros practicamos, pero el enfermo tenía un plastrón alto que nos llevó de su lado al principio de la intervención.

Hemos dejado de lado todos los casos de apendicetomía, en los que se pudiera decir que el apéndice busca al cirujano para que lo extirpe. Anotamos nuestros casos difíciles que, como se comprende, están lejos de encerrar todas las variedades posibles, pero con todo nos permiten sacar alguna consecuencia.

Conclusión práctica

Nuestras observaciones, reforzadas por la disposición anatómica del apéndice y del estudio de las observaciones de operación en caliente de Lejars, nos muestran dos variedades netamente marcadas, aún cuando puedan existir transiciones: apéndice en nicho apendicular, y apéndice fuera del nicho apendicular. En los dos casos con ó sin pericolitis.

Si el apéndice se enferma en nicho apendicular, da generalmente un foco enquistado inmóvil con la posición declive, muy á menudo benigno. Podrá usarse en esos casos la incisión de Roux; pero yo prefiero usar, con todo, la incisión de Mac Schüller ó Jalaguier para caer en zona peritoneal libre, ver bien y levantar el polo cecal como en la figura de Picqué de Anatomía Normal.

Si el apéndice se enferma fuera del nicho, las adherencias se hacen en el epiplón y las anzas delgadas, los ataques son generalmente más graves — el tumor formado por las adherencias se desplaza en los cambios de posición — la incisión de Jalaguier revela de inmediato la presencia del epiplón y la variedad del foco, el apéndice que es anterior, tiene forzosamente que presentarse, si no estuviera, buscar el polo cecal y la implantación del apéndice, para proceder á su extirpación, si fuera necesario, por la sección previa.

Digresión técnica

Conviene después de tratar las distintas incisiones que pueden ó deben aplicarse á la misma afección, según las variedades de modo de presentación; recordar también, que, una sola incisión puede ser aplicada á afecciones distintas, cuando es debidamente utililizada. En la Observación VII practicamos una incisión de Roux, alta, semejante á la parte inferior de la incisión de Albarran que permite abordar el riñón, contando con la posibilidad de un error de diagnóstico.

Cuando se concurre á la clínica con cierto tiempo se llega al convencimiento de que el error de D. en ciertos casos, es casi fatal, y en algunos es más científico el error ó por lo menos la duda de acertar el diagnóstico. Al hacer esta afirmación, no tengo presente mis errores, sino el de grandes clínicos, y no solamente nuestros. Por eso en algunos casos como el de esta observación, adoptamos esas

incisiones que permiten tomar distintas direcciones cuando el caso lo exija, y siempre que de su elección no resulten consecuencias desfavorables.

Para poner un ejemplo: Recordaremos que la incisión de Israel, ó el colgajo, puede aplicarse tanto á una colección supurada pleural ó pulmonar de la base como á un absceso subfrénico, error como se sabe frecuentemente cometido.

Y para justificar más nuestra conducta, recordaré un dato anatómico.

Si abrimos ampliamente el vientre y suprimimos las vísceras introperitoneales para mirar bien la profundidad, encontramos uua salida mediana alargada, formada por el cuerpo de las vértebras en sus discos, y á los costados dos grandes fosas alargadas de arriba abajo y representadas de cada lado por: 1.º la fosa costal; 2.º la fosa lumbar; 3.º la fosa ilíaca.

Cada una está disminuída de profundidad por el peritoneo, que deja por detrás algunos órganos bien conocidos y contiene otros. Ahora bien: cada una de esas fosas puede ser abordada por tres vías distintas. La fosa lumbar por vía trans, y para peritoneal, y por vía directa; la fosa ilíaca, por vía trans y para peritoneal y trans ilíaca; y por último la fosa costal, por vía transperitoneal, para peritoneal (incisión de Bazi) y por transpleural (Israel).

Supongamos, repitiendo, una colección purulenta lumbar. Puede dudarse entre un foco periapendicular, y un foco perinefrítico. Nuestra conducta cuando exista esa duda, será la siguiente: Incisión parecida á la de Roux, llegando hasta el peritoneo. Se sospecha ó ve algo en la cavidad (apendicitis—se incinde—si se encuentran las cosas normales, se procede á la sutura del peritoneo, procedemos después al despegamiento (vía para peritoneal), hácia la región lumbar, si fuera necesario alargamos la incisión hácia atras vía directa (Albarran) para terminar la operación sobre el riñón.

He terminado.

FACULTAD DE DERECHO Y CIENCIAS SOCIALES

Antecedentes relativos á la separación de los estudios de Traductor Público, de los que se cursan en la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales.

Facultad de Derecho y Ciencias Sociales

Antecedentes relativos á la separación de los estudios de Traductor Público, de los que se cursan en la Facultad.

INFORME

Montevideo, 4 de Junio de 1914.

Señor Rector de la Universidad, doctor don Claudio Williman.

El Consejo de esta Facultad, pronunciándose sobre una proposición del señor Decano, le autorizó á promover la anexión de las tramitaciones y pruebas referentes á la profesión de Traductor Público, á la Escuela de Comercio, fundado en las razones siguientes:

La profesión de Traductor está anexada á la Facultad de Derecho por la ley de 25 de Noviembre de 1885 (artículo 15), como lo estaba la de Contador hasta la creación de la Escuela N. de Comercio. Pero por lo mismo que no se han organizado jamás los estudios de la misma como carrera oficial, la misión de nuestra Facultad se ha reducido siempre á recibir los exámenes que establece la reglamentación correspondiente, lo que obliga á designar personas completamente desvinculadas de esta Institución para la formación de las mesas examinadoras, que, por esa circunstancia, sólo con grandes dificultades é inconvenientes han podido funcionar cuando se han solicitado sus servicios.

Por otro lado, por la índole especial de las asignaturas que esta profesión abarca (Gramática Castellana é Idiomas), es visible que ellas nada tienen que ver con los estudios de esta Facultad. Por la materia, por el fin esencial de la profesión y por la índole de la misma, esos

estudios encuadran perfectamente en la Escuela de Comercio, donde funcionan ya cursos de idiomas para la preparación de aspirantes. Se completará así, atribuyendo á esa institución todo lo relativo á los estudios de Traductor, la obra tan acertadamente iniciada con la creación de la Escuela de Comercio, segregada de la Facultad de Derecho.

Saluda á U. S. muy atentamente.

JOSÉ CREMONESI,
Decano.

José Pedro Segundo,
Prosecretario.

CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE DERECHO Y CIENCIAS SOCIALES.

Montevideo, 6 de Junio de 1914.

Con esta fecha, el Consejo Directivo de esta Facultad, aprobó el precedente informe.

JOSÉ CREMONESI,
Decano.

J. P. Segundo,
Prosecretario.

Montevideo, 13 de Junio de 1914.

Al Consejo.

WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco,
Secretario General.

Montevideo, 24 de Junio de 1914.

El Consejo Universitario, en sesión de esta fecha, sancionó la siguiente resolución: Aprobar lo informado por el Consejo Directivo de la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales y elevar estos antecedentes al Poder Ejecutivo para la resolución que corresponda.

WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

FACULTAD DE MEDICINA Y RAMAS ANEXAS

Ley que modifica el inciso 2.° del artículo 1.° de la ley de 25 de Noviembre del año 1889 (Exámenes libres en Medicina) — Convenio celebrado entre la Facultad de Medicina y la Asistencia Pública Nacional — Reglamento del Instituto de Radiología.

Facultad de Medicina y ramas anexas

Ley que modifica el inciso 2.º del artículo 1.º de la ley de 25 de Noviembre de 1889

El Senado y Cámara de Representantes de la República Oriental del Uruguay, reunidos en Asamblea General,

DECRETAN:

Artículo 1.º Modifícase el inciso 2.º del artículo 1.º de la ley de 25 de Noviembre de 1889 relativa á la Enseñanza Secundaria y Superior.

El referido inciso quedará redactado en la siguiente forma: «Exceptúanse los estudios superiores que según los reglamentos universitarios se conceptúen prácticos, los cuales sólo podrán cursarse en las Universidades Nacionales y con sujeción en un todo á sus respectivos reglamentos».

Art. 2.º Comuníquese, etc.

Sala de Sesiones de la Honorable Cámara de Senadores, en Montevideo á 29 de Mayo de 1914.

BLAS VIDAL,
Presidente.

M. Magariños Solsona,
1.er Secretario.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 2 de Junio de 1914.

Cúmplase, acúsese recibo, comuníquese, insértese en el Registro de este Ministerio y con la copia correspondiente remítase al del Interior.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
BALTASAR BRUM.

Convenio celebrado entre la Dirección General de Asistencia Pública y la Facultad de Medicina para el funcionamiento del Instituto de Radiología.

MINISTERIO DEL INTERIOR.

Montevideo, 12 de Enero de 1914.

Vistos estos antecedentes relativos al funcionamiento del Instituto de Radiología, y atento á lo determinado en el artículo 4.º del decreto de fecha 16 de Diciembre de 1913; se resuelve:

1.º Apruébase en la forma que á continuación se expresa, el convenio *ad referendum*, celebrado entre la Dirección General de la Asistencia Pública y la Facultad de Medicina para el funcionamiento del Instituto de la referencia.

a) El Instituto de Radiología se instalará en el Hospital «Maciel» y su funcionamiento queda equiparado al de los servicios hospitalarios adscritos á las Cátedras de Clínicas de la Facultad de Medicina. En consecuencia, la Facultad nombrará su personal técnico, fijará sus sueldos y reglamentará la ensseanza de la radiología (comprendidos todos

los agentes radiológicos), y la Asistencia Pública tendrá á su cargo la administración del Instituto, nombrará él ó los ayudantes y practicantes que sean necesarios y el personal de servicio, fijándole las asignaciones que le correspondan.

b) La Facultad de Medicina entregará á la Asistencia Pública el material adquirido por el doctor Carlos Butler para la instalación del Instituto, conservando la propiedad del radium.

c) La Asistencia Pública fijará las tarifas que deban regir para los pudientes que utilicen los servicios del Instituto y percibirá las rentas que por este ú otros conceptos produzca.

d) Los sueldos del personal del Instituto, su instalación, su funcionamiento, la renovación del material y la adquisición de nuevos útiles y aparatos se costearán con las rentas que produzca el mismo Instituto.

e) La organización definitiva del Instituto se hará de acuerdo con su director, el cual la someterá á la aprobación del Director de la Asistencia Pública y del Decano de la Facultad de Medicina, en la parte que á cada una de las Institucionns que éstos representan se refiera.

f) Siendo necesario para la instalación del Instituto el local que hoy ocupan las Clínicas Odontológica y de Protesis dentaria, la Asistencia Pública se hará cargo también de estos servicios en las mismas condiciones establecidas para el Instituto de Radiología y proveerá á su instalación en otro local.

g) En el caso de que los proventos del Instituto dejaran excedente, una vez pagados los presupuestos, se destinará ese excedente á mejoras del Instituto en primer término y de los demás servicios clínicos de la Facultad, después.

Si contrariamente los gastos excedieran á las entradas, la Asistencia Pública y la Facultad de Me-

dicina proveerán la forma de cubrir el déficit que se produzca.

2.o Comuníquese, publíquese y vuelvan estos antecedentes al Consejo.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
FELICIANO VIERA.
BALTASAR BRUM.

Reglamento del Instituto de Radiología

FACULTAD DE MEDICINA

Montevideo, 10 de Febrero de 1914.

Señor Rector de la Universidad, doctor don Claudio Williman.

A los efectos de lo dispuesto en el párrafo 2 del artículo 1.o de la ley de 20 de Diciembre de 1912, elevo á V. S. el Reglamento del Instituto de Radiología, sancionado por el Consejo Directivo de esta Facultad, en sesión de ayer.

Saludo atentamente al señor Rector.

MANUEL QUINTELA,
Decano.

Luis Pizzorno Scarone,
Secretario.

Montevideo, 11 de Febrero de 1914.

Al Consejo.

WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco.
Secretario General.

Montevideo, 18 de Febrero de 1914.

El Consejo Universitario, en sesión de esta fecha, sancionó la siguiente resolución:

Aplazar el estudio de este asunto para la próxima sesión.

WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco,
Secretario General.

Montevideo, 20 de Febrero de 1914.

Imprímase, repártase.

WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco,
Secretario General.

RESOLUCIÓN DEL CONSEJO UNIVERSITARIO

Montevideo, 18 de Marzo de 1914.

El Consejo Universitario, en sesión de esta fecha sancionó la siguiente resolución:

Aprobar lo resuelto por las Autoridades Directivas de la Facultad de Medicina y elevar estos antecedentes al Poder Ejecutivo para la resolución que corresponda.

C. WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 31 de Marzo de 1914.

Atento el dictamen favorable del Honorable Consejo Universitario, apruébase el Reglamento del Instituto de Radiología sancionado por el Consejo de Medicina, con la salvedad de que los nombramientos á que aluden los artículos 5 y 11 se harán por el Poder Ejecutivo á propuesta de las autoridades correspondientes.

Comuníquese, publíquese y devuélvase.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
BALTASAR BRUM.

Montevideo, 7 de Abril de 1914.

Dése cuenta al Consejo Universitario, comuníquese á la Facultad de Medicina, á la Dirección de la Asistencia Pública Nacional, publíquese en los ANALES DE LA UNIVERSIDAD y pase á la Contaduría para su conocimiento y demás efectos.

WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

REGLAMENTO

I

DE LOS FINES DEL INSTITUTO

Artículo 1.º El Instituto de Radiología tiene por cometido:

1.º Hacer investigaciones científicas y curso de enseñanza sobre las substancias radio-activas y sobre todas las radiaciones.

2.º Hacer aplicaciones clínicas (diagnósticas y terapéuticas) de todos esos agentes.

Art. 2.º Para llenar estos cometidos, el Instituto constará de tres secciones principales:

1.ª Radioactividad y Radiumterapia.

2.ª Rontgenterapia y Rontgendiagnóstico.

3.ª Fototerapia.

Estas secciones se completarán con los laboratorios de otras ramas de la medicina, necesarias al estudio y á la aplicación de esos diversos agentes físicos.

II

DEL PERSONAL DEL INSTITUTO

Artículo 3.º El personal del Instituto comprende el personal técnico, el personal administrativo y el personal secundario y de servicio.

Art. 4.º El personal técnico lo formarán:

Un Director.

Un Subdirector.

Un médico ayudante.

La Facultad de Medicina examinará en el futuro si conviene á los fines del Instituto la creación de nuevos cargos.

Art. 5.º La designación del personal técnico corresponde á la Facultad de Medicina. Una vez definitivamente organizado y funcionando el Instituto todo cargo vacante se proveerá por concurso en la forma y condiciones que oportunamente se determinarán.

Art. 6.º Corresponde al Director:

a) Actuar en calidad de jefe en todos los trabajos que se verifiquen en el Instituto.

b) Distribuir y trazar el programa de esos trabajos,

de acuerdo con el Decano de la Facultad de Medicina.

c) Dictar, con aprobación del Decano y de la Dirección de la Asistencia Pública, según corresponda en cada caso, las disposiciones necesarias para el funcionamiento ordenado del Instituto y para la mejor conservación y custodia de su material.

d) Elevar anualmente al Consejo Directivo de la Facultad de Medicina y á la Dirección de la Asistencia Pública Nacional una memoria conteniendo una una exposición de todos los trabajos y estudios verificados en el Instituto.

Art. 7.º El Subdirector estará encargado de cooperar al estudio, á la enseñanza y á las aplicaciones clínicas y reemplazará al Director en los casos de impedimento ó ausencia.

Art. 8.º El médico-ayudante cumplirá las tareas auxiliares que le fueran indicadas por el Director.

Art. 9.º El personal administrativo estará representado por un administrador, que será el encargado de llevar todos los libros y de hacer cumplir, por el personal de servicio, las órdenes del personal técnico y las disposiciones del Reglamento interno que se relacionen con ellos.

Art. 10. El personal secundario y de servicio estará constituído por:

Un fotógrafo.

Una enfermera jefe.

Dos enfermeras.

Un enfermero de sala.

Un sirviente de sala.

Un portero.

El Director fijará, con aprobación del Director de la Asistencia Pública, los cometidos de estos empleados.

Art. 11. La designación del personal administrativo, secundario y de servicio, corresponde á la Dirección de la Asistencia Pública Nacional.

III

DE LAS INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS Y DE LA ENSEÑANZA EN EL INSTITUTO

Artículo 12. El Director, ó el personal técnico á sus órdenes con anuencia del mismo, podrán disponer libremente del material del Instituto con el objeto de realizar investigaciones científicas.

Art. 13. Siempre que el Decano de la Facultad de Medicina lo autorizara, también podrán efectuar investigaciones científicas en el Instituto, disponiéndose al efecto mesas especiales de trabajo, cualquiera de los miembros del personal enseñante de la Facultad de Medicina ajeno al Instituto. En cada caso la forma en que se ha de dar participación á ese personal será acordada con el Director del Instituto.

Art. 14. La enseñanza comprenderá dos cursos teórico-práctico: Uno sobre Física Radiológica y otro sobre Radiología Clínica. Estos dos cursos funcionarán de acuerdo con lo que resuelva el Consejo Directivo de la Facultad de Medicina oportunamente.

Art. 15. Para el mejor éxito de los estudios científicos y de la enseñanza, el Instituto de Radiología y los demás Institutos y Laboratorios dependientes de la Facultad de Medicina, se prestarán mutua colaboración cuando así sea necesario y lo disponga el Decano.

Art. 16. La Facultad de Medicina procurará facilitar ó se encargará de la publicación de los trabajos relativos á investigaciones científicas ó á la enseñanza que repute de interés.

IV

DE LAS APLICACIONES CLÍNICAS

Artículo 17. Las aplicaciones clínicas (diagnóstico y terapéuticas), se harán gratuitamente á los enfermos pobres, los cuales deberán concurrir al Instituto enviados por la Asistencia Pública Nacional y llenando todas las formalidades que ésta exige para justificar su falta de recursos.

Los enfermos pudientes que concurran al Instituto serán tratados por el radium, siempre que efectúen el pago de la cuota que resulte de la aplicación de la tarifa fijada por la Asistencia Pública Nacional.

Art. 18. Los establecimientos á cargo de la Asistencia Pública Nacional podrán utilizar el material del Instituto siempre que los médicos que en ellos prestan servicios los soliciten con objeto de aplicar los diagnósticos ó al tratamiento de los enfermos que allí asisten.

Tratándose del radium, los aparatos no serán cedidos sino el tiempo estrictamente necesario para las aplicaciones requeridas, para las cuales también se podrá exigir el consejo ó el concurso técnico del personal del Instituto.

Art. 19. Los enfermos de hospital, cuyas afecciones deben ser tratadas exclusivamente por agentes radiológicos, ingresarán en una sala especial atendida por el personal técnico del Instituto.

Art. 20. Para los enfermos pudientes que se asisten fuera de los hospitales de la Asistencia Pública Nacional también podrá utilizarse terapéuticamente el radium, siempre que se cumplan las condiciones y formalidades que se establecen á continuación:

1.º Sólo los médicos legalmente autorizados para el ejercicio de la profesión en la República tendrán derecho á exigir la cesión del radium, con fines terapéuticos. Todo pedido en este sentido deberá ser hecho ante la Asistencia Pública por el mismo

médico, por escrito y bajo su firma, expresando la persona á quien se hará el tratamiento, los aparatos y accesorios (filtros, etc.) que se desean y el tiempo durante el cual éstos se han de útilizar.

2.º Antes de la entrega de todo aparato de radium, el médico solicitante tendrá que presentar una garantía á entera satisfacción de la Asistencia Pública Nacional. De cualquier extravío ó deterioro, será siempre único responsable el médico á quien le fuere entregado el aparato por el Director.

3.º Ningún aparato de radium podrán ser retenido más de 24 horas sin renovación del pedido en las condiciones expresadas anteriormente.

4.º La entrega del aparato se hará siempre personalmente al médico que lo haya solicitado, y será devuelto por éste en el Instituto, dejándose constancia firmada por una y otra parte, en ambos casos, de cada uno de esos actos y estableciéndose en ella el estado ó condición del aparato en el momento de ser entregado por el Instituto y en el de su devolución á éste.

5.º Los aparatos serán entregados desinfectados, ya prontos para el uso y serán devueltos, para evitar deterioros, en el mismo estado en que han quedado después de su aplicación.

6.º El Instituto de Radiología queda obligado á contestar, verbalmente ó por escrito, todos los pedidos de explicaciones ó aclaraciones referentes al uso del radium, que los médicos tratantes crean conveniente dirigirle. También podrá ser solicitado el consejo ó el concurso del personal técnico del Instituto, á la cabecera del enfermo, pero en ese caso dicho personal tendrá decho á exigir honorarios por su colaboración.

7.º El precio del alquiler del radium será calculado por centígramo hora, contándose el tiempo desde el instante en que el aparato sale hasta aquel en que

vuelve al Instituto, de acuerdo con una tarifa que semestralmente aprobará la Asistencia Pública. Por razones especiales, que siempre tendrán que justificarse debidamente, ó tratándose de Sociedades de Socorros Mutuos ó de Empresas de Asistencia Médica, la Asistencia Pública Nacional, podrá autorizar reducciones de precios sobre la tarifa ordinaria.

8.º Para las aplicaciones del radium, tendrán preferencia y en el orden que se enumeran á continuación:

I. Los enfermos hospitalizados por el Instituto.

II. Los no hospitalizados, indigentes, que concurran al Instituto para su tratamiento.

III. Los enfermos de los establecimientos dependientes de la Asistencia Pública.

VI. Los enfermos pudientes que concurran al Instituto.

V. Los enfermos pudientes que se asistan á domicilio.

Art. 12. Además de la Sección del Radium, podrán ser utilizadas también con fines de diagnóstico ó de terápéutica, por los enfermos pudientes, las demás secciones del Instituto, previo el pago de cuotas que serán fijadas ulteriormente y que siempre excederán á las que se cobren en los Laboratorios de la ciudad.

Art. 22. Anualmente el Administrador del Instituto entregará al Director para ser elevada á la Asistencia Pública, conjuntamente con la Memoria de que habla el artículo 6.º, una información detallada del movimiento á su cargo, en ese transcurso de tiempo.

FACULTAD DE MATEMÁTICAS

Instituto de Ensayo de Materiales.—Creacion de los cargos de Practicantes honorarios.— Resolución fijando la fecha de rendición del examen de ingreso á la Facultad.

Facultad de Matemáticas

Instituto de Ensayo de Materiales.—Reglamento de Practicantes Honorarios

Montevideo, 26 de Enero de 1914.

Excmo. señor Ministro de Instrucción Pública, doctor don Baltasar Brum.

Tengo el agrado de remitir á V. E. para su aprobación el proyecto de reglamento sobre creación del puesto de Practicantes Honorarios en el Instituto de Ensayo de Materiales de la Facultad de Matemáticas.

El primitivo proyecto denominaba á estos, Agregados Honorarios; pero la Comisión del Consejo Universitario, á estudio de la cual fué pasado el presente asunto, creyó del caso una reforma por entender que según nuestras leyes universitarias el título de Agregado sólo corresponde al Profesor que sustituye al titular encargado de dictar el curso de una asignatura.

Vuelto el asunto al Consejo este aprobó el criterio de aquella Comisión compuesta de los doctores Manuel Quintela y Miguel Lapeyre, resolviendo pasar su informe en vista á la Facultad de Matemáticas, cuyo Consejo en fecha 12 de Enero del corriente aprobó el cambio de la designación de Agregados Honorarios aconsejado en el informe de los señores García de Zuñiga y Magnou. Con la modificación de la referencia el Consejo Universitario manda

elevar los antecedentes al Poder Ejecutivo á los efectos del artículo 11 de la ley de 31 de Diciembre de 1908.

Saludo á V. E. atentamente.

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Montevideo, 2 de Agostode 1913.

Señor Decano de la Facultad de Matemáticas, Ingeniero don Luis P. Ponce.

En el deseo de que se obtenga de este Instituto el mayor grado de utilidad para los intereses de la Facultad de Matemáticas y con el objeto de que puedan aprovecharse sus instalaciones por parte de los elementos que quieran efectuar investigaciones personales en lo que se refiere á ensayos de materiales ya sea con el fin científico de especializarse en esta clase de estudios ó ya sea para estar en condiciones de dedicarse al servicio de estos trabajos en este ú otros Institutos. creo conveniente proponer al señor Decano la creación del cargo de Agregado Honorario que sería solicitado por los interesados que tuvieran las condiciones que se exigiesen y que les daría derecho á utilizar las instalaciones del Instituto siempre que no se perjudicase su funcionamiento, sin tener en cambio ninguna obligación de horarios ni de trabajos.

De este modo se respetarían los interesas de todos los que ven en el Instituto un medio de perfeccionamiento técnico y de especialización, preparándose así una serie de elementos entre los cuales pueda elegirse, en adelante, para la provisión de los cargos superiores de este Instituto.

Es cierto que existen además en esta repartición varios puestos de ayudantes que puede dar lugar á discusión en cuanto á si conviene llenarlos con estudiantes de la Facultad; pero debe recordarse que estos empleados tienen que dedicar todo su tiempo al trabajo del Instituto, que no permite un horario reducido como sería el que se pudiera exigir á los estudiantes si han de continuar siéndolo, pues hay ensayos como los de fraguado que han obligado á una vigilancia continuada durante más de doce horas y que han determinado al ayudante que los ejecuta-que no es estudiante, á proseguir su trabajo durante la noche; del mismo modo que se debe trabajar en los días feriados cuando coinciden con las fechas de ciertos ensayos; tampoco permitiría la naturaleza de los trabajos que se suspendieran éstos casi totalmente durante ciertos días ó períodos enteros por exámenes ó excursiones de estudio que tuviesen que practicar los señores estudian, tes, ni podría tener confianza la Dirección en los ensayos que ejecutasen los estudiantes durante esos períodos, en que necesariamente se encontrarían bajo preocupaciones que absorverían su atención, y siendo sin embargo, esta Dirección la que debe firmar y responsabilizarse en cierto grado con los resultados que se expresan en los certificados de ensayos, debe á su vez disponer de un personal que le merezca entera confianza, compuesto de verdaderos empleados dedicados por completo á su trabajo, tal como lo exigen los intereses del Instituto y los de las personas que tienen que utilizar sus servicios, que no pueden ni deben correr el riesgo de pagar los errores del aprendizaje de un personal continuamente renovado.

Pero aún suponiendo que la Dirección del Instituto no desease dar á este el desarrollo ó importancia que le corresponde, admitiendo que se conformase con reducirlo á una de las tantas oficinas sin trabajo, donde todos los empleados pudiesen ser estudiantes, lo único que se conseguiría sería favorecer á cuatro estudiantes que posiblemente ni serían los más necesitados ni los que más

inclinación tuviesen por estos estudios, sacrificándose en cambio el interés de todos los demás estudiantes, los de la Facultad y los del Estado.

Podría citar otras muchas razones que confirmarían la opinión que tengo de este asunto, si no temiese cansar la atención del señor Decano y si no contase además con el ejemplo que nos ofrece la organización de los mejores Institutos de esta especie, así como el reducido número de cargos en cuestión que no permite distribuirlos sin la seguridad de que las personas designadas, puedan corresponder á la cantidad de trabajo que debe presentarse y á la confianza que hay que depositar en ellas.

Saluda al señor Decano muy atentamente.

Montevideo, 29 de Agosto de 1913.

F. Iglesias Hijes,
Director.

Pase á dictamen de una Comisión.

LUIS P. PONCE,
Decano.

Horacio Ruiz,
Secretario.

Montevideo, 4 de Agosto de 1913.

Desígnase para constituir la Comisión á los vocales del Consejo señores García de Zúñiga y Magnou.

LUIS P. PONCE,
Decano.

Horacio Ruiz,
Secretario.

Montevideo, 11 de Agosto de 1913.

Señor Decano:

La creación de Agregados Honorarios, propuesta por el señor Director del Instituto Ensayos de Materiales y reservada á los estudiantes de la Facultad, nos parece una idea excelente.

No sería justo sin embargo, excluir en absoluto á esos Agregados del derecho á ocupar puestos rentados mientras sean estudiantes. Y mucho menos justo aún nos resulta una exclusión al ascenso pronunciado contra los estudiantes que ya actualmente y desde hace algún tiempo desempeñan puestos análogos al de Agregado. Las razones que el señor Director aduce para demostrar la inconveniencia que los puestos de Ayudante sean llenados con alumnos de la Universidad son muy dignas de tenerse en cuenta, sin duda alguna, pero no bastan para decidirnos á aconsejar la adopción de normas generales.

Si las tareas universitarias interfieren con los horarios del Instituto, es materia de disciplina interna resolver en cada caso hasta donde pueda haber incompatibilidad.

En resumen, aconsejamos se apruebe la creación de los puestos de Agregados Honorarios, que se reservarán á los mejores estudiantes de la Facultad que hayan cursado ó estén cursando la asignatura de Ensayos de Materiales, pero no nos parece oportuno aconsejar como regla general que se excluyan á los estudiantes de los puestos rentados del Instituto.

Saludamos al señor Decano atentamente.

Eduardo García de Zúñiga.

Pedro B. Magnou.

Montevideo, 1.º de Septiembre de 1913.

Apruébase el dictamen de la Comisión. Vuelva el asunto al señor Director del Instituto para que proponga la reglamentación que corresponda.

LUIS P. PONCE,
Decano.

Horacio Ruiz,
Secretario.

Montevideo, 11 de Octubre de 1913.

Señor Decano:

Tengo el honor de elevarle el proyecto adjunto de reglamentación del cargo de Agregado Honorario de este Instituto, de acuerdo con la resolución del 1.º de Septiembre último.

Al redactar la citada reglamentación, he tenido en cuenta que dichos cargos deben ser considerados como un medio que se otorga á los ingenieros ó estudiantes que deseen especializarse en los trabajos del Instituto ó efectuar investigaciones personales, y he creído conveniente exigir en el caso de los estudiantes, una clasificación mínima en la asignatura correspondiente, con objeto de evitar la entrada al Instituto con el carácter de Agregado, de elementos que no tengan cierta disposición para estos estudios y que sólo servirían para entorpecer su marcha.

Con el objeto de evitar un aumento ilimitado del número de Agregados, lo que podría ser inconveniente, he propuesto que la duración de los nombramientos sean por el término de un año, con lo cual tienen tiempo suficiente para ejecutar la práctica de estos trabajos.

He agregado, además, el control de esta Dirección en los trabajos que efectúen los Agregados, con el objeto de

comprobar que dichos trabajos tengan un fin científico y no un interés comercial que hiciese competencia al Instituto en la ejecución de los ensayos.

Saluda al señor Decano atentamente.

F. Iglesias Hijes,
Director.

REGLAMENTACIÓN DEL CARGO DE AGREGADO HONORARIO DEL INSTITUTO DE ENSAYO DE MATERIALES

Artículo 1.º Los aspirantes al cargo de Agregados Honorarios del Instituto de Ensayo de Materiales, deben solicitar por escrito su nombramiento al señor Decano de la Facultad de Matemáticas y comprobar que reunen las condiciones que se exigen en el artículo 2.º.

Art. 2.º Para poder aspirar al cargo de Agregado Honorario, se requiere la posesión del título de Ingeniero ó haber rendido examen del curso de Ensayo de Materiales con una clasificación mínima de muy bueno por unanimidad.

Art. 3.º Los nombramientos de Agregados Honorarios se extienden por el término de un año y sólo puede ser prorrogado este plazo en los casos justificados que sean informados favorablemente por la Dirección del Instituto.

Art. 4.º Los Agregados Honorarios quedan sujetos, desde su nombramiento, á los reglamentos y disposiciones internas del Instituto, con excepción del cumplimiento del horario.

Art. 5.º Los trabajos que efectúen los Agregados Honorarios en el Instituto, estarán sujetos al control de la Dirección y deben tener un carácter de práctica ó de investigación.

Art. 6.º La Dirección del Instituto podrá suspender en sus funciones á los Agregados Honorarios siempre que estos cometan faltas respecto al Instituto ó por cualquier

otra causa que justifique dicha resolución. Cuando la suspensión deba ser permanente ó por más de un mes de duración, será ordenada por el señor Decano de la Facultad, siempre que fuese necesaria.

F. Iglesias Hijes.
Director.

Montevideo, 13 de Octubre de 1913.

Vuelva á la Comisión dictaminante.

LUIS P. PONCE,
Decano.

Horacio Ruiz,
Secretario.

Montevideo, 21 de Octubre de 1913.

Señor Decano:

Esta Comisión aconseja la aprobación del proyecto de reglamento preparado por el señor Director del Instituto de Ensayo de Materiales. Podría solamente limitarse un poco el alcance del artículo 4.º, estableciendo por ejemplo que los Agregados no tendrán obligación de permanecer en el Instituto durante todo el tiempo que fijan los horarios. La reducción propuesta por el señor Director dejaría entender que los Agregados Honorarios tendrían derecho á trabajar en el Instituto á cualquier hora, lo que podría tener inconvenientes.

Eduardo García de Zúñiga.

Pedro B. Magnou.

Montevideo, 24 de Octubre de 1913.

Apruébase el Reglamento propuesto en esta forma:

Artículo 1.º Los aspirantes al cargo de Agregado Honorario del Instituto de Ensayo de Materiales deben solicitar por escrito su nombramiento al Consejo Directivo de la Facultad de Matemáticas y comprobar que reune las condiciones que se exigen el artículo 2.º.

Art. 2.º Para poder aspirar al cargo de Agregado Honorario se requiere la posesión del título de Ingeniero ó Arquitecto ó haber rendido examen del curso de Ensayo de Materiales con una clasificación mínima de *Muy Bueno* por unanimidad.

Art. 3.º Los nombramientos de Agregados Honorarios se entienden por el término de un año y sólo puede ser prorrogado este plazo en los casos justificados que sean informados favorablemente por la Dirección del Instituto.

Art. 4.º Los Agregados Honorarios quedan sujetos desde su nombramiento á los reglamentos y disposiciones internas del Instituto á excepción de lo relativo al horario que no estarán obligados á cumplir, si bien no podrán asistir al Instituto sinó en las horas comprendidas en el mismo horario.

Art. 5.º Los trabajos que efectúen los Agregados Honorarios en el Instituto estarán sujetos al control de la Dirección que los autorizará previamente. Esos trabajos deberán tener un carácter de práctica ó de investigación.

Art. 6.º La Dirección del Instituto podrá suspender en sus funciones á los Agregados Honorarios por faltas ú otras causas justificadas. Cuando la suspención deba ser por más de un mes de duración será ordenada por el señor Decano de la Facultad.

LUIS P. PONCE,
Decano.

Horacio Ruiz,
Secretario.

Nota N.° 1968.

Montevideo, 28 de Octubre do 1913.

Señor Rector de la Universidad, doctor Claudio Williman.

Remito á U. S. junto con la presente el Reglamento de Agregados Honorarios del Instituto de Ensayo de Materiales de esta Facultad, aprobado por su Consejo Directivo, á fin de que U. S. se sirva solicitar del Poder Ejecutivo, por intermedio del Consejo Universitario, la sanción que corresponde.

Me es grato, con este motivo, saludar á U. S. atentamente.

LUIS P. PONCE,
Decano.

Horacio Ruiz,
Secretario.

Montevideo, 30 de Octubre de 1913.

Páse al Consejo Universitario.

WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Montevideo, 19 de Noviembre de 1913.

El Consejo Universitario, en sesión de esta fecha, sancionó la siguiente resolución: Pasar estos antecedentes á estudio de una Comisión especial compuesta por los doctores Manuel Quintela y Miguel Lapeyre.

WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco,
Secretarlo General.

Señor Rector:

La Comisión que suscribe comparte los fundamentos contenidos en el proyecto de reglamentación que se le ha pasado á informe, pero cree que debe ser objeto de una pequeña modificación en lo que se refiere á la denominación de «Agregados Honorarios».

Por nuestras leyes universitarias, el título de Agregado sólo corresponde al profesor que sustituye al titular, encargado de dictar el curso de una asignatura. Las funciones del «Agregado Honorario», en el proyecto que informamos, son completamente distintas y distinta también debe ser su denominación, para que no se preste á equívocos y confusiones.

Con esa pequeña modificación, la Comisión aconsejaría la aprobación del proyecto.

Esta es la opinión de los miembros de la Comisión, salvo la del Honorable Consejo, á quien el señor Rector se servirá pasar estos antecedentes.

Saludamos al señor Rector con la mayor consideración

M. Quintela.

M. Lapeyre.

Montevideo, 5 de Diciembre de 1913.

Vuelva al Consejo Universitario.

WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco,
Secretario General.

Montevideo, 11 de Diciembre de 1913.

El Consejo Universitario en sesión de esta fecha, sancionó la siguiente resolución: Del precedente informe de la Comisión Especial vista al Consejo Directivo de la Facultad de Matemáticas.

WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco,
Secrefario General.

Montevideo, 29 de Diciembre de 1913

Vuelva á la Comisión dictaminante.

LUIS P. PONCE,
Decano.

Horacio Ruiz,
Secretario.

Montevideo, 9 de Enero de 1914.

Señor Decano:

Esta Comisión encuentra fundada la objeción referente á la designación de *Agregados Honorarios* y opina que se podría sustituir por la de Practicantes Honorarios que no presenta los inconvenientes de aquella.

Eduardo García de Zúñiga.

Pedro B. Magnou.

Montevideo, 12 de Enero de 1913.

Apruébase lo dictaminado por la Comisión.
Remítase nuevamente al Consejo Universitario á sus efectos.

LUIS P. PONCE,
Decano.

Horacio Ruiz,
Secretario.

Montevideo, 16 de Enero de 1915.

Con la vista conferida á la Facultad de Matemáticas; vuelva al Consejo Universitario.

WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco.
Secretario General.

Montevideo, 21 de Enero de 1914.

El Consejo Universitario en sesión de esta fecha sancionó la siguiente resolución: Con la modificación propuesta, apruébase el precedente Reglamento de la Facultad de Matemáticas y elévese al Poder Ejecutivo para su aprobación.

WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco,
Secretario General.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 5 de Marzo de 1914

Vistos: estos antecedentes relacionados con la creación de Practicantes Honorarios en el Instituto de ensayo de Materiales de la Facultad de Matemáticas;

Atento, á que esa innovación facilitará el aprovechamiento de las instalaciones del Instituto de Ensayo no sólo con fines de investigación científica, sino también por las personas que desean especializarse en sus estudios y entre las cuales se podrá elegir, en el futuro, para la provisión de los cargos superiores de ese Instituto;

El Poder Ejecutivo resuelve:

Artículo 1.º Creánse en el Instituto de Ensayo de Materiales de la Facultad de Matemáticas los puestos de Practicantes Honorarios.

Art. 2.º Para ser Practicantes Honorarios se requiere, título de Ingeniero ó Arquitecto ó haber rendido examen del curso de Ensayo de Materiales con una clasificación mínima de bueno por unanimidad.

Art. 3.º La persona que aspire á ocupar el puesto de Practicante Honorario deberá solicitarlo por escrito al Honorable Consejo de Matemáticas, quien, después de estudiar sus antecedentes, la admitirá ó rechazará en votación secreta, por mayoría absoluta de votos.

Art. 4.º Los Practicantes Honorarios durarán un año en sus funciones pero ese plazo, en casos justificados, podrá ser prorrogado por el Honorable Consejo de Matemáticas.

Art. 5.º Los Practicantes Honorarios quedan sujetos desde su nombramiento á los reglamentos y disposiciones internas del Instituto á excepción de lo relativo al horario, que no estarán obligados á complirlo si bien no podrán asistir al Instituto, sino en las horas comprendidas en el mismo horario.

Art. 6.º Los trabajos que efectúen los Practicantes

Honorarios, en el Instituto, estarán sujetos al control de la Dirección que los autorizará previamente.

Esos trabajos deberán tener un carácter, de práctica ó de investigación.

Art. 7.º La Dirección del Instituto podrá suspender en sus funciones á los Practicantes Honorarios por faltas ú otras causas justificadas.

Cuando la suspención deba ser por más de un mes de duración, será ordenada por el señor Decano de la Facultad.

Art. 8.º Comuníquese, etc.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
BALTASAR BRUM.

Fecha de exámenes de ingreso á la facultad de Matemáticas

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 5 de Mayo de 1914.

Vistos: Apruébase la resolución del Honorable Consejo Universitario que autoriza la fijación de la fecha para rendir el examen de ingreso á la Facultad de Matemáticas dentro de los cinco días siguientes á la terminación del último señalado para exámenes en cada período en la Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria.

Comuníquese.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

LICEOS DEPARTAMENTALES

Resolución sobre suspensión de clases en los Liceos sin previa autorización. — Decreto del Poder Ejecutivo reglamentando la liquidación de haberes del personal enseñante de los Liceos Departamentales.—Antigüedad y liquidación de haberes.— Circulares: Licencia á los profesores durante las vacaciones. — Celebración de exámenes. - Exoneracion de gimnasia. — Remuneración á las Comisiones examinadoras. — Modelos de dibujos para los Liceos. — Sobre exoneración de impuestos universitarios. — Sobre faltas de Asistencia de los Profesores. — Licitación de textos para los Liceos.

Liceos Departamentales

Sobre suspensión de clases en los Liceos sin previa autorización

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 25 de Noviembre de 1913.

Vistos y resultando: Que con motivo de una visita efectuada por parte de los profesores y estudiantes del Liceo de Enseñanza Secundaria de Melo al de Treinta y Tres, se han originado gastos que sólo han sido cubiertos en parte por los discípulos de esta última institución;

Que de la exposición del señor Director del expresado Liceo, resulta que el saldo que por concepto de esos gastos se adeuda asciende á la suma de ochenta pesos, para cuyo pago solicita se le autorice á disponer de rentas del Liceo;

Atento á que el señor Rector de la Universidad, en su nota de 13 de Octubre último, expresa que debe accederse á lo solicitado, en atención á tratarse de un gasto ya realizado;

Resultando también de estos antecedentes que, como consecuencia de la expresada visita, los Liceos de Melo y Treinta y Tres han suspendido sus clases en los días 17 y 19 de Julio último;

SE RESUELVE:

1.º Autorizar á la Universidad para presupuestar, con cargo á rentas del Liceo de Enseñanza Secundaria de

Treinta y Tres, la suma de $ 80, para cubrir el déficit producido con motivo de la visita efectuada por los estudiantes del Liceo de Melo al de Treinta y Tres, á que se refieren estos antecedentes; y

2.o [1] Que la Universidad haga saber con carácter general, á los señores Directores de los Liceos, que les está terminantemente prohibida la suspensión de clases, sin previa autorización.

Comuníquese.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Decreto del Poder Ejecutivo reglamentando la liquidación de haberes del personal enseñante de los Liceos Departamentales.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 10 de Febrero de 1914.

Considerando que es imprescindible reglamentar la liquidación de los haberes del personal enseñante en los Liceos Departamentales, de acuerdo con la proporción adoptada por su ley orgánica al fijar el límite máximo de los mismos en relación con el número de horas de trabajo:

El Presidente de la República

DECRETA:

Artículo 1.o Todas las planillas de sueldos de profesores liceales vigentes, caducarán el 1.o de Marzo, debiendo procederse á una revisión general de las mismas, á fin de regularizar las asignaciones correspondientes.

(1) El Rectorado de la Universidad, por circular pasada con fecha 22 de Mayo de 1914, hizo conocer á los directores de Liceos el texto de la 2.a parte de esta resolución.

Art. 2.º Para el efecto indicado por el artículo anterior, los Directores elevarán al Poder Ejecutivo, por intermedio del Rector de la Universidad, un cuadro según el formulario que se les dará al efecto, en que se determinará:

a) Asignaturas según el plan de estudios vigente;

b) Nombre del Profesor que está actualmente encargado del curso;

c) Número de alumnos inscriptos en cada curso;

d) Si la clase es diaria, alterna ó bisemanal;

e) Las horas semanales de práctica en aquellos cursos que las requieran según el Reglamento.

Art. 3.º Igualmente se procederá á la revisión de todos los nombramientos de Profesores y Encargados de grupos, á cuyo efecto los Directores harán las respectivas propuestas, indicando separadamente para cada asignatura y curso respectivamente el Profesor propuesto.

Las asignaturas se denominarán en la propuesta, según el plan de estudios.

Art. 4.º Cuando por el número de alumnos matriculados sea necesario dividir una clase, formando varios grupos, el Profesor titular nombrado tendrá la dirección del mayor de esos grupos, debiendo someterse á la aprobación del Poder Ejecutivo, en carácter de simples encargados de grupos, la designación de los profesores que deberán dirigir éstos.

Cualquiera que sea el número de alumnos, si la clase no fuera dividida, el Profesor titular está obligado á dar una clase á todos los asistentes á la misma.

La división de clases debe ser aprobada con decreto del Poder Ejecutivo.

Art. 5.º Los sueldos de los Profesores titulares serán fijados por primera vez por decreto del Poder Ejecutivo. Su monto se determinará, mientras no sea posible la aplicación estricta de los artículos 7.º y siguientes de la ley de 5 de Enero de 1911, [1] en una cuota proporcional á

(1) Véase «Anales», tomo XXIII, entrega 89, pág. 359 y siguientes.

las horas de trabajo y á la determinada por el párrafo 3.o del artículo 8.o de dicha ley.

Corresponderá, en consecuencia, á cada Profesor titular:

a) Cuando el trabajo no exceda de doce horas por semana, sumadas las varias asignaturas que puede dictar en carácter de Profesor titular, recibirá sueldo á razón de diez pesos por cada hora semanal.

b) Si excede de doce horas hasta las diez y ocho, se le aumentará por cada hora de excedente, además de aquella cuota, á razón de $ 6.66 centésimos.

c) Si excede de diez y ocho horas, se le aumentará á razón de $ 3.33 centésimos.

Las horas de dibujo se contarán como medias horas, para los efectos de este artículo, según lo dispone la ley.— ***Cuando, según la proporción que queda establecida, el sueldo que resulte corresponder al Profesor no alcance á $ 60 mensuales,*** será determinado expresamente por el Poder Ejecutivo, entre una cuota mínima de $ 40.00 y aquella cantidad, teniendo en cuenta razones de conveniencia para la enseñanza y de equidad, pero en ningún caso podrá exceder el monto total de la fijada para profesores de cada Liceo ($ 60.00, autorizada por la ley).

Art. 6.o Para lo futuro, las oficinas liquidadoras aplicarán por sí mismas las disposiciones del artículo precedente, con excepción del caso previsto en el último párrafo, en cuyo caso liquidarán provisoriamente y hasta que el Poder Ejecutivo haya determinado el sueldo respectivo, la cuota mínima, sin perjuicio de liquidar después si el sueldo fuera fijado en mayor cantidad.

Art. 7.o Los Profesores que dictan cursos en el concepto de encargados de grupos, sólo lo percibirán desde el comienzo de las clases hasta el 30 de Noviembre y sus nombramientos se entenderán siempre hechos nada más que por el año escolar. Las propuestas de éstos serán hechas todos los años, después de aprobadas por el Po-

der Ejecutivo la división en grupos ó conjuntamente con esta propuesta, en la que se expresará el número de de alumnos inscriptos.

Los sueldos de los encargados de grupos serán fijados con sujección á las reglas precedentes; pero si las designaciones recayesen en Profesores titulares del mismo Liceo que ya reciban sueldos como tales, se agregará á los efectos de la fijación de los haberes que deban percibir durante el año escolar, á las horas que trabajan como titulares, las que les corresponda como encargados de grupos, uniéndose así ambas retribuciones.

Art°. 8.° La Contaduría de la Universidad dará cuenta cuando el monto de los sueldos fijados exceda de la cantidad autorizada por la ley, acompañando una relación de los sueldos, á efecto de revisar la planilla respectiva ó de arbitrar el modo de cubrir la diferencia.

Art. 9.° Comuníquese, insértese en el L. C. y publíquese.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
BALTASAR BRUM.

Montevideo, 6 de Marzo de 1914.

Señor Director del Liceo de Enseñanza Secundaria de...

A los efectos del decreto 10 de Febrero próximo pasado, acompaño un formulario con arreglo al cual, conviene que los Directores pasen los datos á que se refiere el artículo 2.° de dicho decreto.

FORMULARIO

Liceo de..... Relación prescripta por el artículo 2.º del decreto de 16 de Febrero de 1914:

ASIGNATURA (1)	Profesor actual ó propuesto	Número de inscriptos (1)	Clase ordinaria alternada ó bisemanal	Qué horas por semana tiene
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....

(1) Las asignaturas se escribirán separadamente una en cada línea y según el orden de plan.

(2) Puede pedirse en la misma nota la división en grupos, proponiéndose los candidatos ó encargados de ellos.

Saludo á usted muy atentamente.

C. Williman,
Rector.

A. C. Pacheco,
Secretario General.

Licencia al Profesorado de los Liceos durante las vacaciones

Montevideo, 17 de Enero de 1914.

Señor Director del Liceo de Enseñanza Secundaria de...

Para su conocimiento y demás efectos, tengo el agrado de transcribir á usted la resolución recaída en una nota del señor Director del Liceo de Tacuarembó sobre licencia de los profesores del referido Liceo durante el período de vacaciones:

«Montevideo, 16 de Enero de 1914.—Vista la presente consulta formulada por la Dirección del Liceo Departamental de Tacuarembó; se resuelve con carácter general que durante el período de vacaciones las licencias al personal de los Liceos Departamentales serán concedidas por los Directores respectivos.—WILLIMAN.—*A. C. Pacheco.*»

Saludo á usted muy atentamente.

C. WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco,
Secretario General.

Circulares á los Liceos

CELEBRACIÓN DE EXÁMENES

Montevideo, 10 de Febrero de 1914.

Señor Director del Liceo de Enseñanza Secundaria de...

Comunico á usted, que de acuerdo con lo resuelto por las autoridades de la Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria, se ha fijado el día 20 del corriente como fecha en que tendrán lugar los exámenes de ingreso en los Liceos Departamentales, debiéndose constituir las mesas examinadoras con tres Profesores del mismo Liceo. Los cursos se iniciarán el 16 de Marzo próximo.

Saludo á usted atentamente.

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco,
Secretario General.

Antigüedad de los nombramientos y liquidación de haberes

Montevideo, 4 de Mayo de 1914.

CIRCULAR

Señor Director del Liceo Departamental de.....

Para su conocimiento y demás efectos tengo el agrado de transcribir á usted la siguiente resolución del Poder Ejecutivo:

«Ministerio de Instrucción Pública. — Montevideo, 25 de Abril de 1914. — Atento á que el artículo 1.º del decreto del 16 de Febrero último, que reglamentó la forma en que serían fijos y liquidados los haberes del personal enseñante de los Liceos, al establecer que las planillas de sueldos caducarán el 1.º de Marzo, tuvo en cuenta que era en la fecha de iniciación de los cursos, y por lo tanto desde ella regirían las nuevas planillas. — Que habiéndose postergado la apertura para el 16 del mismo mes y datando del 17 el nombramiento de la mayoría de los profesores, dichas nuevas planillas deben regir desde esa última fecha. Que la caducidad de sueldos y revisión de nombramientos prescriptos por los artículos 1.º y 3.º del referido decreto no debe impedir que se paguen sin interrupción los sueldos de los profesores confirmados, puesto que no sería justo colocarlos en situación inferior á la de los de la Universidad, que perciben haberes durante las vacaciones. Se resuelve: Que á todos los profesores liceales que hayan obtenido nuevo nombramiento, conforme al expresado decreto de 16 de Febrero, se les liquide el importe de los primeros 16 días de Marzo, con sujeción al sueldo vigente hasta esa fecha. Comuníquese. — Rúbrica del señor Presidente. — BALTASAR BRUM.»

Saludo á usted atentamente.

Andrés C. Pacheco, Secretario General. — CLAUDIO WILLIMAN, Rector.

Exoneración de Gimnasia

CUOTAS

Montevideo, 9 de Mayo de 1914.

Señor Director del Liceo Departamental de....

Para su conocimiento y demás efectos, tengo el agrado de transcribir á usted el siguiente informe de la Contaduría de la Universidad, recaído en varias solicitudes de estudiantes del Liceo Departamental de San José, en las que se pide exoneración del curso de Gimnasia:

«Montevideo, 2 de Mayo de 1914. — Señor Rector: — Los honorarios que devengan los médicos por reconocimientos profesionales de estudiantes, son las mismas cuotas que para este efecto pagan dichos estudiantes, cuyas cuotas está mandado entregar á aquéllos. — Son de $ 4.00 cuando el reconocimiento es para exoneración de Gimnasia ó examen extraordinario, y de $ 2.00 cuando es para justificar faltas de asistencia á las clases. — Saludo á V. S. muy atentamente. — *Fr. Palomino Zipitría*, Contador.»

Saludo á usted muy atentamente.

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Remuneración á las Comisiones Examinadoras

CIRCULAR

Montevideo, 27 de Mayo de 1914.

Señor Director del Liceo Departamental de Enseñanza Secundaria de....

Para su conocimiento y demás efectos, tengo el agrado de transcribir á usted la siguiente resolución del Poder Ejecutivo.

«Ministerio de Instrucción Pública.—Montevideo, 19 de Mayo de 1914.—Vistos: De acuerdo con lo propuesto por el señor Decano de la Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria, fíjanse á las Comisiones que deben inspeccionar los Liceos de Enseñanza Secundaria las siguientes partidas para gastos: para las de los Liceos de Artigas, Rivera, Durazno, Canelones, Maldonado, San José y Treinta y Tres, cuarenta y cinco pesos á cada una; para las de Salto, Soriano, Paysandú, Colonia, Tacuarembó, Florida, Cerro Largo y Minas, cincuenta y cinco pesos á cada una; para las de Flores y Rocha, noventa y cinco pesos á cada una y para la de Río Negro, ochenta pesos. Las erogaciones que se autorizan precedentemente que se cargarán á «*Rentas de los Liceos de Enseñanza Secundaria*», importan el máximum que puede gastar cada Comisión inspectora. Y atento á que el artículo 4.º de la Ley de Presupuesto General de Gastos, al establecer cuales son las partidas asignadas para gastos que no están sujetas á rendición de cuentas; se refiere á las fijadas dentro de la misma ley; Se declara: Que tratándose en el presente caso de una erogación eventual deben las Comisiones inspectoras, rendir cuenta en la forma de estilo, de todos los que efectúen en el desempeño de la ins-

pección que les será confiada por la Universidad. Comuníquese y publíquese.—Rúbrica del señor Presidente.—BALTASAR BRUM».

Saludo á usted atentamente.

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Modelos de dibujo para los Liceos

Montevideo, 1.º de Julio de 1914.

Señor Director del Liceo Departamental de Enseñanza Secundaria de....

Para su conocimiento y demás efectos, tengo el agrado de transcribir á usted la siguiente resolución del Poder Ejecutivo.

«Ministerio de Instrucción Pública.—Montevideo, 12 de Mayo de 1914.—Vistos: Autorízase á la Universidad para adquirir por la suma de $ 270, dos colecciones completas de modelos de cartón imitando yeso, con destino á las clases de dibujo, de cada uno de los Liceos de Enseñanza Secundaria. El gasto se imputará á «Rentas» de los mismos por partes proporcionales.—Comuníquese.—Rúbrica del señor Presidente.—BALTASAR BRUM».

Saludo á usted atentamente.

C. WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco,
Secretario General.

Sobre exoneración de impuestos Universitarios

Montevideo, 4 de Junio de 1914.

Señor Director del Liceo Departamental de Enseñanza Secundaria de....

Comunico á usted que el Consejo Universitario en sesión del 27 de Mayo último, ha resuelto hacer notar á los señores Directores de los Liceos Departamentales; la necesidad de asegurarse por una investigación severa, de las condiciones de pobreza en que se encuentren aquellos que soliciten exoneración del pago de impuestos universitarios, y pasar nota á algunos Directores que según se desprende de los antecedentes respectivos, no se han ajustado á las indicaciones hechas con anterioridad, á pesar de repetidas circulares remitidas por la Secretaría General.

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Sobre faltas de asistencia de los Profesores

Montevideo, 20 de Junio de 1914.

Señor Director del Liceo Departamental de Enseñanza Secundaria de....

Comunico á usted que debe dar cumplimiento á lo dispuesto por el artículo 33 del Reglamento General, sobre faltas de asistencia de los Profesores á sus respectivas clases,

debiendo hacerse mensualmente las comunicaciones respectivas.

Saludo á usted atentamente.

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Licitación de textos para los Liceos

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 17 de Junio de 1914.

Considerando: Que los alumnos de los Liceos Departamentales de Enseñanza Secundaria hallan graves dificultades en la adquisición de los textos necesarios, por no existir librerías en muchas localidades, ó por exigirse en otras precios excesivos;

Que los Liceos tienen rentas propias cuya inversión debe hacerse en beneficio de los mismos (artículo 12 del decreto fecha 16 de Febrero de 1912).

Que la adquisición de los textos con el fin de suprimir las dificultades indicadas y los perjuicios que ellas originan, constituye un evidente beneficio para la enseñanza liceal;

Que el ya citado artículo 12 y el 41 de la ley de 14 de Julio de 1885, autorizan expresamente esa adquisición;

El Poder Ejecutivo,

DECRETA:

Artículo 1.º Autorízase al señor Rector de la Universidad para adquirir, por licitación pública, lo siguiente: 400 ejemplares de cada uno de los textos correspondientes

al primer año de enseñanza secundaria; 300 de los correspondientes al 2.º, y 150 de los correspondientes al tercero.

Art. 2.º Estos libros serán remitidos á los Liceos Departamentales para ser dados en préstamo á los alumnos que los necesiten.

Art. 3.º Los estudiantes que lo deseen podrán adquirir á precio de costo y por una sola vez, los textos correspondientes al año que cursen. Esta venta no podrá hacerse en forma alguna á persona que no sea estudiante matriculado en el Liceo respectivo.

Art. 4.º La distribución entre los Liceos, se hará por la Universidad, previo informe de los Directores de los Liceos.

Art. 5.º La erogación que se autoriza se imputará proporcionalmente á rentas de los Liceos.

Art. 6.º Comuníquese, etc.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
BALTASAR BRUM.

SECCIÓN OFICIAL

Prórroga del período extraordinario de exámenes. — Fecha de celebración de exámenes de Enseñanza Secundaria y Preparatoria (período extraordinario). — Ampliación del artículo 35 del Reglamento General (licencia á los profesores). — Ingreso condicional á las Facultades de Derecho y Ciencias Sociales y de Medicina y ramas anexas. — Ingreso condicional á la Facultad de Matemáticas. — Resolución autorizando la inversión de una cantidad para la confección de los Anales.

Sección Oficial

Prórroga del período extraordinario de exámenes

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 27 de Enero de 1914.

Vistos: De acuerdo con lo resuelto por los Consejos de las Facultades de Derecho y Matemáticas y atento á la aprobación prestada por el Honorable Consejo Universitario.

Considerando que en la actualidad se tramitan solicitudes de prórroga ante los Consejos de la Facultad de Medicina y de la Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria.

SE RESUELVE:

1.º Los exámenes extraordinarios en las Facultades de Derecho y Matemáticas se realizarán durante la 1.ª quincena de Marzo próximo, debiendo iniciarse los cursos el dieciseis del mismo mes.

2.º Autorízase á los demás Consejos para conceder la misma prórroga si la juzgan conveniente.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Celebración de exámenes de Enseñanza Secundaria y Preparatoria (período extraordinario)

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 27 de Enero de 1914.

Vistos los antecedentes relativos á la modificación del Decreto de 5 de Novienbre de 1904, que dispone, que los exámenes extraordinarios de Enseñanza Secundaria y Preparatoria se realizen en la primera quincena de Febrero.

Atento á lo expresado por el Consejo Directivo de la expresada Dirección y considerando que la experiencia ha demostrado la dificultad de aplicar estrictamente la disposición cuya derogación se pide, el Poder Ejecutivo,

RESUELVE:

1.º Los exámenes extraordinarios correspondientes al presente año escolar se realizarán en la Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria, durante la segunda quincena de Febrero y la primera de Marzo de 1914, debiendo iniciarse los cursos el dieciseis de Marzo.

2.º En la primera de las épocas fijadas se efectuarán los exámenes de Enseñanza Secundaria y en la segunda los de Preparatoria.

3.º Comuníquese.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Ampliación al artículo 35 del Reglamento General (Licencia á los Profesores)

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 5 de Marzo de 1914.

Vistos: Estos antecedentes relacionados con la ampliación del artículo 35 del Reglamento Universitario;

Resultando: Que las autoridades universitarias por iniciativa del Consejo de Medicina, proponen que los profesores titulares que hayan desempeñado con regularidad sus funciones durante seis años podrán disponer hasta de un año de licencia con goce de sueldo para trasladarse al extranjero en viajes de estudios;

Considerando: Que la ampliación propuesta es de gran importancia para el mejoramiento de la enseñanza universitaria, porque los profesores podrán aumentar sus conocimientos en sus visitas á los principales centros científicos;

Que, no obstante lo que precede conviene introducir las siguientes modificaciones á dicho proyecto:

1.º Que ese beneficio sólo sea acordado por ahora á los profesores de medicina, ingeniería y arquitectura;

2.º Que el profesor, al regresar, deberá presentar un trabajo ó un informe relacionado con la materia que enseña;

Que la primera modificación tiende á evitar que se recarguen excesivamente las rentas universitarias, lo que indudablemente ocurriría si las licencias, en la forma proyectada, se acordaran á todos los profesores, tanto de las enseñanzas secundarias y preparatorias como de las superiores;

Que, sin perjuicio de dar á esa forma la amplitud deseada á medida que lo permita el mejoramiento de las

rentas conviene establecerla para aquellos estudios experimentales cuyos progresos se acentúan diariamente, como ocurre con los de medicina, cirugía é ingeniería, á aquellos que, como los de arquitectura, se adquieren principalmente en el examen personal y directo de las obras maestras;

Que la segunda modificación tiene por objeto enriquecer nuestra bibliografía científica con los informes producidos, haciéndose además, efectivos en la práctica los propósitos que originan el proyecto de las autoridades universitarias, ya que ese es un medio de obligar á los profesores á un mayor y positivo esfuerzo estudioso.

El Poder Ejecutivo,

RESUELVE:

Artículo 1.º Declárase incorporadas al artículo 35 del Reglamento Universitario, las siguientes disposiciones:

« Los profesores titulares de Medicina y Cirugía, Ingeniería y Arquitectura que hayan desempeñado con regularidad sus funciones durante seis años, podrán disponer hasta de un año de licencia, con goce de sueldo, para trasladarse al extranjero en viaje de estudio.

« A los tres meses de regreso, deberán presentar un informe relacionado con sus respectivas materias.

« La falta de cumplimiento á esta condición dará lugar á que sea descontada de los sueldos del profesor la cantidad percibida por concepto de dicha licencia ».

Art. 2.º Las licencias serán acordadas por el Poder Ejecutivo previo informe de la asistencia del profesor á sus clases, así como de las ventajas que en tal carácter hubiese realizado.

Art. 3.º Comuníquese y publíquese, etc.

BATLLE Y ORDOÑEZ.
BALTASAR BRUM.

Ingreso condicional á las Facultades de Derecho y Ciencias Sociales y de Medicina y ramas anexas

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 3 de Marzo de 1914.

Considerando conveniente regularizar en forma definitiva, la concesión de matrículas condicionales, para el primer año de estudios de Derecho, Medicina y ramas anexas, á los alumnos que no han terminado el bachillerato.

El Poder Ejecutivo,

RESUELVE:

Artículo 1.º Podrá concederse matrícula condicional para el primer año de estudios de Derecho, Medicina y ramas anexas, á los alumnos á quienes no les falte rendir más de dos exámenes para terminar el Bachillerato.

Art. 2.º Dicha matrícula quedará sin efecto, si el estudiante no presenta antes del 8 de Agosto de cada año, en la Bedelía de la respectiva Facultad, un certificado de la Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria que acredite haber obtenido aprobación en los exámenes referidos.

Art. 3.º Devuélvase á la Universidad este expediente y publíquese.

BATLLE Y ORDÓÑEZ.
BALTASAR BRUM.

Ingreso condicional á la Facultad de Matemáticas

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 24 de Marzo de 1914.

Atento á que algunos alumnos inscriptos para rendir examen de ingreso á la Facultad de Matemáticas en el período recientemente terminado, no han podido realizar ese propósito por causas ajenas á su voluntad.

Atento á que no sería justo, dada esta circunstancia obligarlos á perder un año de estudios.

Atento, además, á que el señor Rector de la Universidad solicita que se haga extensiva á dicha Facultad, el decreto del 3 del corriente, sobre expedición de matrículas condicionales, pero que á juicio del Poder Ejecutivo conviene, antes de adoptar esa resolución, oir la opinión del Consejo de la Facultad de Matemáticas,

SE RESUELVE:

Aprobar la resolución del Honorable Consejo de la Facultad de Matemáticas por la que se fija un nuevo período para dicho examen, dentro de la segunda quincena de Mayo próximo, y declarar conveniente conocer la opinión de la corporación de la referencia en lo referente á la concesión de matrículas condicionales.

Comuníquese.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 19 de Mayo de 1914.

Vista la resolución referente á la concesión de matrículas condicionales, propuesta por el Consejo Directivo de la Facultad de Matemáticas;

Resultando que, según la misma resolución, sólo podrán matricularse en dicha Facultad los alumnos á quienes falte rendir dos asignaturas para terminar sus estudios preparatorios, siempre que ellos no sean otros que Literatura, Filosofía ó Mineralogía y Geología;

Considerando que la limitación de dicho beneficio á las materias indicadas colocan á los estudiantes que aspiran á ingresar á la referida Facultad en situación desventajosa con relación á los que cursan Derecho y Medicina, que se hallan habilitados para matricularse condicionalmente, sean cuales fueren las dos asignaturas que deben rendir;

Considerando que si se autoriza á matricularse en primer año de Derecho á quien deba completar el Bachillerato mediante aprobación en Filosofía y Literatura y á matricularse en primer año de Medicina á quien tenga pendiente el examen de Física, Química é Historia Natural, no sería justo, ya que no se aducen motivos que justifiquen satisfactoriamente la diferencia, aplicar distinto criterio á los que aspiran á ingresar á la Facultad de Matemáticas, sobre todo si se tiene presente que las materias exceptuadas por el Consejo, consideradas como elemento de preparación previa, no poseen para los últimos una trascendencia superior á los que cursen en las otras Facultades;

Por tales fundamentos,

SE RESUELVE:

Apruébase la resolución antedicha, con excepción de la parte relativa á las matrículas exceptuadas.

Por lo tanto, esa resolución quedará concebida así:

Concédese matrícula condicional en la Facultad de Matemáticas á los alumnos á quienes les falte rendir examen hasta de dos asignaturas para terminar sus estudios preparatorios, debiendo, para obtener matrícula definitiva, rendir previamente examen de ellas con aprobación, antes del comienzo de los exámenes ordinarios en la Facultad, en la época que el Consejo de Enseñanza Secundaria y Preparatoria determine.

Comuníquese, devuélvase.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Resolución autorizando la inversión de una cantidad para la confección de los «Anales»

Montevideo, 28 de Mayo de 1914.

Excmo. señor Ministro de Instrucción Pública, doctor don Baltasar Brum.

Tengo el agrado de comunicar á V. E. que el Honorable Consejo Universitario, en sesión de fecha 27 del corriente resolvió votar una remuneración de ($ 30) treinta pesos por cada número de los ANALES DE LA UNIVERSIDAD que salgan en lo sucesivo. Dicha remuneración será repartida entre las personas que intervienen en la confección y corrección de la obra indicada y no importa gravamen alguno por cuanto el rubro asignado por el presupuesto de la impresión de la misma basta y sobra para dicha remuneración, pues son tres ó cuatro los números que se publican anualmente.

El cúmulo de tareas que pesan sobre los empleados de la Secretaría General, hacen del todo imposible un cargo.

Entendiéndolo así el Consejo Universitario, y velando por el buen nombre de la Universidad, pues la fama de los ANALES ha salido ya de la frontera de nuestro país, adoptó la resolución de la referencia y tiene la seguridad de que será aprobada por el Poder Ejecutivo.

Saludo á usted atentamente.

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

Andrés César Pacheco,
Secretario General.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA.

Montevideo, 2 de Junio de 1914.

Vistos: por los fundamentos de la presente nota,

SE RESUELVE:

Aprobar la resolución del Honorable Consejo Universitario que acuerda una remuneración de treinta pesos ($ 30), por cada número de los ANALES DE LA UNIVERSIDAD que se publique en lo sucesivo, para ser distribuído entre el personal que interviene en la confección y corrección de la obra indicada y con cargo al rubro asignado por el presupuesto, para la impresión de la misma.

Comuníquese.

Rúbrica del señor Presidente.
BALTASAR BRUM.

Comunicaciones oficiales

NOTAS CAMBIADAS ENTRE LA ESCUELA DE COMERCIO
Y EL RECTOR DE LA UNIVERSIDAD

ESCUELA NACIONAL DE COMERCIO.

Número 17.

Montevideo, 27 de Marzo de 1914.

Señor doctor don Claudio Williman.

Muy señor mío:

El Honorable Consejo de Patronato de la Escuela Nacional de Comercio, ha resuelto y llevado á cabo la colocación del retrato de usted en el salón donde aquel sesiona. Esta resolución, doctor Williman, no obedece al propósito de halagar su amor propio; sino que con ella salda una deuda de reconocimiento que la Escuela Nacional de Comercio del Uruguay tiene contraída con usted por todas las pruebas de verdadero interés demostrado y puesto en práctica en pro de la intensificación de su fomento y con el de la divulgación de la enseñanza comercial en el país.

Nada más justiciero que perpetuar el recuerdo de los que, prescindiendo de todo logro personal, se interesan por el progreso ó por el bienestar de los demás. Usted se encuentra en ese caso. Desde el puesto de Rector de la Universidad, como del de presidente de la Nación, ha demostrado su preferencia por el fomento del estudio del comercio, cuyos beneficios para el país, usted los encontraba seguros, desde que los hacía prácticos por medio de una reforma mas lógica de ellos, dotando al mismo tiempo á la Escuela de un local en el cual pudiera desarrollar la enseñanza que esas reformas exigían entonces.

Al poner en su conocimiento la resolución del Consejo que presido, permítame, doctor Williman, que, en nombre de aquel, como en el mío, lo salude y felicite por la justa demostración que se le acaba de tributar.

Saludo atentamente.

PABLO FONTAINA,
Director.

J. Alfredo Bayetto,
Secretario.

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA.—RECTORADO.

Montevideo, 31 de Marzo de 1914.

Señor Director de la Escuela de Comercio, don Pablo Fontaina.

Tengo sumo agrado en acusar recibo de su nota de fecha 27 de Marzo del corriente, en la cual me comunica, que por resolución del Honorable Consejo de esa Escuela, se ha colocado mi retrato, en el salón de sesiones de esa corporación.

No ha sido mi mente cuando he propendido á la difusión de la enseñanza en sus distintas ramas, desde los diversos puestos que he desempeñado en la Administración Pública del país, satisfacer una vanidad personal, porque siempre he pensado que los esfuerzos que se realizan para procurar el triunfo de una idea sana, están compensados con exceso, más que por la trascendencia de ellos al ser juzgados en nuestro provecho, por la satisfacción que nos producen al verlos convertidos en realidad.

En ese sentido, pues, el Honorable Consejo de Patronato de la Escuela Nacional de Comercio, ha interpretado bien mis ideas y sentimientos, según se desprende de la nota por la cual se me hace saber tan alta distinción, y ese será para mí, el principal motivo de recono-

cimiento. Quiera, señor Director, agradecer en mi nombre á la corporación que tan dignamente preside, el honor que me dispensa, y reciba usted por la felicitación que me envía, las seguridades de mi mayor estima.

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

Asociación de Estudiantes de Notariado del Uruguay

COMUNICACIÓN DE SU CONSTITUCIÓN AL RECTOR DE LA UNIVERSIDAD

ASOCIACIÓN DE ESTUDIANTES DE NOTARIADO.

Montevideo, 31 de Marzo de 1914.

Señor Rector de la Universidad de la República, doctor don Claudio Williman.

Señor Rector:

Tenemos el alto honor de poner en su conocimiento que en asamblea realizada por los estudiantes de Notariado el 16 del corriente mes, quedó constituida una Asociación destinada á propiciar y consolidar por todos los medios posibles vínculos de confraternidad estudiantil.

Antes de iniciar las actividades que requiere el cumplimiento de su amplio programa de principios la Asociación «Estudiantes de Notariado del Uruguay» ha querido comunicar al señor Rector, su constitución definitiva y presentarle su respetuoso saludo, no sólo en cumplimiento hacia la más alta autoridad universitaria, sino también, y principalmente porque siempre el señor Rector, ha velado por los intereses notariales con espíritu sereno y ecuánime.

Saludan á usted atentamente.

ARMANDO RAGGIO,
Presidente.

J. Silva García,
Secretario.

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA — RECTORADO.

Montevideo, 4 de Abril de 1914.

Señor Presidente de la Asociación Estudiantes de Notariado del Uruguay.

Muy buena impresión me ha producido la noticia de que los estudiates de notariado, velando por sus propios intereses y á objeto de consolidar, cada vez más, los vínculos de amistad que deben unir á todos los estudiantes, habían echado la bases de la nueva «Asociación de Estudiantes de Notariado del Uruguay». La constitución de centros de esta índole, es altamente significativa, porque no solamente demuestra en ustedes el afán de estrechar las bases de camaradería que empiezan en las aulas y se continuarán mañana en la lucha diaria de los profesionales, sino que también hacen prácticas por la acción de conjunto muchas ideas y aspiraciones que, aisladas, irían irremisiblemente al fracaso por falta de estímulo.

Al recibir el afectuoso saludo que ustedes me envían, con motivo de la constitución del nuevo centro, agradezco efusivamente el recuerdo que hacen de mi persona y me complazco en manifestarles los deseos que tengo de ver realizado el programa de principios que se han trazado y la seguridad de que en mí encontrarán siempre un colaborador y amigo.

CLAUDIO WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

Integración de los Consejos Directivos

FACULTAD DE MATEMÁTICAS.

Montevideo, 15 de Abril de 1914.

Señor Rector de la Universidad, doctor don Claudio Williman.

El Consejo Directivo de esta Facultad, en su última sesión, aceptó la renuncia presentada por el vocal de la Corporación Ingeniero y Agrimensor señor Conrado García Lagos. Este señor habia sido nombrado por los agrimensores en las elecciones efectuadas el 25 de Febrero de 1913.

Lo que tengo el honor de llevar á conocimiento del señor Rector á los efectos prescriptos en el artículo 4.º de la ley de 31 de Diciembre de 1908.

Me es grato, con este motivo, saludar al señor Rector atentamente.

LUIS P. PONCE,
Decano.

Horacio Ruiz,
Secretario.

Montevideo, 21 de Abril de 1914.

Al Consejo.

WILLIMAN.

Andrés C. Pacheco.

Montevideo, 8 de Mayo de 1914.

El Consejo Universitario, en sesión de esta fecha, sancionó la siguiente resolución:

Aceptar la renuncia presentada por el Ingeniero Conrado García Lagos del cargo de miembro del Consejo Directivo de la Facultad de Matemáticas, debiéndose hacer la comunicación del caso al Poder Ejecutivo y proceder de acuerdo con lo establecido en el artículo 4.º de la ley de 31 de Diciembre de 1908.

WILLIMAN,
Rector.

Andrés C. Pacheco,
Secretario General.

UNIVERSIDAD DE MONTEVIDEO.

CONVOCATORIA

Montevideo, 16 de Mayo de 1914.

En cumplimiento de lo resuelto por el Consejo Universitario en sesión del 8 del corriente y de acuerdo con el artículo 4.º de la ley de 31 de Diciembre de 1908, convócase á los señores agrimensores á fin de que elijan á la persona que ha de representarlos en el Consejo Directivo de la Facultad de Matemáticas. La elección se efectuará en la misma Facultad, el 1.º de Junio próximo, á las 18, y será presidida por el Rector de la Universidad.

P. A.
Félix Riccardi,
Oficial.

ACTA

« En la Facultad de Matemáticas de Montevideo, á primero de Junio de mil novecientos catorce, siendo las dieciocho horas, bajo la presidencia del señor Rector de la Universidad doctor don Claudio Williman, actuando el

infrascripto Secretario General, se procedió á la elección del Miembro representante de los Agrimensores en el Consejo Directivo de la expresada Facultad, con motivo de la renuncia del señor Ingeniero y Agrimensor don Conrado García Lagos.—Abierto el acto á las dieciocho horas, el señor Rector designó para integrar la mesa al señor Ingeniero Agrimensor don Juan A. Casterés; procediéndose enseguida á la recepción de votos por el término reglamentario de media hora, terminado el cual se hizo el escrutinio, que dió el siguiente resultado: Por el señor Agrimensor Luis María de Mula, diecinueve votos y por el señor Ingeniero Agrimensor don Aníbal Gardone, siete votos.—La mesa conceptúa dudosos dos votos, y consultaría el punto al Poder Ejecutivo á objeto de aclararlo. En consecuencia se proclama triunfante al Agrimensor don Luis M. de Mula como representante de los agrimensores en el Consejo Directivo de la Facultad de Matemáticas, archivándose los antecedentes de esta elección.—Se levantó el acto siendo las dieciocho y cuarenta y cinco minnutos.—La duda á que se hace referencia proviene de que los votantes tienen el título de ingenieros geógrafos.—C. WILLIMAN.—*Luis P. Ponce.—Juan A. Casterés.—A. C. Pacheco*, Secretario.»

Montevideo, 2 de Junio de 1914.

Comuníquese al Ministerio de Instrucción Pública, y al nombrado, y diríjase nota al Poder Ejecutivo. En cuanto á la duda que hubo al hacerse el escrutiño.

WILLIMAN,
Rector.

A. C. Pacheco,
Secretario General.

Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria.

Montevideo, 22 de Abril de 1914.

Excmo. señor Ministro de Instrucción Pública doctor don Baltasar Brum.

Tengo el honor de elevar á V. E., para su aprobación, la renuncia que del cargo de miembro del Consejo Universitario ante el Consejo Directivo de la Sección de Enseñanza Secundaria y Preparatoria, presentó el doctor don Osvaldo Crispo Acosta.

El Consejo Universitario, en sesión del 17 del corriente resolvió aceptar esta renuncia y proponer al doctor Angel Carlos Maggiolo para reemplazarlo, en caso de que sea aceptada la renuncia de la referencia.

Saludo á V. E. atentamente.

Claudio Williman,
Rector.

Andres C. Pacheco,
Secretario General.

Ministerio de Instrucción Pùblica.

Montevideo, 28 de Abril de 1914.

Vistos: Acéptase la renuncia que del cargo de miembro del Consejo de la Sección de Enseñanza Secundaria ha presentado el doctor don Osvaldo Crispo Acosta, y atento á la propuesta formulada por la Universidad en la precedente nota, desígnase en su reemplazo al doctor Angel Carlos Maggiolo.

Comuníquese.

Rúbrica del señor Presidente.
Baltasar Brum.

El doctor Maggiolo comunicó al Rectorado la aceptación para este cargo con fecha 7 de Mayo de 1914.

INDICE

ÍNDICE

Sección Oficial